第 23 卷第 5 期
2006 年 10 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 23 No. 5
Oct. 2006

文章编号：1000−8152(2006)05−0706−05

具有未建模动态的时变关联系统的鲁棒分散自适应镇定

田 洁[1], 解学军[2,1]

(1. 曲阜师范大学 自动化研究所, 山东 曲阜 273165; 2. 徐州师范大学 电气工程及自动化学院, 江苏 徐州 221116)

摘要: 针对一类具有动态、静态关联项和未建模动态的时变关联系统, 通过利用反推设计方法和 $\sigma-$ 修正自适应律, 研究了鲁棒分散自适应镇定问题. 当时变参数的变化率及未建模动态的幅值分别在某些范围内变化时, 证明了闭环系统的所有信号都有界, 且每一个子系统的输出与系统参数的变化率有关. 仿真例子验证了控制方案的有效性.

关键词: 时变关联系统; 反推; 分散自适应控制

中图分类号: TP273 **文献标识码**: A

Robust decentralized adaptive stabilization for time-varying interconnected systems with unmodeled dynamics

TIAN Jie[1], XIE Xue-jun[2,1]

(1. Institute of Automation, Qufu Normal University, Qufu Shandong 273165, China;
2. School of Electrical Engineering and Automation, Xuzhou Normal University, Xuzhou Jiangsu 221116, China)

Abstract: For a class of time-varying interconnected systems with dynamic and static interconnections, as well as unmodeled dynamics, the problem of robust decentralized adaptive stabilization is studied by using the backstepping design method and σ-modification adaptive laws. It is proved that when the variation rate of time-varying parameters and the magnitude of the unmodeled dynamics are changing in some ranges, respectively, all the signals in the closed-loop system are bounded, and the output of each subsystem is relevant to the variation rate of system parameters. The effectiveness of the control scheme is demonstrated by a simulation example.

Key words: time-varying interconnected systems; backstepping; decentralized adaptive control

1 引言 (Introduction)

对于关联系统, 分散自适应控制是一个重要控制方案, 近20年来倍受人们的关注. 这一研究领域的开创性工作属于文献[1], 然而文[1]存在如下缺点: 1) 由于涉及未知常数, 因此很难验证矩阵的正定性; 2) 每个子系统的相对阶不能大于2; 3) 仅允许一些特殊的非线性关联项. 为了放宽这些约束条件, 许多学者做了大量工作, 得到了一些好的结果. 近几年, 研究的重点主要集中在分散自适应输出反馈控制上. 在最新的一个结果[2]中, 作者针对具有动态、静态关联项和未建模动态的关联系统, 通过利用MT-滤波器和反推设计方法, 证明了除参数估计外闭环系统的所有信号的渐近收敛性.

然而上述工作仅限于每个子系统的参数都是常数. 由于在许多实际控制问题中, 受控对象的数学模型的参数往往是时变的, 因此研究时变关联系统的分散自适应控制器的设计和分析是很有意义的工作.

本文的目的就是针对具有动态、静态关联项和未建模动态的时变关联系统, 通过利用反推设计方法和 $\sigma-$ 修正自适应律, 研究了鲁棒分散自适应镇定问题. 当时变参数的变化率及未建模动态的幅值分别在某些范围内变化时, 证明了闭环系统的全局稳定性, 且每一个闭环子系统的输出与系统参数的变化率有关. 同已有结果相比, 由于本文研究的关联系统具有时变参数、动静态关联项及未建模动态, 同时静态关联项满足非线性增长条件, 因此闭环系统的稳定性分析更加困难. 仿真例子验证了控制方案的有效性.

收稿日期: 2004−12−27; 收修改稿日期: 2005−12−27.
基金项目: 教育部新世纪优秀人才支持计划 (NCET−05−0607); 国家自然科学基金资助项目 (60304003).

2　问题的提出 (Problem statement)

考虑由 N 个时变子系统组成的关联系统, 第 i 个子系统表示如下

$$y_i(t)=(1+\mu_{ii}\varDelta_{ii}(s))A_{i0}(s,t)^{-1}\Big(B_{i0}(s,t)u_i(t)+D_{i0}(s)\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N}f_{ij}(t,y_j)\Big)+\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N}\mu_{ij}\varDelta_{ij}(s)y_j(t),\quad i=1,\cdots,N. \tag{2.1}$$

其中 $u_i(t),y_i(t)\in\mathbb{R}$ 分别表示第 i 个子系统的输入和输出, $A_{i0}(s,t)=s^{n_i}+s^{n_i-1}\alpha_{i,n_i-1}(t)+\cdots+s\alpha_{i1}(t)+\alpha_{i0}(t)$, $B_{i0}(s,t)=s^{m_i}b_{i,m_i}+\cdots+sb_{i1}(t)+b_{i0}(t)$, $\alpha_{ij}(t)$ 和 $b_{ik}(t)(j=0,\cdots,n_i-1,k=0,\cdots,m_i)$ 为未知时变参数, $D_{i0}(s)=(s^{n_i-1},\cdots,s,1)$, $f_{ij}(t,y_j)\in\mathbb{R}^{n_i}$, $\varDelta_{ij}(s)y_j(i\neq j)$ 分别表示第 j 个子系统到第 i 个子系统的静态和动态关联项, $\varDelta_{ii}(s)$ 表示第 i 个子系统的未建模动态, μ_{ij}, $\mu_{ii}>0(i,j=1,\cdots,N)$ 分别表示动态关联项和未建模动态的幅值. 值得注意的是本文中的 s 表示微分算子. 另外, 本文采用了左互质的I/O算子 $D^{-1}(s,t)N(s,t)$ 形式, 相关内容见文献[3].

对系统 (2.1) 作以下假设:

假设 1　$B_{i0}(s,t)$ 是Hurwitz多项式, 即对任意的 $t\geqslant 0$, $B_{i0}(s,t)$ 的所有根 $h_{ij}(t)$ 满足 $\mathrm{Re}(h_{ij}(t))<0, j=1,\cdots,m_i$. 每个子系统的阶次 n_i 和相对阶 $\rho_i=n_i-m_i$ 已知. $b_{i,m_i}(t)$ 的符号已知, 并且存在一个常数 $\delta>0$ 使得 $|b_{i,m_i}(t)|>\delta$.

假设 2　$\alpha_i(t)=(\alpha_{i,n_i-1}(t),\cdots,\alpha_{i0}(t))^{\mathrm{T}}$, $b_i(t)=(b_{i,m_i}(t),\cdots,b_{i0}(t))^{\mathrm{T}}$ 可微且有界, 它们的导数分段连续且有界. 即存在常数 $M_{\theta_i}>0$, $M_{\varrho_i}>0$使得$|\theta_i(t)|\leqslant M_{\theta_i}$, $|\varrho_i(t)|=|1/b_{i,m_i}(t)|\leqslant M_{\varrho_i}$, 其中 $\theta_i(t)=(b_i(t)^{\mathrm{T}},\alpha_i(t)^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}$.

假设 3　$f_{ij}(t,y_i)$ 满足 $|f_{ij}(t,y_j)|\leqslant\sum\limits_{k=1}^{k_{ij}}r_{ijk}|y_j|^k$, 其中 $r_{ijk}>0, K_{ij}>0$已知.

假设 4　$\varDelta_{ij}(s)(i,j=1,2,\cdots,N)$ 稳定且严格正则.

易证系统 (2.1) 有以下的状态空间实现:

$$\begin{cases}\dot{x}_i(t)=A_{i1}x_i(t)+\begin{pmatrix}0_{(\rho_i-1)\times 1}\\ b_i(t)\end{pmatrix}u_i(t)+\\ \qquad f_i(t)-\alpha_i(t)x_{i1}(t),\\ y_i(t)=x_{i1}(t)+\chi_i(t).\end{cases} \tag{2.2}$$

其中:

$$A_{i1}=\begin{pmatrix}0 & \\ \vdots & I_{n_i-1}\\ 0 & 0_{1\times(n_i-1)}\end{pmatrix},\ f_i(t)=\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N}f_{ij}(t,y_j(t)),$$

$$\chi_i(t)=\mu_{ii}\varDelta_{ii}(s)x_{i1}(t)+\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N}\mu_{ij}\varDelta_{ij}(s)y_j(t).$$

注 1　为了简化运算, 本文常用 x, X 分别表示 $x(t)$ 和 $X(s)$. 没有特殊说明, x_{ij} 表示向量 x_i 的第 j 个元素, c_i 和 c 泛指常数. $e_{ij}=(\overbrace{0,\cdots,0}^{j-1},1,0,\cdots,0)^{\mathrm{T}}$ 同与之相乘的矩阵有相应的维数.

3　分散自适应反推控制器的设计 (Design of decentralized adaptive backstepping controller)

选取适当的 $k_i=(k_{i1},\cdots,k_{i,n_i})^{\mathrm{T}}$, 子系统(2.2)可化为

$$\begin{cases}\dot{x}_i(t)=A_ix_i(t)+\begin{pmatrix}O_{(\rho_i-1)\times 1}\\ b_i(t)\end{pmatrix}u_i(t)+\\ \qquad f_i(t)-(k_i-\alpha_i(t))x_{i1}(t),\\ y_i(t)=x_{i1}(t)+\chi_i(t),\end{cases} \tag{3.1}$$

且 $A_i=A_{i1}-k_ie_{i1}^{\mathrm{T}}$ 稳定. 定义以下滤波器

$$\begin{cases}\dot{\eta}_i(t)=A_i\eta_i(t)+e_{i,n_i}y_i(t),\\ \xi_{ik}(t)=-(A_i)^k\eta_i(t),\ 0\leqslant k\leqslant n_i,\\ \dot{\lambda}_i(t)=A_i\lambda_i(t)+e_{i,n_i}u_i(t),\\ v_{ik}(t)=(A_i)^k\lambda_i(t),\ 0\leqslant k\leqslant m_i.\end{cases} \tag{3.2}$$

由式(3.2), 引入 $x_i(t)$ 的状态估计 $\hat{x}_i(t)$

$$\hat{x}_i(t)\triangleq\xi_{i,n_i}(t)+\sum_{k=0}^{n_i-1}\alpha_{ik}(t)\xi_{ik}(t)+\sum_{k=0}^{m_i}b_{ik}(t)v_{ik}(t)=B_{i0}(A_i,t)\lambda_i(t)-A_{i0}(A_i,t)\eta_i(t). \tag{3.3}$$

其中:

$$A_{i0}(A_i,t)=(A_i)^{n_i}+(A_i)^{n_i-1}\alpha_{i,n_i-1}(t)+\cdots+\alpha_{i0}(t),$$
$$B_{i0}(A_i,t)=(A_i)^{m_i}b_{i,m_i}(t)+\cdots+b_{i0}(t).$$

定义 $\varepsilon_i(t)=x_i(t)-\hat{x}_i(t)$, 由式(3.1) ~ (3.3)及$A_i$ 的定义得

$$\dot{\varepsilon}_i(t)=A_i\varepsilon_i(t)+D_i(t)+f_i(t)+(\alpha_i(t)-k_i)\chi_i(t), \tag{3.4}$$

其中

$$D_i(t)=\eta_i(t)\sum_{k=0}^{n_i-1}\dot{\alpha}_{ik}(t)(A_i)^k-\lambda_i(t)\sum_{k=0}^{m_i}\dot{b}_{ik}(t)(A_i)^k=\eta_i(t)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(A_{i0}(A_i,t))-\lambda_i(t)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(B_{i0}(A_i,t)).$$

对式(2.2)第2式两边作用s, 且由$\varepsilon_i(t)$ 的定义及式(3.3)易得

$$\begin{aligned}\dot{y}_i(t)=&\xi_{i,n_i}(t)+\omega_i^{\mathrm{T}}\theta_i(t)+\varepsilon_{i2}(t)+\\&(s+\alpha_{i,n_i-1}(t))\chi_i(t)+f_{i1}(t)=\\&\xi_{i,n_i}^2(t)+b_{i,m_i}(t)v_{i,m_i}^2(t)+\overline{\omega}_i^T\theta_i(t)+\\&\varepsilon_{i2}(t)+(s+\alpha_{i,n_i-1}(t))\chi_i(t)+f_{i1}(t).\end{aligned}\tag{3.5}$$

其中:

$$\begin{aligned}\omega_i(t)=&[v_{i,m_i}^2(t),\cdots,v_{i0}^2(t),\\&\varXi_{i2}(t)-y_i(t)e_{i1}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},\\\overline{\omega}_i(t)=&[0,v_{i,m_i-1}^2(t),\cdots,v_{i0}^2(t),\\&\varXi_{i2}(t)-y_i(t)e_{i1}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},\\\varXi_{i2}(t)=&[\xi_{i,n_i-1}^2(t),\cdots,\xi_{i0}^2(t)],\end{aligned}$$

ξ_{ij}^2,v_{ik}^2 分别是ξ_{ij},v_{ik} 的第2个元素. 由式(3.2)的第3, 4式得 $\dot{v}_{i,m_i}=A_iv_{i,m_i}+e_{i,\rho i}u_i$, 显然

$$\begin{cases}\dot{v}_{i,m_i}^j=v_{i,m_i}^{j+1}-k_{ij}v_{i,m_i}^1,\ j=2,\cdots,\rho_i-1,\\\dot{v}_{i,m_i}^{\rho_i}=v_{i,m_i}^{\rho_i+1}-k_{i,\rho_i}v_{i,m_i}^1+u_i.\end{cases}\tag{3.6}$$

利用文[4]中的反推设计技术对由式(3.5)和式(3.6)组成的系统设计自适应控制器. 定义坐标变换

$$\begin{cases}z_{i1}=y_i,\ z_{ik}=v_{i,m_i}^k-\alpha_{i,k-1},\\\qquad k=2,3,\cdots,\rho_i,\\z_{i,\rho_i+1}=v_{i,m_i}^{p_i+1}-\alpha_{i,\rho_i}+u_i.\end{cases}\tag{3.7}$$

选取控制律

$$\begin{cases}u_i=\alpha_{i,\rho_i}-v_{i,m_i}^{p_i+1},\ \alpha_{i1}=\hat{\varrho}_i\bar{\alpha}_{i1},\\\bar{\alpha}_{i1}=-(c_{i1}+2d_{i1})z_{i1}-\bar{c}_{i1}(z_{i1})^{2K-1}-\xi_{i,n_i}^2-\bar{\omega}_i^{\mathrm{T}}\hat{\theta}_i,\\\alpha_{i2}=-\hat{b}_{i,m_i}z_{i1}-[c_{i2}+d_{i2}(\dfrac{\partial\alpha_{i1}}{\partial y_i})^2]z_{i2}+\dfrac{\partial\alpha_{i1}}{\partial\hat{\theta}_i}\varGamma_i\tau_{i2}+\beta_{i2},\\\alpha_{ik}=-z_{i,k-1}-[c_{ik}+d_{ik}(\dfrac{\partial\alpha_{i,k-1}}{\partial y_i})^2]\,z_{ik}+\\\qquad\dfrac{\partial\alpha_{i,k-1}}{\partial\hat{\theta}_i}\varGamma_i\tau_{ik}-\sum\limits_{j=2}^{k-1}\sigma_{ij}^kz_{ij}+\beta_{ik},\\\beta_{ik}=\dfrac{\partial\alpha_{i,k-1}}{\partial y_i}(\xi_{i,n_i}^2+\omega_i^T\hat{\theta}_i)+\dfrac{\partial\alpha_{i,k-1}}{\partial\eta_i}(A_i\eta_i+\\\qquad e_{i,n_i}y_i)+\sum\limits_{j=1}^{m+k+1}\dfrac{\partial\alpha_{i,k-1}}{\partial\lambda_{ij}}(-k_{ij}\lambda_{i1}+\lambda_{i,j+1})+\\\qquad\dfrac{\partial\alpha_{i,k-1}}{\partial\hat{\varrho}_i}\dot{\varrho}+k_{ik}v_{i,m_i}^1,k=2,\cdots,\rho_i.\end{cases}\tag{3.8}$$

$c_{ik},d_{ik}(k=1,2,\cdots,\rho_i)$ 为设计参数, $k=\max\limits_{1\leqslant i,j\leqslant N}\{K_{ij}\}$, $\sigma_{ij}^k=\dfrac{\partial\alpha_{i,j-1}}{\partial\hat{\theta}_i}\varGamma_i\dfrac{\partial\alpha_{i,k-1}}{\partial\hat{y}_i}\omega_i$. 选取自适应律

$$\begin{cases}\dot{\hat{\theta}}_i=\varGamma_i\tau_{i,\rho_i}=\varGamma_iW_{\theta_i}z_i-\varGamma_i\sigma_{\theta_i}\hat{\theta}_i,\\\dot{\hat{\varrho}}_i=-\gamma_i\mathrm{sgn}(b_{i,m_i})\bar{\alpha}_{i1}z_{i1}-\gamma_i\sigma_{\varrho i}\hat{\varrho}_i,\\\tau_{i1}=(\omega_i-\hat{\varrho}_i\bar{\alpha}_{i1}e_{i1})z_{i1}-\sigma_{\theta_i}\hat{\theta}_i,\\\tau_{ik}=\tau_{i,k-1}-\dfrac{\partial\alpha_{i,k-1}}{\partial y_i}\omega_iz_{ik},\\\qquad k=2,3,\cdots,\rho_i.\end{cases}\tag{3.9}$$

其中: $\hat{\varrho}_i(t),\hat{\theta}_i(t)$ 分别是 $\varrho_i(t)$ 和 $\theta_i(t)$ 的估计, $\varGamma_i=\varGamma_i^{\mathrm{T}}>0$, $\gamma_i>0$, 且 $\sigma_{\theta_i}=\begin{cases}0,\ |\hat{\theta}_i|\leqslant M_{\theta_i},\\\sigma_{s\theta_i},\ |\hat{\theta}_i|\geqslant M_{\theta_i},\end{cases}$ $\sigma_{\varrho_i}=\begin{cases}0,\ |\hat{\varrho}_i|\leqslant M_{\varrho_i},\\\sigma_{s\varrho_i},\ |\hat{\varrho}_i|\geqslant M_{\varrho_i}.\end{cases}$ 由式(3.7)~(3.9)可得

$$\begin{aligned}\dot{z}_i=&A_{zi}z_i+W_{\varepsilon i}\varepsilon_{i2}+W_{\theta i}^{\mathrm{T}}\tilde{\theta}_i-b_{i,m_i}\bar{\alpha}_{i1}e_{i1}\tilde{\varrho}_i+\\&W_{\varepsilon i}[(s+\alpha_{i,n_i-1})\chi_i+f_{i1}].\end{aligned}\tag{3.10}$$

其中

$$A_{zi}=\begin{pmatrix}-c_{i1}-2d_{i1}-\bar{c}_{i1}(z_{i1})^{2K-2}&\hat{b}_{i,m_i}&0&\cdots&0\\-\hat{b}_{i,m_i}&-c_{i2}-d_{i2}(\dfrac{\partial\alpha_{i1}}{\partial y_i})^2&1+\sigma_{i2}^3&\cdots&\sigma_{i2}^{\rho_i}\\0&-1-\sigma_{i2}^3&\vdots&\vdots&\vdots\\\vdots&\vdots&\vdots&\vdots&1+\sigma_{i,\rho_i-1}^{\rho_i}\\0&\sigma_{i2}^{\rho_i}&\cdots&-1-\sigma_{i,\rho_i-1}^{\rho_i}&-c_{i,\rho_i}-d_{i,\rho_i}(\dfrac{\partial\alpha_{i,\rho_i-1}}{\partial y_i})^2\end{pmatrix},$$

$$W_{\varepsilon i}=(1,-\frac{\partial\alpha_{i1}}{\partial_{y_i}},\cdots,-\frac{\partial\alpha_{i,\rho_i-1}}{\partial_{y_i}})^{\mathrm{T}},W_{\theta i}^{\mathrm{T}}=W_{\varepsilon i}\omega_i^{\mathrm{T}}-\hat{\varrho}_i\bar{\alpha}_{i1}e_{i1}e_{i1}^{\mathrm{T}},\tilde{\theta}_i=\theta_i-\hat{\theta}_i,\tilde{\varrho}_i=\varrho_i-\hat{\varrho}_i.$$

4 主要结果 (Main results)

首先引入相似变换

$$\zeta_i(t) = T_i(t)x_i(t). \tag{4.1}$$

其中:

$$T_i(t) = ((A_{b_i}(t))^{\rho_i}e_{i1}, \cdots, A_{b_i}(t)e_{i1}, I_{m_i}),$$

$$A_{b_i}(t) = \begin{pmatrix} -b_{i,m_i+1}(t)/b_{i,m_i}(t) & \\ \vdots & I_{m_i-1} \\ -b_{i0}(t)/b_{i,m_i}(t) & 0\cdots 0 \end{pmatrix}$$

易证

$$\begin{cases} T_i(t)\begin{pmatrix} 0_{(\rho_i-1)\times 1} \\ b_i(t)\end{pmatrix} = 0, \\ T_i(t)A_{i1} = \\ A_{bi}(t)T_i(t)+T_i(t)(A_{i1})^{\rho_i}\begin{pmatrix} 0_{(\rho_i-1)\times 1} \\ b_i(t)\end{pmatrix}e_{i1}^{\mathrm{T}}. \end{cases} \tag{4.2}$$

由式(2.2) 和 (4.2), 对式(4.1) 求导得

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}_i(t) =& A_{b_i}(t)\zeta_i(t) + b_{b_i}(t)x_{i1}(t)+ \\ & \dot{T}_i(t)x_i(t) + \tilde{f}_i(t). \end{aligned} \tag{4.3}$$

其中 $b_{b_i} = T_i[(A_{i1})^{\rho_i}\begin{pmatrix} 0_{(\rho_i-1)\times 1} \\ b_i\end{pmatrix} - \alpha_i]$, $\tilde{f}_i = T_i f_i$, 由假设 4 可得 $\varDelta_{ii}(s)x_{i1}$, $\varDelta_{ij}(s)y_j$ 的状态空间实现为

$$\begin{cases} \dot{v}_{ii} = A_{v_{ii}}v_{ii} + b_{v_{ii}}x_{i1}, \\ \varDelta_{ii}(s)x_{i1} = e_{i1}^{\mathrm{T}}v_{ii}, \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{v}_{ij} = A_{v_{ij}}v_{ij} + b_{v_{ij}}y_j, \\ \varDelta_{ij}(s)y_j = e_{i1}^{\mathrm{T}}v_{ij}, \end{cases} \tag{4.4}$$

其中 $A_{v_{ii}}, A_{v_{ij}}$ 是 Hurwitz 的, 且 $e_{i1}^{\mathrm{T}}(sI_i - A_{v_{ii}})^{-1}\cdot b_{v_{ii}} = \varDelta_{ii}(s), e_{i1}^{\mathrm{T}}(sI_i - A_{v_{ij}})^{-1}b_{v_{ij}} = \varDelta_{ij}(s)$. 下面给出主要结果.

定理 1　考虑由系统 (2.1), 控制律 (3.8) 和自适应律 (3.9) 组成的闭环系统. 若假设条件 1∼4 成立, 且对任意 $t \geqslant 0$, $B_{i0}(A_i, t)$ 非奇异, 则一定存在常数 μ_i^*, β_{i1}^*, $\beta_{i2}^* > 0$, 使得对所有的 $\mu_i \in [0, \mu_i^*]$, $\beta_{i1} \in [0, \beta_{i1}^*]$和$\beta_{i2} \in [0, \beta_{i2}^*]$,

1) 闭环系统的所有信号有界;

2) 第 i 个子系统的输出 $y_i(t)$ 满足

$$\lim_{t\to\infty}\sup y_i^2(t) \leqslant \max\left\{\frac{c\sum\limits_{i=1}^{N}[(\beta_{i1}^*)^2+(\beta_{i2}^*)^2+\sigma_{\theta_i}+\sigma_{\varrho_i}]+c\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{N}(\beta_{i2}^*)^2}}{\alpha}, V(0)\right\}.$$

其中: $\mu_i = \max\limits_{1\leqslant j\leqslant N}\{\mu_{ij}\}$, $\beta_{i1} = \|\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(A_{i0}(A_i, t))\|$, $\beta_{i2} = \|\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(B_{i0}(A_i, t))\|$.

证　由 $A_i, A_{v_{ij}}$ 稳定, 则一定存在 $P_i, P_{v_{ij}} > 0$ 使得 $A_i^{\mathrm{T}}P_i + P_iA_i = -2I_{n_i}, A_{v_{ij}}^{\mathrm{T}}P_{v_{ij}} + P_{v_{ij}}A_{v_{ij}} = -I_{v_{ij}}, i, j = 1, \cdots, N$. 选取第 i 个子系统及整个闭环系统的 Lyapunov 函数

$$\begin{aligned} V_i =& \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{\rho_i}(z_{ij})^2 + d_{i0}\varepsilon_i^{\mathrm{T}}P_i\varepsilon_i + \gamma_{i1}\eta_i^{\mathrm{T}}P_i\eta_i + \\ & \sum_{j=1}^{N}q_{ij}v_{ij}^{\mathrm{T}}P_{v_{ij}}v_{ij} + \gamma_{i2}\zeta_i^{\mathrm{T}}P_{bi}\zeta_i + \\ & \frac{|b_{i,m_i}|}{2\gamma_i}\tilde{e}_i^2 + \frac{1}{2}\tilde{\theta}_i^{\mathrm{T}}\varGamma_i^{-1}\tilde{\theta}_i, \\ V =& \sum_{i=1}^{N}V_i. \end{aligned} \tag{4.5}$$

其中 $d_{i0}, \gamma_{i1}, \gamma_{i2}, q_{ij}$ 为待定参数. 经过一些计算可以找到 μ_i^* 和 β_{i1}^*, 使得对 $\mu_i \in [0, \mu_i^*]$, $\beta_{i1} \in [0, \beta_{i1}^*]$,

$$\begin{aligned} \dot{V} \leqslant& -\alpha V + \sum_{i=1}^{N}F_i + c\sum_{i=1}^{N}(\beta_{i2})^2V^{q+1} = \\ & -\alpha V + F + c\beta_2V^{q+1}. \end{aligned} \tag{4.6}$$

其中: $F_i = c_i[(\beta_{i1})^2 + (\beta_{i2})^2 + \sigma_{s\theta_i} + \sigma_{s\varrho_i}]$, $F = \sum\limits_{i=1}^{N}F_i, \beta_2 = \sum\limits_{i=1}^{N}(\beta_{i2})^2$. 因此选择适当小的 β_2, 则 $V = \dfrac{F+\sqrt{\beta_2}}{\alpha} \Rightarrow \dot{V} \leqslant 0$. 取 $\bar{V} = \max\{(F + \sqrt{\beta_2})/\alpha, V(0)\}$, 则 $\lim\limits_{t\to\infty}\sup y_i^2(t) = \lim\limits_{t\to\infty}\sup z_i^2(t) \leqslant \bar{V}$.

注 2　值得强调的是对于具体的例子, 沿着定理 1 的证明过程, $\mu_i^*, \beta_{i1}^*, \gamma_{i2}^*$ 可以具体算出. 限于篇幅, 定理的详细证明及具体例子的计算过程略.

5 一个例子 (An example)

考虑由两个子系统组成的关联系统

$$\begin{aligned} y_i(t) =& (1 + \mu_{ii}\varDelta_{ii}(s))A_{i0}(s, t)^{-1}(B_{i0}(s, t)u_i(t)+ \\ & D_{i0}(s)f_i(t, y_j)) + \mu_{ij}\varDelta_{ij}(s)y_j(t), \\ & i = 1, 2, i \neq j. \end{aligned} \tag{5.1}$$

其中: $A_{i0}(s, t) = s^2 + s\alpha_{i1}(t) + \alpha_{i0}(t), B_{i0}(s, t) = b_{i0}(t), D_{i0}(s) = (s, 1)$. 则式(5.1) 有以下实现

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = \begin{pmatrix} -\alpha_{i1}(t) & 1 \\ -\alpha_{i0}(t) & 0 \end{pmatrix}x_i(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ b_{i0}(t)\end{pmatrix}u_i(t) + \\ \qquad f_i(t, y_j), \\ y_i(t) = x_{i1}(t) + \chi_i(t),\ i = 1, 2. \end{cases} \tag{5.2}$$

其中:

$$f_1(t,y_2)=(0.1y_2^2-0.1y_2\cos y_2\tanh y_2,\\ 0.1y_2^2-0.1y_2\sin y_2)^{\mathrm{T}},$$

$$f_2(t,y_1)=(0.1y_1^2-0.1y_1\cos y_1,\\ 0.1y_1^2-0.1y_1\tanh y_1)^{\mathrm{T}},$$

$$\chi_1=\mu_{11}\frac{0.25}{s+1}x_{11}+\mu_{12}\frac{0.25}{s+1}y_2,$$

$$\chi_2=\mu_{21}\frac{0.25}{s+1}x_{21}+\mu_{22}\frac{0.25}{s+1}y_1.$$

由式(4.4)及Δ_{ij}的定义知$A_{v_{ij}}=-1,b_{v_{ij}}=0.25(i,j=1,2)$. 通过一系列计算可得$\mu_1^*=0.5961$, $\mu_2^*=0.5863$, $\beta_{11}^*=0.0855$, $\beta_{21}^*=0.0858$. 取$q=2,\alpha=0.25,c=10,\beta_{12}=\beta_{22}=1/30$. 从图1可以看出控制方案具有很好的控制性能.

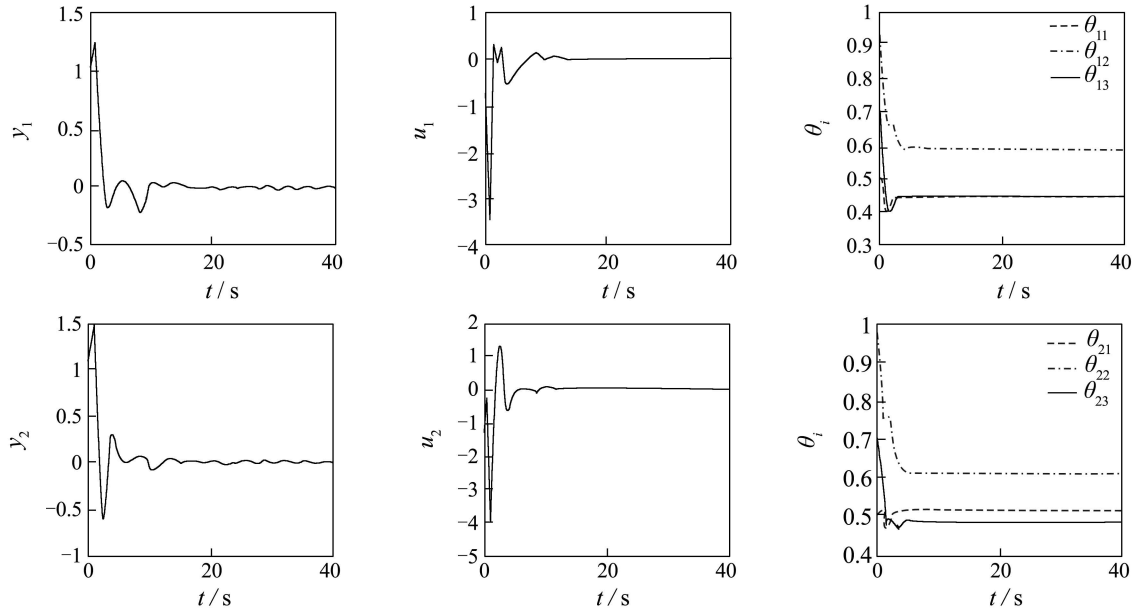

图 1 闭环系统的响应曲线

Fig. 1 Responses of closed-loop system

6 结论 (Conclusion)

针对一类具有关联项和未建模动态的时变关联系统, 研究了鲁棒分散自适应镇定问题. 当时变参数的变化率及未建模动态的幅值分别在某些范围内变化时, 证明了闭环系统的稳定性和跟踪性能.

参考文献(References):

[1] IOANNOU P A. Decentralized adaptive control of interconnected systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1986, 31(2): 291 – 298.

[2] WU Z J, XIE X J, ZHANG S Y. Robust decentralized adaptive stabilization for a class of interconnected systems with unmodeled dynamics[J]. *Int J of Systems Science*, 2004, 35(7): 389 – 404.

[3] TSAKALIS K S, IOANNOU P A. *Linear Time-Varying Systems: Control and Adaptation*[M]. New Jersey: Prentice Hall, 1996.

[4] KRSTIC M, KANNELLAKOPOULOS I, KOKOTOVIC P V. *Nonlinear and Adaptive Control Design*[M]. New York: John Wiley & Sons, 1995.

作者简介:

田 洁 (1979—), 女, 博士研究生, 研究方向是非线性系统的自适应控制理论, E-mail: tjie9801@163.com;

解学军 (1968—), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向是复杂系统的自适应控制理论, E-mail: xiexuejun@eyou.com.