第 23 卷第 5 期
2006 年 10 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 23 No. 5
Oct. 2006

文章编号：1000−8152(2006)05−0735−05

线性时滞关联大系统的分散$\alpha-$镇定

彭达洲，胥布工

(华南理工大学 自动化科学与工程学院, 广东 广州 510640)

摘要: 通过分析线性时滞关联大系统超越型的特征方程的根的分布, 并结合线性矩阵不等式(LMI)技术研究了含多个不确定常时滞的线性时滞关联大系统的可分散$\alpha-$镇定问题, 得到了相应的分散$\alpha-$反馈控制律. 不同于一般的结果, 本方法得到的分散控制器不但使得系统可分散镇定, 而且还可以确定闭环系统特征方程的根的实部的上界. 结果表示为LMI形式, 易于进行数值处理. 最后以一个数值例子显示了所得结果的有效性及其应用方法.

关键词: 分散$\alpha-$镇定; 时滞关联大系统; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP13　　　**文献标识码**: A

Decentralized $\alpha-$stabilization for linear interconnected large-scale time-delay system

PENG Da-zhou, XU Bu-gong

(College of Automation Science & Engineering, South China University of Technology, Guangzhou Guangdong 510640, China)

Abstract: The decentralized $\alpha-$stabilization for linear interconnected large-scale time-delay system is studied by analyzing the distribution of the roots of their transcendental characteristic equations and using LMI (linear matrix inequality) technology, and corresponding decentralized $\alpha-$feedback control law is obtained. Being different from common results, the obtained decentralized controller not only ensured the system robust stabilization, but also let the real part of all roots of the closed loop system's characteristic equation be less than a certain upper bound. The result is presented in the form of LMI problem so that it was easy to be calculated. Finally, a computation example is given to illustrate the proposed method.

Key words: decentralized $\alpha-$stabilization; interconnected large-scale time-delay system; LMI approach

1 引言(Introduction)

关联大系统广泛存在于现代工业、交通运输、网络、社会经济等领域中, 一般而言, 大系统具有规模庞大、结构复杂、系统模型维数高等特点, 由于分散控制有效地避免和降低了集中控制所存在的设计复杂、成本过高、调试维护困难及物理上难于实现等问题, 因此在关联大系统的控制问题上人们普遍采用分散控制技术. 另外, 由于实际的系统中普遍存在着时滞, 而时滞通常又是导致系统不稳定的重要原因, 因此时滞关联大系统的分散控制问题得到了研究者们广泛的关注并已取得不少成果[1~7]. 然而, 现有的研究结果基本上不涉及闭环系统的极点分布信息. 而另一方面, 对于实际的控制系统而言, 稳定性只是系统控制的最基本要求, 除此之外, 一个性能良好的控制系统还必须满足其他动态性能指标(如衰减率、响应速度等)的要求. 考虑到系统极点和系统性能之间的重要关系, 研究包含闭环系统极点信息的大系统控制算法有重要的理论和实际意义.

本文通过分析时滞关联大系统超越型的特征方程的根的分布, 并结合线性矩阵不等式(LMI)技术研究得到了包含闭环系统特征根实部信息的可分散镇定条件, 比一般结果更有应用价值. 所得结果表示为LMI形式, 易于计算求解.

2 系统描述与准备工作(System statement and preliminaries)

考虑如下具有$N\times N$个任意未知常时滞的、由N个相互关联的子系统$W_i,\ i=1,2,\cdots,N$组成的线性连续时滞大系统W:

$$W_i:\ \dot{x}_i(t)=A_ix_i(t)+\sum_{j=1}^{N}A_{ij}x_j(t-\tau_{ij})+B_iu_i(t). \tag{1}$$

其中关联矩阵A_{ij}可分解为满足匹配条件和不满足

收稿日期: 2005−10−21; 收修改稿日期: 2006−04−12.
基金项目: 广东省自然科学基金博士启动项目 (04300046); 国家自然科学基金资助项目 (60474047); 国家自然科学基金重点资助项目 (60334010).

匹配条件两项之和, 即

$$A_{ij}=B_iH_{ij}+D_{ij}. \tag{2}$$

本文旨在研究系统(1)在局部无记忆反馈控制律

$$u_i(t)=K_ix_i(t) \tag{3}$$

作用下, 闭环大系统(1)可分散$\alpha-$镇定的条件. 其中: $u_i\in\mathbb{R}^{m_i}$为子系统W_i的输入向量, $\sum\limits_{i=1}^{N}m_i=m$; B_i为适当维数的常矩阵; $K_i\in\mathbb{R}^{m_i\times n_i}$为局部控制器增益矩阵, A_i和A_{ij}为适当维数的常矩阵, $0\leqslant\tau_{ij}\leqslant\tau<\infty$为$N\times N$个任意未知的常时滞. 则系统$W$的闭环系统$\hat{W}$可写为

$$\hat{W}_i:\dot{x}_i(t)=(A_i+B_iK_i)x_i(t)+\sum_{j=1}^{N}A_{ij}x_j(t-\tau_{ij}). \tag{4}$$

进一步, 将大系统$\hat{W}$表示为如下形式:

$$\dot{X}(t)=A_{\rm c}X(t)+\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\bar{A}_{ij}X(t-\tau_{ij}). \tag{5}$$

其中:

$$A_{\rm c}=\begin{bmatrix}A_{c1}&&\\&\ddots&\\&&A_{cN}\end{bmatrix},$$
$$A_{ci}=A_i+B_iK_i,$$
$$\bar{A}_{ij}=\begin{bmatrix}&\vdots&\\\cdots&A_{ij}&\cdots\\&\vdots&\end{bmatrix}.$$

其中A_{ij}在分块矩阵$\bar{A}_{ij}$的第i行j列, $\bar{A}_{ij}$的其余元素均为零.

定义 1 若存在正数$\tau>0$, 使得对任意$\tau_{ij}\in[0,\ \tau]$, $i,j=1,2,\cdots,N$, 闭环系统(5)的特征方程

$$\det[sI-(A_{\rm c}+\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}{\rm e}^{-\tau_{ij}s}\bar{A}_{ij})]=0 \tag{6}$$

的所有根均位于复平面的${\rm Re}\,s\leqslant-\alpha<0$的范围内, 则称时滞关联大系统(1)可通过状态反馈控制律(3)分散$\alpha-$镇定.

注 1 如果特征方程(6)的所有根均位于复平面的${\rm Re}\,s<-\alpha\leqslant0$的范围内, 则显然时滞关联大系统(1)可通过状态反馈控制律(3)分散$\alpha-$镇定.

引理 1 对给定的常矩阵$M\in\mathbb{C}^{n\times m}$, 下列不等式对任意对称正定常矩阵$G\in\mathbb{R}^{m\times m}$成立

$$2\,|u^*Mv|\leqslant u^*MG^{-1}M^*u+v^*Gv. \tag{7}$$

证 根据Cauchy-Schwarz不等式得

$$2\,|u^*Mv|=2|u^*MG^{-\frac{1}{2}}G^{\frac{1}{2}}v|\leqslant$$
$$2\sqrt{u^*MG^{-1}M^*uv^*Gv}\leqslant u^*MG^{-1}M^*u+v^*Gv.$$

证毕.

3 主要结果(Main result)

定义如下的指标集合[5]:

$$\begin{cases}J_i(H)=\{j|H_{ij}\neq0,\ j=1,2,\cdots,N\},\\\tilde{J}_i(H)=\{j|H_{ji}\neq0,\ j=1,2,\cdots,N\},\\J_i(D)=\{j|D_{ij}\neq0,\ j=1,2,\cdots,N\},\\\tilde{J}_i(D)=\{j|D_{ji}\neq0,\ j=1,2,\cdots,N\},\end{cases} \tag{8}$$

并令$\tilde{N}_H(i)=k(\tilde{J}_i(H))$, $\tilde{N}_D(i)=k(\tilde{J}_i(D))$, $i=1,2,\cdots,N$, 其中$k(J)$表示集合J中元素的个数.有如下结论:

定理 1 若存在$\alpha\geqslant0$及适当维数的矩阵$Q_i\in\mathbb{R}^{m_i\times n_i}$及对称正定矩阵$P_i\in\mathbb{R}^{n_i\times n_i}$, $S_i\in\mathbb{R}^{n_i\times n_i}$, 使得

$$\begin{bmatrix}\varPsi_i&D_{i1}P_1&\cdots&D_{ij}P_j&\cdots&D_{iN}P_N\\P_1D_{i1}^{\rm T}&-{\rm e}^{-\alpha\tau}S_1&\cdots&0&\cdots&0\\\vdots&\vdots&\vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\P_jD_{ij}^{\rm T}&0&\cdots&-{\rm e}^{-\alpha\tau}S_j&\cdots&0\\\vdots&\vdots&\vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\P_ND_{iN}^{\rm T}&0&\cdots&0&\cdots&-{\rm e}^{-\alpha\tau}S_N\end{bmatrix}<0. \tag{9}$$

其中

$$\varPsi_i=A_iP_i+P_iA_i^{\rm T}+2\alpha P_i+\frac{1}{2}(B_iQ_i+Q_i^{\rm T}B_i^{\rm T})+$$
$${\rm e}^{\alpha\tau}(\tilde{N}_H(i)+\tilde{N}_D(i))S_i,$$
$$i=1,2,\cdots,N,\ j\in J_i(D).$$

则大系统(1)可通过状态反馈控制律(3)分散$\alpha-$镇定, 其中增益矩阵为

$$K_i=\frac{1}{2}(Q_i-{\rm e}^{\alpha\tau}\sum_{j\in J_i(H)}H_{ij}P_jS_j^{-1}P_jH_{ij}^{\rm T}B_i^{\rm T})P_i^{-1}. \tag{10}$$

证 令$\tilde{s}=\tilde{\sigma}+{\rm j}\,\tilde{\omega}$是特征方程(6)的根, 则

$$\det[\tilde{s}I-(A_{\rm c}+\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}{\rm e}^{-\tau_{ij}\tilde{s}}\bar{A}_{ij})]=0.$$

记

$$W(\tilde{\sigma},\ \tilde{\omega},\ \tau_{ij})=A_{\rm c}+\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}{\rm e}^{-\tau_{ij}\tilde{s}}\bar{A}_{ij}=$$
$$A_{\rm c}+\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\cos(-\tau_{ij}\tilde{\omega}){\rm e}^{-\tau_{ij}\tilde{\sigma}}\bar{A}_{ij}+$$
$${\rm j}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\sin(-\tau_{ij}\tilde{\omega}){\rm e}^{-\tau_{ij}\tilde{\sigma}}\bar{A}_{ij}. \tag{11}$$

其中$\tau_{ij}\in[0,\tau]$. 则必存在非零向量$\tilde{Y}=\tilde{Y}(\tilde{\sigma},\tilde{\omega},\tau_{ij})\in\mathbb{C}^n$, 使得

$$(\tilde{s}I - W(\tilde{\sigma},\ \tilde{\omega},\ \tau_{ij}))\tilde{Y} = 0.$$

即

$$W(\tilde{\sigma},\ \tilde{\omega},\ \tau_{ij})\tilde{Y} = (\tilde{\sigma} + \mathrm{j}\,\tilde{\omega})\tilde{Y}.$$

则

$$\begin{aligned}&\tilde{\sigma} = \mathrm{Re}\lambda(W(\tilde{\sigma},\tilde{\omega},\tau_{ij})) = \\ &\frac{\tilde{Y}^*[P^{-1}W(\tilde{\sigma},\tilde{\omega},\tau_{ij}) + W^*(\tilde{\sigma},\tilde{\omega},\tau_{ij})P^{-1}]\tilde{Y}}{2\tilde{Y}^*P^{-1}\tilde{Y}} = \\ &\frac{\varDelta}{2\tilde{Y}^*P^{-1}\tilde{Y}}.\end{aligned} \tag{12}$$

其中$P^{-1} = \mathrm{diag}(P_1^{-1},\ P_2^{-1},\ \cdots,\ P_N^{-1})$为对称正定矩阵, 则

$$\varDelta = \tilde{Y}^*(P^{-1}A_{\mathrm{c}} + A_{\mathrm{c}}^{\mathrm{T}}P^{-1} + \begin{bmatrix}\varPi_{11} & \cdots & \varPi_{1N} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \varPi_{N1} & \cdots & \varPi_{NN}\end{bmatrix})\tilde{Y}. \tag{13}$$

其中$\varPi_{ij} = \mathrm{e}^{-\tau_{ij}\tilde{\sigma}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\tau_{ij}\tilde{\omega}}P_i^{-1}A_{ij} + \mathrm{e}^{-\tau_{ji}\tilde{\sigma}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\tau_{ji}\tilde{\omega}}A_{ji}^{\mathrm{T}}P_j^{-1}$.

分解$\tilde{Y} = [\tilde{y}_1^{\mathrm{T}}\ \ \cdots\ \ \tilde{y}_N^{\mathrm{T}}\ ]^{\mathrm{T}}$, 则

$$\varDelta = \sum_{i=1}^{N}\tilde{y}_i^*(P_i^{-1}A_{ci} + A_{ci}^{\mathrm{T}}P_i^{-1})\tilde{y}_i + \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\tilde{y}_i^*\varPi_{ij}\tilde{y}_j. \tag{14}$$

根据引理1, 则

$$\begin{aligned}&\tilde{y}_i^*\varPi_{ij}\tilde{y}_j = \\ &\tilde{y}_i^*(\mathrm{e}^{-\tau_{ij}\tilde{\sigma}}\mathrm{e}^{-j\tau_{ij}\tilde{\omega}}P_i^{-1}(B_iH_{ij} + D_{ij})P_jS_j^{-\frac{1}{2}}S_j^{\frac{1}{2}}P_j^{-1})\tilde{y}_j + \\ &\tilde{y}_i^*(\mathrm{e}^{-\tau_{ji}\tilde{\sigma}}\mathrm{e}^{j\tau_{ji}\tilde{\omega}}P_i^{-1}S_i^{\frac{1}{2}}S_i^{-\frac{1}{2}}P_i(B_jH_{ji} + D_{ji})^{\mathrm{T}}P_j^{-1})\tilde{y}_j \leqslant \\ &\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-\tau_{ij}\tilde{\sigma}}(\tilde{y}_i^*P_i^{-1}B_iH_{ij}P_jS_j^{-1}P_jH_{ij}^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}}P_i^{-1}\tilde{y}_i + \\ &\tilde{y}_j^*P_j^{-1}S_jP_j^{-1}\tilde{y}_j) + \frac{1}{2}\mathrm{e}^{-\tau_{ij}\tilde{\sigma}}(\tilde{y}_i^*P_i^{-1}D_{ij}P_jS_j^{-1}P_jD_{ij}^{\mathrm{T}}P_i^{-1}\tilde{y}_i + \\ &\tilde{y}_j^*P_j^{-1}S_jP_j^{-1}\tilde{y}_j) + \frac{1}{2}\mathrm{e}^{-\tau_{ji}\tilde{\sigma}}(\tilde{y}_j{}^*P_j^{-1}B_jH_{ji}P_iS_i^{-1}P_iH_{ji}{}^{\mathrm{T}}B_j^{\mathrm{T}}\cdot \\ &P_j^{-1}\tilde{y}_j + \tilde{y}_i^*P_i^{-1}S_iP_i^{-1}\tilde{y}_i) + \frac{1}{2}\mathrm{e}^{-\tau_{ji}\tilde{\sigma}}(\tilde{y}_j^*P_j^{-1}D_{ji}P_iS_i^{-1}P_i\cdot \\ &D_{ji}^{\mathrm{T}}P_j^{-1}\tilde{y}_j + \tilde{y}_i^*P_i^{-1}S_iP_i^{-1}\tilde{y}_i).\end{aligned} \tag{15}$$

根据$J_i(H)$, $\tilde{J}_i(H)$, $J_i(D)$, $\tilde{J}_i(D)$的定义, 有

$$\begin{aligned}&\varDelta \leqslant \\ &\sum_{i=1}^{N}(\tilde{y}_i^*(P_i^{-1}A_i + A_i^{\mathrm{T}}P_i^{-1} + P_i^{-1}B_iK_i + K_i^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}}P_i^{-1})\tilde{y}_i + \\ &\sum_{j\in J_i(H)}\mathrm{e}^{-\tau_{ij}\tilde{\sigma}}\tilde{y}_i^*(P_i^{-1}B_iH_{ij}P_jS_j^{-1}P_jH_{ij}^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}}P_i^{-1})\tilde{y}_i + \\ &\sum_{j\in J_i(H)}\mathrm{e}^{-\tau_{ij}\tilde{\sigma}}\tilde{y}_j^*P_j^{-1}S_jP_j^{-1}\tilde{y}_j + \\ &\sum_{j\in J_i(D)}\mathrm{e}^{-\tau_{ij}\tilde{\sigma}}\tilde{y}_i^*(P_i^{-1}D_{ij}P_jS_j^{-1}P_jD_{ij}^{\mathrm{T}}P_i^{-1})\tilde{y}_i + \\ &\sum_{j\in J_i(D)}\mathrm{e}^{-\tau_{ij}\tilde{\sigma}}\tilde{y}_j^*P_j^{-1}S_jP_j^{-1}\tilde{y}_j) = \\ &\sum_{i=1}^{N}(\tilde{y}_i^*(P_i^{-1}A_i + A_i^{\mathrm{T}}P_i^{-1} + P_i^{-1}B_iK_i + K_i^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}}P_i^{-1})\tilde{y}_i + \\ &\sum_{j\in J_i(H)}\mathrm{e}^{-\tau_{ij}\tilde{\sigma}}\tilde{y}_i^*(P_i^{-1}B_iH_{ij}P_jS_j^{-1}P_jH_{ij}^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}}P_i^{-1})\tilde{y}_i + \\ &\sum_{j\in \tilde{J}_i(H)}\mathrm{e}^{-\tau_{ij}\tilde{\sigma}}\tilde{y}_i^*P_i^{-1}S_iP_i^{-1}\tilde{y}_i + \\ &\sum_{j\in J_i(D)}\mathrm{e}^{-\tau_{ij}\tilde{\sigma}}\tilde{y}_i^*(P_i^{-1}D_{ij}P_jS_j^{-1}P_jD_{ij}^{\mathrm{T}}P_i^{-1})\tilde{y}_i + \\ &\sum_{j\in \tilde{J}_i(D)}\mathrm{e}^{-\tau_{ij}\tilde{\sigma}}\tilde{y}_i^*P_i^{-1}S_iP_i^{-1}\tilde{y}_i) = \\ &\sum_{i=1}^{N}\tilde{y}_i^*P_i^{-1}(A_iP_i + P_iA_i^{\mathrm{T}} + B_iK_iP_i + PK_i^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}} + \\ &\sum_{j\in \tilde{J}_i(H)}\mathrm{e}^{-\tau_{ij}\tilde{\sigma}}S_i + \sum_{j\in \tilde{J}_i(D)}\mathrm{e}^{-\tau_{ij}\tilde{\sigma}}S_i + \\ &\sum_{j\in J_i(D)}\mathrm{e}^{-\tau_{ij}\tilde{\sigma}}(D_{ij}P_jS_j^{-1}P_jD_{ij}^{\mathrm{T}}) + \\ &\sum_{j\in J_i(H)}\mathrm{e}^{-\tau_{ij}\tilde{\sigma}}(B_iH_{ij}P_jS_j^{-1}P_jH_{ij}^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}}))P_i^{-1}\tilde{y}_i.\end{aligned} \tag{16}$$

由$K_i = \dfrac{1}{2}(Q_i - \mathrm{e}^{\alpha\tau}\sum\limits_{j\in J_i(H)}H_{ij}P_jS_j^{-1}P_jH_{ij}^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}})P_i^{-1}$, 得

$$\begin{aligned}\tilde{\sigma} \leqslant \{&\sum_{i=1}^{N}\tilde{y}_i^*P_i^{-1}[A_iP_i + P_iA_i^{\mathrm{T}} + \frac{1}{2}(B_iQ_i + Q_i^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}}) + \\ &\sum_{j\in \tilde{J}_i(D)}\mathrm{e}^{-\tau_{ij}\tilde{\sigma}}S_i + \sum_{j\in \tilde{J}_i(H)}\mathrm{e}^{-\tau_{ij}\tilde{\sigma}}S_i + \\ &\sum_{j\in J_i(D)}\mathrm{e}^{-\tau_{ij}\tilde{\sigma}}\left(D_{ij}P_jS_j^{-1}P_jD_{ij}^{\mathrm{T}}\right) + \\ &\sum_{j\in J_i(H)}\left(\mathrm{e}^{-\tau_{ij}\tilde{\sigma}} - \mathrm{e}^{\alpha\tau}\right)\left(B_iH_{ij}P_jS_j^{-1}P_jH_{ij}^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}}\right)]\cdot \\ &P_i^{-1}\tilde{y}_i\}/\sum_{i=1}^{N}\tilde{y}_i^*P_i^{-1}\tilde{y}_i.\end{aligned} \tag{17}$$

应用Schur补技巧, 式(9)意味着

$$\begin{aligned}&A_iP_i + P_iA_i^{\mathrm{T}} + \frac{1}{2}(B_iQ_i + Q_i^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}}) + \mathrm{e}^{\tau\alpha}(\tilde{N}_H(i) + \\ &\tilde{N}_D(i))S_i + \mathrm{e}^{\tau\alpha}\sum_{j\in J_i(D)}\left(D_{ij}P_jS_j^{-1}P_jD_{ij}^{\mathrm{T}}\right) < -2\alpha P_i.\end{aligned} \tag{18}$$

下面的证明采用反证法. 当式(9)成立时, 假设系统(5) 的特征方程存在一个根$\tilde{s} = \tilde{\sigma} + \mathrm{j}\,\tilde{\omega} \in \mathbb{C}$, 使得$\tilde{\sigma} \geqslant -\alpha$, 则由式(17)和(18), 得到

$$\begin{aligned}&-\alpha \leqslant \tilde{\sigma} \leqslant \\ &\{\sum_{i=1}^{N}\tilde{y}_i^*P_i^{-1}[A_iP_i + P_iA_i^{\mathrm{T}} + \frac{1}{2}(B_iQ_i + Q_i^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}}) + \\ &\sum_{j\in \tilde{J}_i(D)}\mathrm{e}^{-\tau_{ij}\tilde{\sigma}}S_i + \sum_{j\in \tilde{J}_i(H)}\mathrm{e}^{-\tau_{ij}\tilde{\sigma}}S_i +\end{aligned}$$

$$\sum_{j\in J_i(D)} \mathrm{e}^{-\tau_{ij}\tilde{\sigma}}\left(D_{ij}P_jS_j^{-1}P_jD_{ij}^{\mathrm{T}}\right)+$$
$$\sum_{j\in J_i(H)}\left(\mathrm{e}^{-\tau_{ij}\tilde{\sigma}}-\mathrm{e}^{\alpha\tau}\right)\left(B_iH_{ij}P_jS_j^{-1}P_jH_{ij}^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}}\right)]\cdot$$
$$P_i^{-1}\tilde{y}_i\}/\sum_{i=1}^{N}\tilde{y}_i^*P_i^{-1}\tilde{y}_i\leqslant$$
$$\{\sum_{i=1}^{N}\tilde{y}_i^*P_i^{-1}[A_iP_i+P_iA_i^{\mathrm{T}}+\frac{1}{2}(B_iQ_i+$$
$$Q_i^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}})+\mathrm{e}^{\tau\alpha}(\tilde{N}_H(i)+\tilde{N}_D(i))S_i+\mathrm{e}^{\tau\alpha}\sum_{j\in J_i(D)}(D_{ij}\cdot$$
$$P_jS_j^{-1}P_jD_{ij}^{\mathrm{T}})]P_i^{-1}\tilde{y}_i\}/\sum_{i=1}^{N}2\tilde{y}_i^*P_i^{-1}\tilde{y}_i<-\alpha. \quad (19)$$

上式是一个矛盾, 所以假设不成立. 证毕.

推论 1 若存在适当维数矩阵$Q_i\in\mathbb{R}^{m_i\times n_i}$, 对称正定矩阵$P_i\in\mathbb{R}^{n_i\times n_i}$, $S_i\in\mathbb{R}^{n_i\times n_i}$, 使得

$$\begin{bmatrix} \Psi_i & D_{i1}P_1 & \cdots & D_{ij}P_j & \cdots & D_{iN}P_N \\ P_1D_{i1}^{\mathrm{T}} & -S_1 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ P_jD_{ij}^{\mathrm{T}} & 0 & \cdots & -S_j & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ P_ND_{iN}^{\mathrm{T}} & 0 & \cdots & 0 & \cdots & -S_N \end{bmatrix}<0. \quad (20)$$

其中

$$\Psi_i=A_iP_i+P_iA_i^{\mathrm{T}}+\frac{1}{2}(B_iQ_i+Q_i^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}})+$$
$$(\tilde{N}_H(i)+\tilde{N}_D(i))S_i,$$
$$i=1,2,\cdots,N,\ j\in J_i(A).$$

则大系统(1)可通过如下状态反馈控制律分散镇定:

$$K_i=\frac{1}{2}(Q_i-\sum_{j\in J_i(H)}H_{ij}P_jS_j^{-1}P_jH_{ij}^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}})P_i^{-1}. \quad (21)$$

证 根据定理1, 取$\alpha=0$即可.

注 2 推论1即相当于文[5]采用时域法得到的结果, 显然推论1是定理1在$\alpha=0$时的特例, 而且定理1得到的控制器不但可以使得闭环大系统渐近稳定, 而且还可以使得闭环系统的极点分布满足$\mathrm{Re}\,s<-\alpha\leqslant 0$的要求, 且其结果是时滞相关的, 因此更有应用价值.

4 数值例子(Numerical example)

例 考虑系统(1)中$N=3$的时滞关联大系统, 其中:

$$A_1=\begin{bmatrix}-5&2&1\\0&-5&0\\4&-1&2\end{bmatrix},\ A_2=\begin{bmatrix}-1&0&0\\-1&-2&-1\\1&1&1\end{bmatrix},$$
$$A_3=\begin{bmatrix}-2&2\\0&1\end{bmatrix},\ B_1=\begin{bmatrix}-1\\0\\1\end{bmatrix},\ B_2=\begin{bmatrix}-1&0\\0&2\\0&1\end{bmatrix},$$
$$B_3=\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix},\ H_{12}=[-2\ \ 1\ \ 2],$$
$$H_{21}=\begin{bmatrix}1&0&2\\1&-1&2\end{bmatrix},\ H_{23}=\begin{bmatrix}1&0\\1&0\end{bmatrix},$$
$$H_{32}=[-1\ \ 1\ \ 0],\ H_{31}=[3\ \ -1\ \ 1],$$
$$H_{13}=0, H_{11}=0, H_{22}=0, H_{33}=0,$$
$$D_{21}=\begin{bmatrix}1&2&0\\0&0&0\\-2&0&0\end{bmatrix},\ D_{31}=\begin{bmatrix}1&1&0\\-1&-1&0\end{bmatrix},$$
$$D_{32}=\begin{bmatrix}-1&0&-1\\1&0&0\end{bmatrix},\ D_{23}=\begin{bmatrix}1&0\\0&0\\-1&0\end{bmatrix},$$
$$D_{11}=0,\ D_{12}=0,\ D_{22}=0,\ D_{33}=0,\ D_{13}=0,$$
$$\tau_{ij}\leqslant\tau=0.5,\ i,j=1,2,3.$$

由此, 可以得到

$$\tilde{N}_H(1)=2,\ \tilde{N}_H(2)=2,\ \tilde{N}_H(3)=1,$$
$$\tilde{N}_D(1)=2,\ \tilde{N}_D(2)=1,\ \tilde{N}_D(3)=1.$$

要求设计的分散控制器使得系统可α–分散镇定且$\alpha=0.1$. 根据定理1, 应用MATLAB LMI工具箱求解式(9), 可以得到:

$$P_1=\begin{bmatrix}51.9669&-13.5165&-24.8601\\-13.5165&47.4482&-0.2818\\-24.8601&-0.2818&14.8916\end{bmatrix}>0,$$
$$P_2=\begin{bmatrix}42.6366&21.8922&-19.7077\\21.8922&295.7180&-34.0147\\-19.7077&-34.0147&46.3111\end{bmatrix}>0,$$
$$P_3=\begin{bmatrix}48.7970&-19.7807\\-19.7807&216.1846\end{bmatrix}>0,$$
$$S_1=\begin{bmatrix}89.7985&-9.6179&-65.0939\\-9.6179&92.9446&-14.8318\\-65.0939&-14.8318&67.7728\end{bmatrix}>0,$$
$$S_2=\begin{bmatrix}117.6391&1.6463&-0.6017\\1.6463&106.3152&8.9738\\-0.6017&8.9738&88.1980\end{bmatrix}>0,$$
$$S_3=\begin{bmatrix}107.2340&9.6295\\9.6295&98.2437\end{bmatrix}>0,$$

$$Q_1=[176.4785\ \ -349.7259\ \ 208.1909],$$

$$Q_2=\begin{bmatrix}-519.4601 & 582.4832 & 194.0667\\ 212.5087 & -331.9907 & 523.8909\end{bmatrix},$$

$$Q_3=[90.5042\ \ 825.8450].$$

根据式(10),得到$\alpha-$分散控制器:

$$K_1=[5.8874\ \ -2.0112\ \ -0.5011],$$

$$K_2=\begin{bmatrix}-6.4347 & 1.3129 & -0.1114\\ 6.5816 & -0.4561 & 7.3240\end{bmatrix},$$

$$K_3=\begin{bmatrix}-11.2779 & -1.7195\end{bmatrix}.$$

参考文献(References):

[1] GUNDES A N, KABULI M G. Reliable decentralized integral-action controller design[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2001, 46(2): 296 – 301.

[2] SCORLETTI R, DUC G. An LMI approach to decentralized H-Infinity control[J]. *Int J of Control*, 2001, 74(3): 211 – 224.

[3] TSAY J T, LIU P L, SU T J. Robust stability for perturbed large-scale time-delay systems[J]. *IEE Proceedings Control Theory and Applications*, 1996, 143(3): 233 – 236.

[4] XU B, LAM J. Decentralized stabilization of large-scale interconnected time-delay systems[J]. *J of Optimization Theory and Applications*, 1999, 103(1): 231 – 240.

[5] 胥布工, 许益芳, 周有训. 关联时滞在系统的分散镇定: 线忧矩阵不等式方法[J]. 控制理论与应用, 2002, 19(3): 475 – 478.
(XU Bugong, XU Yifang, ZHOU Youxun. Decentralized stabilization of large-scale interconnected time-delay systems: an LMI Approach[J].*Control Theory & Applications*, 2002, 19(3): 475 – 478.

[6] WU Hansheng. Decentralized adaptive robust control for a class of large-scale systems including delayed state perturbations in the interconnections[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2002, 47(10): 1745 – 1751.

[7] 刘晓志, 李华, 井元伟, 等. 不确定关联时滞系统基于观测器的鲁棒分散镇定[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2004, 25(6): 511 – 514.
(LIU Xiaozhi, LI Hua, JING Yuanwei, et al. Observer-based robust decentralized stabilization for a class of uncertain interconnected time-delay systems[J]. *J of Northeastern University (Natural Science)*, 2004, 25(6): 511 – 514.)

作者简介:

彭达洲　(1972—) , 男, 博士, 讲师, 主要研究兴趣为时滞系统和不确定性系统的分析与综合、网络拥塞控制, E-mail:dzhpeng@scut.edu.cn;

胥布工　(1956—) , 男, 教授, 博士生导师, 1993 年获工学博士学位, 1993年11月至1995年3 月在英国Strathclyde大学电子与电机工程系作访问研究, 主要研究兴趣为时滞系统和不确定性系统的分析与综合、大系统理论及其应用.

(上接第734页)

[2] KAZARLIS S A, BAKIRTZIS A G, PETRIDIS V. A genetic algorithm solution to the unit commitment problem[J]. *IEEE Trans on Power Systems*, 1996, 11(1): 83 – 92.

[3] MANTAWY A H, ABDEL-MAGID Y L, SELIM S Z. Integrating genetic algorithms, tabu search, and simulated annealing for the unit commitment problem[J]. *IEEE Trans on Power Systems*, 1999, 14(3): 829 – 836.

[4] DESOUKY A E, AGGARWAL R, EIKARTEB M M, et al. Advanced hybrid genetic algorithm for short-term generation scheduling[J]. *IEE Proc-Gener Trans on Distrib*, 2001, 148(6): 512 – 517.

[5] TONG S, SHAHIDEHPOUR S, OUYANG Z. A heuristic short-term unit commitment[J]. *IEEE Trans on Power Systems*, 1991, 6(3): 1210 – 1216.

[6] 唐巍, 李殿璞. 电力系统经济负荷分配的混沌优化方法[J]. 中国电机工程学报, 2000, 20(10) : 36 – 40.
(TANG Wei, LI Dianpu. Chaotic optimization for economic dispatch of power systems[J]. *Proceedings of CSEE*, 2000, 20(10): 36 – 40.)

[7] SRINIVASAN D, CHANG C S, LIEW A C. Multi-objective generation schedule using fuzzy optimal search technique[J]. *IEE Pro-Gener Trans on Distrib*, 1994, 141(3): 231 – 241.

[8] SRINIVASAN D, TETTAMANZI A. An evolutionary algorithm for evaluation of emission compliance options in view of the clean air act amendments[J]. *IEEE Trans on Power Systems*, 1997, 12(1): 152 – 158.

[9] PODMORE R. A Simplified and improved method for calculating transmission loss formulas[J]. *Pro PICA*, 1983, 18(2): 40.

[10] ISHIBUCHI H, MURATA T. A multi-objective genetic local search algorithm and its application to flowshop scheduling[J]. *IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics*, 1998, 28(3): 392 – 403.

[11] 张春慨, 李霄峰, 邵惠鹤. 基于线性搜索的混沌优化及其在非线性约束优化问题中的应用[J]. 控制与决策, 2001, 16(1): 123 – 128.
(ZHANG Chunkai, LI Xiaofeng, SHAO Huihe. A chaos optimization algorithm based on linear search and its application to nonlinear constraint optimization problems[J]. *Control and Decision*, 2001, 16(1): 123 – 128.)

作者简介:

王　欣　(1971—), 女, 副教授, 博士生, 主要研究方向为复杂工业过程建模与智能控制、实时智能调度系统, E-mail: wwangxin97@163.com;

秦　斌　(1963—), 男, 教授, 主要研究方向为复杂工业过程智能控制与智能调度、多智能体应用;

阳春华　(1965—), 女, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为智能控制、实时优化调度.