

文章编号: 1000-8152(2006)05-0768-05

## 一类不确定模糊模型的输出反馈鲁棒预测控制

苏成利, 王树青

(浙江大学 先进控制研究所, 浙江 杭州 310027)

**摘要:** 针对一类满足扇形界条件的不确定模糊模型描述的非线性系统, 提出一种输出反馈鲁棒预测控制方法。该方法将鲁棒预测控制的Min-Max 优化问题转化为具有LMI 约束的线性目标最小化问题, 并且不需系统状态完全可测, 仅仅利用系统测量输出和不可测状态的界限值来确定保证闭环系统鲁棒稳定的输出反馈控制器。仿真实验证明了该方法的有效性。

**关键词:** 模糊模型; 非线性系统; 输出反馈; 线性矩阵不等式; 预测控制

中图分类号: TP273 文献标识码: A

## Output feedback robust predictive control based on a class of uncertain fuzzy models

SU Cheng-li, WANG Shu-qing

(Institute of Advanced Process Control, Zhejiang University, Hangzhou Zhejiang 310027, China)

**Abstract:** An output feedback robust predictive control approach is proposed based on a class of uncertain fuzzy models satisfying the sector bound condition for nonlinear systems. Firstly, the Min-Max optimization problem of robust predictive control is converted into linear objective minimization problem with linear matrix inequality (LMI) constrains in this approach. The system states do not need to be exactly measurable, only the measurement outputs and the extreme values of the unmeasured states are used to determine the output feedback controller. Robust stability of the closed-loop system is demonstrated. Finally, simulation results show that the proposed approach is an effective control strategy with excellent tracing characteristics and strong robustness.

**Key words:** fuzzy model; nonlinear systems; output feedback; linear matrix inequality (LMI); predictive control

### 1 引言(Introduction)

大多工业过程都带有约束, 且具有非线性特性, 以往采用工作点附近线性化模型的预测控制已很难满足性能要求, 这引起了人们对非线性模型预测控制<sup>[1]</sup>的普遍关注。由于预测控制是以预测模型为基础, 所以获得对象的数学模型是实现预测控制的前提。近年来, 模糊模型以其优良的非线性逼近能力和参数不确定性处理能力得到了广泛应用<sup>[2,3]</sup>。文献[4, 5]分别研究了在模型参数不确定性和状态变量已知以及模型参数不确定性和状态变量难以获取情况下的非线性系统鲁棒控制问题。这些方法的控制作用一般通过求解一组保证系统在Lyapunov意义下鲁棒稳定的线性矩阵不等式来获得, 但所得控制作用并不能保证是最优解, 有时不能获得较好的控制效果, 而基于某一性能指标实施滚动优化的预测控制是

解决这一问题的最好方法。文献[6]提出了一种用模糊模型作为预测模型的非线性预测控制方法, 但没有考虑模型的不确定性而且需要状态完全可测。文献[7]通过将模糊模型的输出反馈作为模型输入, 构成模糊多步预报器, 给出了一种基于T-S 模糊模型的预测控制方法, 该方法不需要状态完全可测。文献[8]将线性时变子系统模型加非线性子系统模型作为预测模型, 然后直接利用模糊逻辑系统设计控制器, 并基于广义误差估计值自适应调整控制器参数, 较好地抑制了模型不确定性的影响, 该方法避免了通常广义预测控制中的矩阵求逆, 减小了计算量。

本文针对一类满足扇形界条件的不确定模糊模型描述的非线性系统, 提出了一种基于输出反馈的鲁棒预测控制算法。算法将鲁棒预测控制的Min-Max 优化问题转化为具有LMI 约束的线性目标最小

收稿日期: 2005-03-23; 收修改稿日期: 2005-11-30.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60421002).

化问题, 并且不需要系统状态完全可测, 仅仅利用输出信息和未知状态的界限值来确定控制器。算法保证了闭环系统的鲁棒稳定性。

## 2 非线性系统模糊模型(Fuzzy model of nonlinear systems)

考虑如下离散仿射非线性系统

$$\begin{cases} x(k+1) = f(x(k)) + g(x(k))u(k), \\ y(k) = Cx(k). \end{cases} \quad (1)$$

式中  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $u \in \mathbb{R}^m$ ,  $y \in \mathbb{R}^q$  分别为系统状态、输入和输出,  $f(x) \in \mathbb{R}^n$  连续且  $f(0) = 0$ ,  $g(x) \in \mathbb{R}^{m \times n}$ .

在一个任意大的紧子空间  $\phi \in \mathbb{R}^n$  内, 上述非线性系统可用如下离散不确定模糊模型逼近:

$$\begin{cases} x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)u(k) + f_u(x, u), \\ y(k) = Cx(k), \\ A(k) = \sum_{d=1}^D \lambda^d A^d, B(k) = \sum_{d=1}^D \lambda^d B^d, \\ \lambda^d = \frac{\alpha^d(x)}{\sum_{d=1}^D \alpha^d(x)}, \sum_{d=1}^D \lambda^d = 1, d = 1, \dots, D, \\ f_u(x, u) = \Delta A(k)x(k) + \Delta B(k)u(k). \end{cases} \quad (2)$$

其中:  $\lambda^d$  为模糊基函数,  $\alpha^d(x) : \phi \rightarrow [0, 1]$  为模糊隶属度函数。令集合  $\Omega = \text{Co}\{[A^1 \ B^1], \dots, [A^D \ B^D]\}$ , 则  $[A(k) \ B(k)] \in \Omega$ , 不确定性  $f_u(x, u)$  包括了建模误差和参数不确定性, 假设满足如下扇形界条件<sup>[3]</sup>:

$$f_u^T(x, u)f_u(x, u) \leq \mu^2 \begin{bmatrix} x(k) \\ u(k) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} x(k) \\ u(k) \end{bmatrix}. \quad (3)$$

式中  $\mu = \max\{\bar{\mu}_A, \bar{\mu}_B\}^{1/\sqrt{2}}$ .  $\bar{\mu}_A, \bar{\mu}_B$  满足

$$\|\Delta A(k)\|_a \leq \bar{\mu}_A, \|\Delta B_s(k)\|_a \leq \bar{\mu}_B. \quad (4)$$

其中:  $\Delta B_s(k) = [\Delta B(k) \ 0_{n \times (n-m)}]$ ,  $\|\cdot\|_a$  表示绝对矩阵范数。

## 3 基于输出反馈的鲁棒预测控制(Output feedback robust predictive control)

为了设计输出反馈预测控制器, 现构造如下的动态输出反馈控制器

$$\begin{cases} x_c(k+1) = A_c(k)x_c(k) + B_c(k)y(k), \\ u(k) = C_c x_c(k). \end{cases} \quad (5)$$

式中:  $x_c \in \mathbb{R}^n$  为控制器状态,  $A_c(k) = \sum_{d=1}^D \lambda^d A_c^d$ ,  $B_c(k) = \sum_{d=1}^D \lambda^d B_c^d$ ,  $C_c$  分别为适当维数的矩阵, 且满足  $[A_c(k) \ B_c(k)] \in \text{Co}\{[A_c^1 \ B_c^1], \dots, [A_c^D \ B_c^D]\}$ .

将系统(2)和系统(5)写成如下的增广系统:

$$\hat{x}(k+1) = \hat{A}(k)\hat{x}(k) + \hat{B}(k)u(k) + \hat{f}_u(x, u), \quad (6a)$$

$$u(k) = K\hat{x}(k), \quad (6b)$$

$$y(k) = \hat{C}\hat{x}(k). \quad (6c)$$

式中:  $\hat{x}(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ x_c(k) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2n}$ ,  $\hat{f}_u(x, u) = \begin{bmatrix} f_u(x, u) \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2n}$ ,  $\hat{A}(k) = \begin{bmatrix} A(k) & 0 \\ B_c(k)C & A_c(k) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$ ,  $\hat{B}(k) = \begin{bmatrix} B(k) \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2n \times m}$ ,  $K = [0 \ C_c] \in \mathbb{R}^{m \times 2n}$ ,  $\hat{C} = [C \ 0] \in \mathbb{R}^{q \times 2n}$ .

为保证稳定性, 采用如下无限时域目标函数<sup>[9]</sup>

$$J_\infty(k) = \sum_{i=0}^{\infty} \|\hat{x}(k+i|k)\|_{\hat{Q}} + \|u(k+i|k)\|_R. \quad (7)$$

式中:  $\hat{Q} = \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .  $Q > 0, R > 0, \hat{x}(k+i|k), u(k+i|k)$  分别为  $k$  时刻状态和控制输入在  $k+i$  时刻的预测值。

引入二次函数  $V(\hat{x}(k)) = \hat{x}^T(k)P\hat{x}(k), P > 0$ . 显然若  $\hat{x}(\infty|k) = 0$ , 则  $V(\hat{x}(\infty|k)) = 0$ . 在采样时刻  $k$  以及  $i \geq 0$ , 假设以下不等式成立

$$\begin{aligned} V(\hat{x}(k+i+1|k)) - V(\hat{x}(k+i|k)) &\leq \\ -\|\hat{x}(k+i|k)\|_{\hat{Q}} - \|u(k+i|k)\|_R. \end{aligned} \quad (8)$$

将式(8)两端从  $i = 0$  到  $i = \infty$  分别相加, 并考虑  $\hat{x}(\infty|k) = 0$ , 可得

$$J_\infty(k) \leq V(\hat{x}(k|k)). \quad (9)$$

由式(9)可知下式成立

$$\max_{i \geq 0} J_\infty(k) \leq V(\hat{x}(k|k)). \quad (10)$$

从式(10)可看出  $V(\hat{x}(k|k))$  实质是目标函数(7)的一个上界。这样 Min-Max 鲁棒预测控制问题可转化为

$$\min_{u(k+i|k), i \geq 0} V(\hat{x}(k|k)), \quad (11)$$

且满足约束条件(8)。

本文中由于系统(1)状态不是完全可测, 为此将系统状态向量分解成

$$x(k) = \begin{bmatrix} x_m(k) \\ x_r(k) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^n. \quad (12)$$

式中:  $x_m(k) \in \mathbb{R}^p$  为可测状态,  $x_r(k) \in \mathbb{R}^{n-p}$  为不可测状态,  $p \leq q$ . 假设不可测状态  $x_r(k)$  满足如下特性

$$x_{rl}^{\min} \leq x_{rl}(k) \leq x_{rl}^{\max}, l = 1, \dots, n-p. \quad (13)$$

令  $\{x_{r1}, x_{r2}, \dots, x_{rt}\}$  是不可测状态界限值凸组合获得的多面体顶点, 且  $t = 2^{n-p}$ , 则有

$$\chi_j(k) = \begin{bmatrix} x_m(k) \\ x_{rj} \end{bmatrix}, \quad \hat{\chi}_j(k) = \begin{bmatrix} x_m(k) \\ x_{rj} \\ x_c(k) \end{bmatrix}. \quad (14)$$

式中:  $\chi_j(k) \in \mathbb{R}^n$ ,  $\hat{\chi}_j(k) \in \mathbb{R}^{2n}$ ,  $j = 1, \dots, t$ .

**定理 1** 对于系统(1), 满足输入约束条件  $\|u(k)\|_2 \leq u_{\max}$ ,  $k \geq 0$  为采样时刻, 如果对称正定矩阵  $X \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $Y \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , 矩阵  $L \in \mathbb{R}^{q \times n}$ ,  $F^d \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ,  $Z^d \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $d = 1, \dots, D$  是以下优化问题的解(如果存在).

$\min \gamma$  s.t.

$$\begin{bmatrix} Y & I & Y_j(k) \\ I & X & \chi_j(k) \\ \chi_j^T(k)Y & \chi_j^T(k) & I \end{bmatrix} \geq 0, \quad j = 1, \dots, t, \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} Y & I & 0 & * & * & 0 & * & * \\ I & X & L & * & * & * & * & * \\ 0 & R^{1/2}L & \gamma I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Q^{1/2} & Q^{1/2}X & 0 & \gamma I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mu I & \mu X & 0 & 0 & \gamma I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu L & 0 & 0 & 0 & \gamma I & 0 & 0 \\ YA^d + F^dC & Z^d & 0 & 0 & 0 & 0 & M & I - \mu Y \\ A^d & A^dX + B^dL & 0 & 0 & 0 & 0 & I - \mu X & X - \mu I \end{bmatrix} \geq 0, \quad d = 1, \dots, D, \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} Y & I & 0 \\ I & X & L^T \\ 0 & L & u_{\max}^2 I \end{bmatrix} \geq 0. \quad (17)$$

其中 “\*” 表示对称位矩阵的转置. 那么控制器(5)是系统(1)的一个动态输出反馈预测控制器, 且控制器参数的在线计算式为

$$\begin{cases} V = (I - YX)(U^T)^{-1}, & A_c^d = V^{-1}Z^d(U^T)^{-1}, \\ B_c^d = V^{-1}F^d, & C_c = L(U^T)^{-1}. \end{cases} \quad (18)$$

其中  $U$  为事先确定的一正则矩阵.

**证** 由于鲁棒预测控制优化问题(11)等价于如下具有LMI 约束的线性目标最小化问题:

$$\begin{aligned} \min \quad & \gamma \\ \text{s.t.} \quad & \hat{x}^T(k|k)P\hat{x}(k|k) \leq \gamma, \quad P > 0. \end{aligned} \quad (19)$$

1) 令  $\hat{P} = \gamma P^{-1}$ , 则式(19)可写成

$$\hat{x}^T(k|k)\hat{P}^{-1}\hat{x}(k|k) \leq 1. \quad (20)$$

利用矩阵Schur补性质, 式(20)等价于

$$\begin{bmatrix} \hat{P} & \hat{x}(k|k) \\ \hat{x}^T(k|k) & I \end{bmatrix} \geq 0. \quad (21)$$

将  $\hat{P}$  和  $\hat{P}^{-1}$  分解成如下非对角正定矩阵形式:

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} X & U \\ U^T & \hat{X} \end{bmatrix}, \quad \hat{P}^{-1} = \begin{bmatrix} Y & V \\ V^T & \hat{Y} \end{bmatrix}. \quad (22)$$

定义矩阵  $T = \begin{bmatrix} Y & I \\ V^T & 0 \end{bmatrix}$ , 则  $\hat{P}T = \begin{bmatrix} I & X \\ 0 & U \end{bmatrix}$ .

假设矩阵  $V$  是一非奇异矩阵, 则可知  $T$  是正则的. 令  $T_1 = \begin{bmatrix} T & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$ , 将式(21)左右分别乘以  $T_1^T$  和  $T_1$ , 得

$$\begin{bmatrix} Y & I & Yx(k|k) \\ I & X & x(k|k) \\ x^T(k|k)Y & x^T(k|k) & I \end{bmatrix} \geq 0. \quad (23)$$

根据式(13)可知, 对于任意可能的  $x(k)$ , 式(23)可由式(15)的某一凸组合而得到, 则式(23)等价于式(15).

2) 为得到式(16), 将式(6)代入式(8), 得

$$\left[ \begin{array}{c} \hat{x}_k(i) \\ \hat{f}_u(\hat{x}_k(i)) \end{array} \right]^T \left[ \begin{array}{cc} A_{11} & \bar{A}_k^T(i)P \\ P\bar{A}_k(i) & P \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} \hat{x}_k(i) \\ \hat{f}_u(\hat{x}_k(i)) \end{array} \right] \leq 0. \quad (24)$$

式中:

$$A_{11} = \bar{A}_k^T(i)P\bar{A}_k(i) - P + \hat{Q} + K^T R K,$$

$$\bar{A}_k(i) = \hat{A}_k(i) + \hat{B}_k(i)K.$$

$\hat{x}_k(i)$ ,  $\bar{A}_k(i)$  分别为  $\hat{x}(k+i|k)$  和  $\bar{A}(k+i|k)$  的简记.

将式(6b)代入  $\hat{f}_u(x, u) = \begin{bmatrix} f_u(x, u) \\ 0 \end{bmatrix}$ , 考虑式(3), 得

$$\hat{f}_u^T(\hat{x})\hat{f}_u(\hat{x}) \leq \mu^2 \hat{x}^T \bar{K}^T \bar{K} \hat{x}, \quad (25)$$

其中  $\bar{K} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix}$ . 将式(25)进行等价变换, 有

$$\left[ \begin{array}{c} \hat{x}_k(i) \\ \hat{f}_u(\hat{x}_k(i)) \end{array} \right]^T \left[ \begin{array}{cc} -\mu^2 \bar{K}^T \bar{K} & 0 \\ 0 & I_n \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} \hat{x}_k(i) \\ \hat{f}_u(\hat{x}_k(i)) \end{array} \right] \leq 0. \quad (26)$$

由S-Procedure<sup>[10]</sup>可知, 若式(24)和式(26)同时成立, 则必然存在  $\tau \geq 0$ , 使得式(27)成立

$$\left[ \begin{array}{cc} A_{11} + \tau \mu^2 \bar{K}^T \bar{K} & \bar{A}_k^T(i)P \\ P\bar{A}_k(i) & P - \tau I \end{array} \right] \leq 0. \quad (27)$$

利用变量代换, 消除变量  $\tau$ , 式(27)可写成

$$\left[ \begin{array}{cc} A_{11} + \mu^2 \bar{K}^T \bar{K} & \bar{A}_k^T(i)P \\ P\bar{A}_k(i) & P - I \end{array} \right] \leq 0. \quad (28)$$

令  $\hat{P} = \gamma P^{-1}$ , 利用矩阵Schur补性质, 式(28)等价于

$$\begin{bmatrix} \hat{P} & \hat{P}K^T R^{1/2} & \hat{P}\hat{Q}^{1/2} & \mu\hat{P}\bar{K}^T & \hat{P}A_{11}^T \\ R^{1/2}K\hat{P} & \gamma I & 0 & 0 & 0 \\ \hat{Q}^{1/2}\hat{P} & 0 & \gamma I & 0 & 0 \\ \mu\bar{K}\hat{P} & 0 & 0 & \gamma I & 0 \\ A_{11}\hat{P} & 0 & 0 & 0 & \hat{P} - \gamma I \end{bmatrix} \geq 0. \quad (29)$$

令

$$T_2 = \begin{bmatrix} T & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & T \end{bmatrix},$$

将式(29)左右分别乘以  $T_2^T$  和  $T_2$ , 得

$$\begin{bmatrix} T^T\hat{P}T & T^T\hat{P}K^TR^{\frac{1}{2}} & T^T\hat{P}\hat{Q}^{\frac{1}{2}} & \mu T^T\hat{P}\bar{K}^T & T^T\hat{P}A_{11}^TT \\ R^{\frac{1}{2}}K\hat{P}T & \gamma I & 0 & 0 & 0 \\ \hat{Q}^{\frac{1}{2}}\hat{P}T & 0 & \gamma I & 0 & 0 \\ \mu\bar{K}\hat{P}T & 0 & 0 & \gamma I & 0 \\ T^TA_{11}\hat{P}T & 0 & 0 & 0 & T^T(\hat{P} - \gamma I)T \end{bmatrix} \geq 0. \quad (30)$$

考虑在当前采样时刻  $k$  以及  $i \geq 0$ , 式(2)和式(5)都是仿射的, 定义

$$\begin{cases} L = C_c U^T, F^d = V B_c^d, \\ M = Y - \mu Y^2 - \mu V V^T, \\ Z^d = Y A^d X + F^d C X + Y B^d L + V A_c^d U^T. \end{cases} \quad (31)$$

对式(30)进行相应的变量代换, 可得式(16).

3) 定义系统状态的一个不变椭球集  $\varepsilon = \{z | z^T P z \leq \gamma\}$ , 对于满足约束的预测控制律  $\|u(k+i|k)\|_2 \leq u_{\max}, i \geq 0$  有

$$\begin{aligned} \max_{i \geq 0} \|u(k+i|k)\|_2^2 &= \max_{i \geq 0} \|K\hat{x}(k+i|k)\|_2^2 \leq \\ \max \|Kz\|_2^2 &= \lambda_{\max}(\hat{P}^{1/2} K^T K \hat{P}^{1/2}). \end{aligned} \quad (32)$$

利用矩阵Schur补性质, 式(32)可写成

$$\begin{bmatrix} \hat{P} & \hat{P}K^T \\ K\hat{P} & u_{\max}^2 I \end{bmatrix} \geq 0. \quad (33)$$

同样, 在式(33)左右分别乘以  $T_1^T$  和  $T_1$ , 并进行相应的变量代换, 可得式(17).

所以, 如果上述LMI优化问题有解, 那么系统(1)必然存在一个动态输出反馈控制器(5), 其控制器参数计算式(18)可由式(31)推导得出.

这样在每次采样时刻通过求解上述具有LMI约束的优化问题, 可在线求得输出反馈控制器的参

数, 如式(18)所示. 然后利用式(5)求出当前时刻的控制输入作用于系统(1), 下一时刻重新采样, 进行上述LMI优化求解, 实现滚动优化.

**定理2** (鲁棒稳定) 在初始时刻  $k$ , 若定理1中的优化问题存在可行解, 则通过滚动优化而实现的输出反馈预测控制使得闭环系统鲁棒渐近稳定.

**证** 从定理1的推导中可知, LMI(15)(16)约束保证了  $V(x(k|k))$  的单调递减性, 并且由定理2中的已知条件可知,  $k$  时刻得到的输出反馈控制律在  $k+1$  时刻是可行的, LMI(17)约束保证了可行性, 从而保证了闭环系统鲁棒渐近稳定. 具体证明步骤略.

#### 4 仿真研究(Simulation research)

考虑航天器对称面内的动态特性可通过小车上倒立摆的动态特性描述<sup>[3]</sup>:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ g \sin x_1 - a m l x_2^2 \sin(2x_1)/2 - a \cos x_1 u \end{bmatrix} = A(x, g)x + B(x)u.$$

为了体现输出反馈, 令系统输出  $y = [1 \ 0]^T \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ . 其中:  $x_1$  为对称轴偏离垂直方向的角位移,  $x_2$  为角速度,  $u$  为作用到小车上的力,  $g$  为重力加速度, 并且  $g = g_0 + \Delta g = g_0 \left( \frac{6370 \times 10^3}{6370 \times 10^3 + H} \right)^2$ ,  $g_0 = 9.8 \text{ m/s}^2$ ,  $H$  为航天器高度, 摆质量  $m = 2 \text{ kg}$ , 小车质量  $M = 8 \text{ kg}$ , 摆长  $l = 1 \text{ m}$ . 由于航天器的飞行高度而引起重力加速度变化, 导致系统模型的参数不确定性, 可将该不确定性处理成  $f_u(x) = \begin{bmatrix} 0 & \Delta g \sin x_1 \\ 4l/3 - ml \cos^2 x_1 / (M+m) \end{bmatrix}^T$ . 当  $x_1 \in [-\pi/2, \pi/2]$  和  $H \in [0, 100] \text{ km}$  时, 有  $\|f_u(x)\| \leq 0.6\|x\|$ , 即  $\mu = 0.6$ . 模糊隶属度函数  $\alpha^d(x)$  定义为

$$\begin{aligned} \alpha^1(x) &= \begin{cases} -2x_1/\pi, & -\pi/2 \leq x_1 \leq 0, \\ 2x_1/\pi, & 0 \leq x_1 \leq \pi/2, \end{cases} \\ \alpha^2(x) &= \begin{cases} 1 + 2x_1/\pi, & -\pi/2 \leq x_1 \leq 0, \\ 1 - 2x_1/\pi, & 0 \leq x_1 \leq \pi/2. \end{cases} \end{aligned}$$

文献[3]给出了上述动态过程连续形式的不确定模糊模型描述, 将连续模糊模型离散化后进行仿真.

取采样周期  $T_s = 0.02 \text{ s}$ , 初始状态为  $x(0) = [15 \ 0]^T$ , 控制器初始状态为  $x_c(0) = [0 \ 0]^T$ , 控制约束  $u_{\max} = 1000 \text{ N}$ ,  $Q = \begin{bmatrix} 200 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $R = 0.01$ ,

$U = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ , 其余仿真参数与文献[3]相同. 为验证

本文算法的有效性,仿集中假设状态 $x_2$ 是不可测的,并且不可测状态满足 $-\pi/4 \leq x_2 \leq \pi/4$ .仿真结果如图1~6所示.从仿真结果可以看到,当系统状态完全可测时,基于状态反馈鲁棒预测控制可以获得较好的控制效果.当系统状态不完全可测时,由于本文提出的输出反馈鲁棒预测控制方法(RPC)采用滚动优化求解控制输入,所获得的控制效果显然好于仅仅通过求解一组保证系统Lyapunov意义下稳定的线性矩阵不等式而没有进行优化求解控制输入的输出反馈鲁棒控制方法(RC)获得的控制效果.可见本文方法是有效的、可行的.

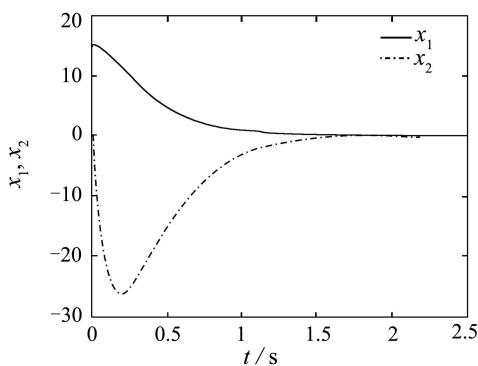


图1 基于状态反馈鲁棒预测控制的响应曲线

Fig. 1 RPC response curves based on states feedback

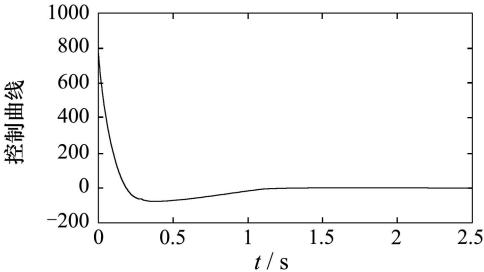


图2 基于状态反馈鲁棒预测控制的控制曲线

Fig. 2 RPC control curve based on states feedback

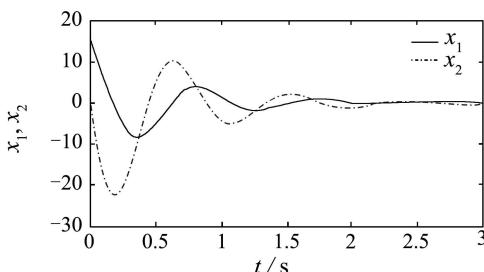


图3 基于输出反馈鲁棒预测控制响应曲线

Fig. 3 RC response curves based on output feedback

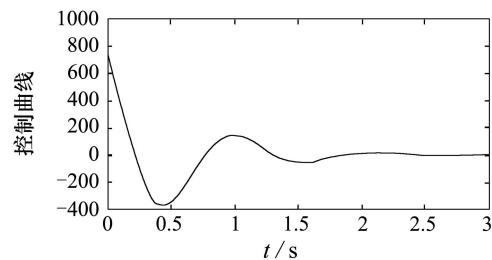


图4 基于输出反馈鲁棒预测控制的控制曲线

Fig. 4 RC control curves based on output feedback

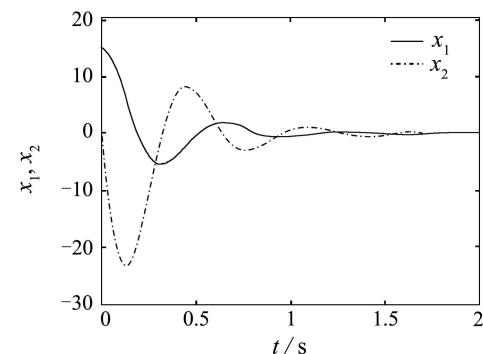


图5 本文方法的响应曲线

Fig. 5 RPC response curves based on output feedback

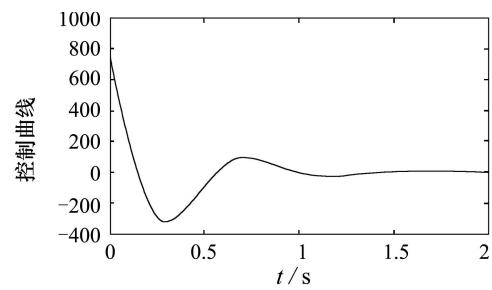


图6 本文方法的控制曲线

Fig. 6 RPC control curve based on output feedback

## 5 结论(Conclusion)

针对一类满足扇形界条件的不确定模糊模型描述的非线性系统,基于输出反馈思想,提出了一种鲁棒预测控制方法.该方法很好地解决了在系统状态不完全可测情况下,利用输出信息和未知状态的界限值来实现控制器的设计,并且将鲁棒预测控制优化问题转化为具有LMI约束的线性目标最小化问题,使求解变得容易,在线计算方便.最后的仿真实验证明了本文方法是有效的,有一定的理论与实际意义.

(下转第778页)

## 参考文献(References):

- [1] WASYNCZUK O, SUDHOFF S D, HANSEN I G, et al. A maximum torque per ampere control strategy for induction motor drives[J]. *IEEE Trans on Power Conversion*, 1998, 13(2): 163 – 169.
- [2] TA C M, HORI Y. Convergence improvement of efficiency-optimization control of induction motor drives[J]. *IEEE Trans on Ind Applicat*, 2001, 37(6): 1746 – 1753.
- [3] 张承慧, 李爱文, 张庆范. 感应电动机新型最小损耗控制策略[J]. 电工技术学报, 1998, 13(4): 25 – 38.  
(ZHANG Chenghui, LI Aiwen, ZHANG Qingfan. A novel loss minimization control strategy of an induction motor drive[J]. *Trans of China Electrotechnical Society*, 1998, 13(4): 25 – 38.)
- [4] 许家群, 朱建光, 邢伟, 等. 电动汽车驱动用永磁同步电动机系统效率优化控制研究[J]. 电工技术学报, 2004, 19(7): 81 – 85.  
(XU Jiaqun, ZHU Jianguang, XING Wei, et al. Study of efficiency optimization control of permanent magnet synchronous motor drives for electric vehicle[J]. *Trans of China Electrotechnical Society*, 2004, 19(7): 81 – 85.)
- [5] MATSUSE K, YOSHIZUMI T, KATSUTA S, et al. High response flux control of direct-field-oriented induction motor with high efficiency taking core loss into account[J]. *IEEE Trans on Ind Applicat*, 1999, 35(1): 62 – 69.
- [6] MATSUSE K, TANIGUCHI S, YOSHIZUMI T, et al. A speed-sensorless vector control of induction motor operating at high efficiency taking core loss into account[J]. *IEEE Trans on Ind Applicat*, 2001, 39(3): 548 – 557.
- [7] SPIEGEL R J, TURNER B M W, MCCORMICK V E. Fuzzy-logic-based controllers for efficiency optimization of inverter-fed induction motor drives[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2003, 137(3): 387 – 401.
- [8] BOSE B K. *Modern Power Electronics and AC Drives*[M]. Beijing: China Machine Press, 2003.
- [9] CUI N X, ZHANG C H, ZHAO M. Optimal efficiency control of field-oriented induction motor drive and rotor resistance adaptive identifying[C]//*Proc of the 4th Int Power Electronics and Motor Control Conference(IPEMC)*. Xi'an: [s.n.], 2004: 414 – 419.
- [10] KIM G S, HA I J, KO M S. Control of induction motors for both high dynamic performance and high power efficiency[J]. *IEEE Trans on Ind Electron*, 1992, 39(1): 323 – 333.

## 作者简介:

**张承慧** (1963—), 男, 教授, 博士生导师, 从事工程优化控制、电机与控制等方面的研究, E-mail: zchui@sdu.edu.cn;

**崔纳新** (1968—), 女, 博士, 副教授, 从事控制理论应用、电力电子与电力传动等方面的研究, E-mail: cuinx@sdu.edu.cn;

**李珂** (1978—), 男, 博士研究生, 主要兴趣为控制理论与应用;

**张承进** (1962—), 男, 教授, 主要从事适应控制、电机控制等方面的研究。

(上接第772页)

## 参考文献(References):

- [1] HENSON M A. Nonlinear model predictive control: current status and future directions[J]. *Computers and Chemical Engineering*, 1998, 23(2): 187 – 202.
- [2] LIN Y C, LO J C. Robust H/sub 2/fuzzy control via dynamic output feedback for discrete-time systems[C] // *IEEE Int Conf on Fuzzy Systems*. St Louis, USA: [s.n.], 2003, 2: 1384 – 1388.
- [3] KIRIAIDIS K. Nonlinear control system design via fuzzy modeling and LMIs[J]. *Int J of Control*, 1999, 72(7): 676 – 685.
- [4] LEE H J, PARK J B, CHEN G. Robust fuzzy control of nonlinear system with parametric uncertainties[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 2001, 9(2): 369 – 379.
- [5] TONG S C, LI H X. Observer-based robust fuzzy control of nonlinear systems with parametric uncertainties[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2002, 131(2): 165 – 184.
- [6] ROUBOS J A, MOLLOV S, BABUSKA R, et al. Fuzzy model based predictive control using Takagi-Sugeno models[J]. *Int J of Approximate Reasoning*, 1999, 22(1-2): 3 – 30.
- [7] 王寅, 荣冈, 王树青. 基于模糊模型的非线性预测控制策略[J]. 控制理论与应用, 2002, 19(4): 599 – 603.  
(WANG Yin, RONG Gang, WANG Shuqing. Nonlinear predictive control strategy based on T-S fuzzy model[J]. *Control Theory & Applications*, 2002, 19(4): 599 – 603.)
- [8] 师五喜, 霍伟, 吴宏鑫. 一类未知非线性离散系统的直接自适应模糊预测控制[J]. 自动化学报, 2004, 30(5): 664 – 670.  
(SHI Wuxi, HOU Wei, WU Hongxin. Direct adaptive fuzzy predictive control for a class of unknown nonlinear discrete systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2004, 30(5): 664 – 670.)
- [9] KOTHARE M V, BALAKRISHNAN V, MORARI M. Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities[J]. *Automatica*, 1996, 32(10): 1361 – 1379.
- [10] BOYD S, GHAOUY L E, FERON E, et al. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*[M]. Philadelphia: SIAM, 1994.

## 作者简介:

**苏成利** (1977—), 男, 博士研究生, 研究方向为智能控制、模型预测控制、工业过程的先进控制, E-mail: sclwind@sina.com;

**王树青** (1939—), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为工业生产过程模型化与优化控制、先进控制等, E-mail: sqwang@iipc.zju.edu.cn.