

文章编号: 1000-8152(2006)05-0779-04

## 高频增益未知的受扰非线性系统输出反馈控制

陈 刚

(重庆大学 自动化学院, 四川 重庆 400044)

**摘要:** 针对一类具有未知定常参数, 包括未知高频增益的受扰非线性最小相位系统, 给出了一种鲁棒自适应输出反馈控制策略。系统所受的干扰假设有限, 但其界值是未知的。通过采用自适应策略来对其界值进行在线估计。控制算法并不需要高频增益符号的先验知识。同时, 系统中的非线性项并不要求满足增长性条件和匹配条件。算法使得估计参数量达到了最小, 保证了闭环系统所有信号的有界性, 同时使得跟踪误差渐近收敛于零。

**关键词:** 非线性系统; 高频增益; 干扰; 输出反馈

中图分类号: TP273 文献标识码: A

## Output feedback control of perturbed nonlinear systems with unknown high-frequency gains

CHEN Gang, WANG Shu-qing

(College of Automation, Chongqing University, Chongqing Sichuan 400044, China)

**Abstract:** A robust adaptive output feedback control scheme is proposed for a class of perturbed nonlinear minimum phase systems with unknown constant parameters, including the high-frequency gain. The disturbances in the system are assumed to be bounded with unknown values. The adaptive laws are then employed to estimate them online. The control method does not require a priori knowledge of the sign of the unknown high-frequency gain. Furthermore, the restrictive growth and matching conditions on system nonlinearities are removed. The number of parameter estimates is minimal in the adaptive system. It is proved that under the proposed control scheme, all the closed-loop signals are bounded and the tracking error asymptotically converges to zero.

**Key words:** nonlinear systems; high-frequency gains; disturbances; output feedback

### 1 引言(Introduction)

对于许多实际系统, 由于他们的状态变量往往不能直接测量得到, 因此利用系统的测量输出来设计控制器将更具有实际意义。针对一类输出反馈型的非线性最小相位系统, 在高频增益的符号已知的情况下, 文献 [1~3] 提出了一种输出反馈控制策略。在高频增益的符号未知的情况下<sup>[4]</sup>, 文献 [5] 给出了一种新的输出反馈控制算法。然而, 为了保证闭环系统所有信号的有界性, 系统中的一些非线性项要求满足增长性条件。文献 [6] 中的算法进一步放宽了这一约束条件。

在考虑外界干扰的情况下, 文献 [7] 提出了一种带有死区修正算法的自适应控制方法。然而, 死区修正算法的引入使得设计中出现了参数的重复估计。本文针对一类具有未知高频增益符号的受扰非线性最小相位系统, 给出了一种鲁棒自适应输出反馈控

制策略。该策略在线对干扰上界值进行估计, 并通过引入泄漏项来抑制参数的漂移。算法避免了参数的重复估计。

### 2 问题的描述(Problem statement)

本文考虑如下的受扰非线性系统<sup>[7]</sup>

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{b}\sigma(\boldsymbol{y})\boldsymbol{u} + \boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{y}) + \\ \sum_{j=1}^q \psi_j(\boldsymbol{y})\boldsymbol{a}_j + \sum_{j=1}^l \varphi_j(\boldsymbol{y})\boldsymbol{w}_j(t) = \\ \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{b}\sigma(\boldsymbol{y})\boldsymbol{u} + \boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{y}) + \boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{y})\boldsymbol{a} + \\ \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{y})\boldsymbol{w}(t), \\ \boldsymbol{y} = \boldsymbol{e}_1^\top \boldsymbol{x}. \end{cases} \quad (1)$$

这里:  $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$  为状态矢量;  $\boldsymbol{u} \in \mathbb{R}$  和  $\boldsymbol{y} \in \mathbb{R}$  为系统的输入和输出;  $\boldsymbol{a} = [a_1, \dots, a_q]^\top \in \mathbb{R}^q$  和  $\boldsymbol{b} = [0, \dots, b_m, \dots, b_0]^\top \in \mathbb{R}^n$  均为未知定常参数矢

收稿日期: 2004-11-05; 收修改稿日期: 2005-07-21.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (60421002).

量;  $\mathbf{w}(t) = [w_1(t), \dots, w_l(t)]^T \in \mathbb{R}^l$  表示时变有界干扰矢量; 矢量  $\varphi(y)$ ,  $\psi_j(y)$  和  $\varphi_j(y)$  是已知的;  $\sigma(y)$  为已知光滑函数, 且  $\sigma(y) \neq 0$ ,  $\forall y \in \mathbb{R}$ ;  $\mathbf{e}_i$  表示相应维单位矩阵的第  $i$  列; 矩阵  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  除元素  $a_{i,i+1} = 1$  ( $i = 1, \dots, n-1$ ) 之外, 其余元素均为零. 针对系统(1), 本文作如下几个假设:

A1) 系统的相对度  $\rho = n - m$  为已知的常数.

A2) 系统满足最小相位条件, 即多项式  $B(s) = b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0$  为赫尔维茨多项式. 同时, 系统高频增益的符号  $\operatorname{sgn} b_m$  是未知的.

A3) 干扰矢量  $\mathbf{w}(t)$  在区间  $[0, \infty)$  上范数有界, 即存在未知正实数  $d$ , 使得满足  $d \geq \max_{t \geq 0} \|\mathbf{w}(t)\|$ .

A4) 参考信号  $y_r(t)$   $\rho$  阶可微, 且有界.

本文的目标是设计一个控制器使得输出  $y$  渐近跟踪设定的参考信号  $y_r(t)$ , 同时保证闭环系统所有信号的有界性.

### 3 控制器的设计(Controller design)

采用文献[8]中观测器的设计方法, 有

$$\begin{cases} \dot{\eta} = A_0 \eta + \mathbf{k}_0 y + \varphi(y), \dot{\Xi} = A_0 \Xi + \psi(y), \\ \dot{\lambda} = A_0 \lambda + \mathbf{e}_n \sigma(y) u, v_j = A_0^j \lambda, j = 0, \dots, m. \end{cases} \quad (2)$$

这里:  $\mathbf{k}_0 = [k_1, \dots, k_n]^T$ ,  $A_0 = A - \mathbf{k}_0 \mathbf{e}_1^T$ . 通过选择  $k_i$  值, 使  $A_0$  为赫尔维茨矩阵.

**定义1**  $\theta = [b_m, \dots, b_0, a_1, \dots, a_q]^T$ ,  $\Omega = [v_m, \dots, v_0, \Xi]$ ,  $\delta = x - \eta - \Omega \theta$ , 对  $\delta$  求导, 可得  $\dot{\delta} = A_0 \delta + \Phi(y) \mathbf{w}(t)$ .

采用类似于文献[7]的处理方法, 将  $\delta \in \mathbb{R}^n$  分解为两项之和, 即  $\delta = \delta_a + \delta_b$ . 其中  $\delta_a$  满足方程:  $\dot{\delta}_a = A_0 \delta_a$ ,  $\delta_a(0) = \delta(0)$ . 同时  $\delta_b$  要求满足关系式:  $\dot{\delta}_b = A_0 \delta_b + \Phi(y) \mathbf{w}(t)$ ,  $\delta_b(0) = 0$ . 由于  $A_0$  为赫尔维茨矩阵, 那么存在正实数  $\bar{k}_1$ ,  $\bar{k}_2$ , 使得  $\|\exp(A_0 t)\| \leq \bar{k}_1 \exp(-\bar{k}_2 t)$ . 进一步可得,  $\|\delta_b\| \leq d \int_0^t \bar{k}_1 \exp(-\bar{k}_2(t-\tau)) \|\Phi(y)\| d\tau$ . 设计一个足够光滑的函数  $g(t)$ , 使得  $g(t) \geq \int_0^t \bar{k}_1 \exp(-\bar{k}_2(t-\tau)) \|\Phi(y)\| d\tau$ .

控制器的设计分  $\rho$  步进行, 在前  $\rho - 1$  步, 将分别设计一个虚拟控制器  $\omega_i$ , 调节函数  $\tau_i$  和  $\beta_i$ . 在最后一步, 将得到真正的控制器和参数自适应律<sup>[9,10]</sup>. 下面, 给出具体的设计步骤.

**第1步** 定义跟踪误差  $z_1 = y - y_r$ , 对  $z_1$  求导得

$$\dot{z}_1 = b_m v_{m,2} + m_0 + \bar{h}^T \theta + \delta_2 + \Phi_{(1)} \mathbf{w} - \dot{y}_r. \quad (3)$$

这里

$$m_0 = \eta_{(2)} + \varphi_{(1)}, \bar{h}^T = [0, v_{m-1,2}, \dots, v_{0,2}, \Psi_{(1)} + \Xi_{(2)}].$$

定义  $z_2 = v_{m,2} - \omega_1$ ,  $\omega_1$  为第一个虚拟控制器. 由于高频增益的符号  $\operatorname{sgn} b_m$  是未知的, 因此将在控制器的设计中引入Nussbaum增益, 即  $\omega_1$  设计为

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \xi N(k) \bar{\omega}_1, \dot{k} = \bar{\omega}_1 z_1, \\ \bar{\omega}_1 &= (c_{11} + c_{12}) z_1 + \frac{\hat{p} g^2 z_1}{\varepsilon_{11}} \tanh(\frac{\hat{p} g^2 z_1^2}{\varepsilon_{11} \varepsilon_{13}}) + \\ &\quad \frac{\hat{p} \phi_0^2 z_1}{\varepsilon_{12}} \tanh(\frac{\hat{p} \phi_0^2 z_1^2}{\varepsilon_{12} \varepsilon_{14}}) + \bar{h}^T \hat{\theta} \tanh(\frac{\bar{h}^T \hat{\theta} z_1}{\varepsilon_{15}}) + \\ &\quad (m_0 - \dot{y}_r) \tanh(\frac{(m_0 - \dot{y}_r) z_1}{\varepsilon_{16}}). \end{aligned} \quad (4)$$

其中:  $\xi, c_{11}, c_{12}, \varepsilon_{1i}$  ( $1 \leq i \leq 6$ ) 均为正的实数,  $p = d^2$ ;  $\hat{p}$  和  $\hat{\theta}$  分别表示  $p$  和  $\theta$  的估计值;  $N(k)$  为Nussbaum型函数, 本文取  $N(k) = \exp(k^2) \cos(k\pi/2)$ .  $\phi_0(y) = s(\|\Phi_{(1)}\| \cdot s(\cdot))$  定义为满足条件  $s(\cdot) \geq |\cdot|$  且足够光滑的函数. 调节函数  $\tau_1$ ,  $\beta_1$  分别取为

$$\tau_1 = \Gamma \bar{h} z_1 - \sigma_\theta \Gamma (\hat{\theta} - \theta^0), \quad (5)$$

$$\beta_1 = r(g^2 / \varepsilon_{11} + \phi_0^2 / \varepsilon_{12}) z_1^2 - r \sigma_p (\hat{p} - p^0). \quad (6)$$

这里:  $r$ ,  $\sigma_\theta$ ,  $\sigma_p$  为正实数,  $p^0$  和  $\theta^0$  分别表示  $p$  和  $\theta$  的初始估计值.

第  $i$  ( $2 \leq i \leq \rho$ ) 步 定义  $z_{i+1} = v_{m,i+1} - \omega_i(\zeta_i, k, \hat{p}, \hat{\theta}, y)$ . 这里,  $\zeta_i = [\eta^T, \operatorname{vec}(\Xi)^T, \bar{\lambda}_i, \bar{y}_i, g]^T$ ,  $\bar{\lambda}_i = [\lambda_1, \dots, \lambda_{m+i}]$ ,  $\bar{y}_i = [y_r, \dot{y}_r, \dots, y_r^{(i)}]$ .  $\operatorname{vec}(\Xi)$  表示由矩阵  $\Xi$  的所有列构成的矢量.

其中虚拟控制量  $\omega_i$  设计为

$$\begin{aligned} \omega_i &= -[c_{i1} + c_{i2} (\frac{\partial \omega_{i-1}}{\partial y})^2 + \hat{p} (\frac{\partial \omega_{i-1}}{\partial y})^2 (\frac{g^2}{\varepsilon_{i1}} + \frac{\phi_0^2}{\varepsilon_{i2}})] z_i - \\ &\quad o_i z_{i-1} + k_i v_{m,1} + \frac{\partial \omega_{i-1}}{\partial k} \dot{k} + \frac{\partial \omega_{i-1}}{\partial y} m_0 + \frac{\partial \omega_{i-1}}{\partial \zeta_{i-1}} \dot{\zeta}_{i-1} + \\ &\quad \frac{\partial \omega_{i-1}}{\partial y} \bar{h}^T \hat{\theta} + \frac{\partial \omega_{i-1}}{\partial \hat{p}} \beta_i + \frac{\partial \omega_{i-1}}{\partial \hat{\theta}} \tau_i + r (\sum_{\ell=1}^{i-2} \frac{\partial \omega_\ell}{\partial \hat{p}} z_{\ell+1}) \cdot \\ &\quad (\frac{\partial \omega_{i-1}}{\partial y})^2 (\frac{g^2}{\varepsilon_{i1}} + \frac{\phi_0^2}{\varepsilon_{i2}}) z_i - (\sum_{\ell=1}^{i-2} \frac{\partial \omega_\ell}{\partial \hat{\theta}} z_{\ell+1}) \Gamma \bar{h} \frac{\partial \omega_{i-1}}{\partial y}. \end{aligned} \quad (7)$$

这里:  $o_2 = \hat{b}_m$ ,  $o_j = 1$  ( $3 \leq j \leq \rho$ ),  $c_{i2}, \varepsilon_{i1}$  和  $\varepsilon_{i2}$  均为正的实数,  $\bar{h} = \bar{h} + \mathbf{e}_1 v_{m,2}$ .

调节函数  $\tau_i$ ,  $\beta_i$  分别取为

$$\begin{aligned} \tau_2 &= \tau_1 - \Gamma \bar{h} \frac{\partial \omega_1}{\partial y} z_2 + \Gamma \mathbf{e}_1 z_1 z_2, \\ \tau_j &= \tau_{j-1} - \Gamma \bar{h} \frac{\partial \omega_{j-1}}{\partial y} z_j, 3 \leq j \leq \rho, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\beta_i = \beta_{i-1} + r \left( \frac{\partial \omega_{i-1}}{\partial y} \right)^2 \left( \frac{g^2}{\varepsilon_{i1}} + \frac{\phi_0^2}{\varepsilon_{i2}} \right) z_i^2. \quad (9)$$

最后, 控制律和参数自适应律分别取为

$$u = 1/\sigma(y)(\omega_\rho - v_{m,\rho+1}), \quad (10)$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\tau}_\rho, \dot{\hat{p}} = \beta_\rho. \quad (11)$$

**注 1** 文献[7]针对系统(1)提出了一种带有死区修正算法的鲁棒自适应控制算法. 然而, 死区修正技术的引入使得算法中出现参数重复估计. 本文通过应用调节函数的概念, 避免了参数的重复估计.

**注 2** 为了获得较好的系统响应性能, 参数 $\varepsilon_{1\ell}$  ( $3 \leq \ell \leq 6$ ),  $\varepsilon_{ij}$  ( $2 \leq i \leq \rho, j = 1, 2$ ) 可取为较小的正实数.  $c_{ij}$  ( $1 \leq i \leq \rho, j = 1, 2$ ) 可取为较大的正实数, 但其取值也不宜过大, 否则将导致控制器增益偏大.

#### 4 稳定性分析((Stability analysis))

下面给出本文的主要结果.

**定理 1** 在假设 A1)~A4) 成立的条件下, 对于系统(1), 在控制律(10)、参数自适应律(11)的作用下, 闭环系统的所有信号是有界的, 同时跟踪误差渐近收敛于零.

证 定义

$$c = \min\{2c_{11}, \dots, 2c_{\rho 1}, r\sigma_\rho, \frac{\sigma_\theta}{\lambda_{\max}(\Gamma^{-1})}\},$$

$$\zeta = \min\{c_{12}, \dots, c_{\rho 2}\},$$

$$r_0 = \frac{\rho c}{4\zeta} \lambda_{\max}(Q) \|\delta_a(0)\|^2 + \frac{1}{2} \sigma_\theta \|\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}^0\|^2 + \frac{1}{2} \sigma_p (p - p^0)^2 + 0.2785 \left( \sum_{j=1}^6 \varepsilon_{1j} + \sum_{\ell=2}^{\rho} \sum_{j=1}^2 \varepsilon_{\ell j} \right).$$

考虑Lyapunov候选函数

$$V_1 = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} (r^{-1} \tilde{p}^2 + \tilde{\boldsymbol{\theta}}^\top \Gamma^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}}) + \frac{1}{4c_{12}} \boldsymbol{\delta}_a^\top Q \boldsymbol{\delta}_a,$$

$$V_i = V_{i-1} + \frac{1}{2} z_i^2 + \frac{1}{4c_{i2}} \boldsymbol{\delta}_a^\top Q \boldsymbol{\delta}_a, 2 \leq i \leq \rho.$$

这里:  $\tilde{p} = p - \hat{p}$ ,  $\tilde{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\theta} - \hat{\boldsymbol{\theta}}$ ,  $Q$  为正定对称矩阵, 且满足方程  $QA_0 + A_0^\top Q = -I_n$ .

对  $V_p$  求导, 可得  $\dot{V}_p \leq -cV_p + (b_m \xi N(k) + 1)\dot{k} + r_0$ . 即

$$0 \leq V_p \leq \int_0^t (b_m \xi N(k) + 1) e^{-c(t-\tau)} dk(\tau) + \frac{r_0}{c} + V_p(0). \quad (12)$$

首先, 将应用反证法证明  $k(t)$  在区间  $[0, t_f]$  上是有界的. 由式(4)可知  $\dot{k}(t) \geq 0$ , 因此只需要证明  $k(t)$  在区间  $[0, t_f]$  上有上界即可. 定义

$$p[k(0), k(t)] = \int_0^t (b_m \xi N(k) + 1) e^{-c(t-\tau)} dk(\tau), \forall t \in [0, t_f].$$

假设  $k(t)$  在区间  $[0, t_f]$  上无上界, 即存在一个单调递增序列  $\{k(t_i)\}$ , 当  $\lim_{i \rightarrow \infty} t_i = t_f$  时,  $\lim_{j \rightarrow \infty} k(t_j) = +\infty$ . 考虑到高频增益的符号  $\operatorname{sgn} b_m$  未知, 分两种情况进行证明.

1) 首先考虑  $b_m > 0$  的情况. 设  $4M + 1 > |k(0)|$ ,  $M$  为正整数. 有

$$\begin{aligned} p[k(0), 4M + 1] &= \\ \int_0^{t_1} (b_m \xi N(k(\tau)) + 1) \exp(-c(t_1 - \tau)) dk(\tau) &\leq \\ (b_m \xi \exp((4M + 1)^2) + 1)(4M + 1 - k(0)). \end{aligned} \quad (13)$$

注意到  $N(k(t))$  在区间  $[4M + 1, 4M + 3]$  恒为负, 因此

$$\begin{aligned} p(4M + 1, 4M + 3) &= \\ \int_{t_1}^{t_2} (b_m \xi N(k(\tau)) + 1) \exp(-c(t_2 - \tau)) dk(\tau) &\leq \\ b_m \xi \exp(-c(t_2 - t_1)) \int_{4M + 3/2}^{4M + 5/2} N(\sigma) d\sigma + 2 &\leq \\ -\sqrt{2}/2 b_m \xi \exp(-c(t_2 - t_1) + (4M + 3/2)^2) + 2. \end{aligned} \quad (14)$$

由式(13)(14)可得

$$\begin{aligned} p(k(0), 4M + 3) &\leq \\ \exp((4M + 1)^2) [-\sqrt{2}/2 b_m \xi \exp(-c(t_2 - t_1) + 4M + 5/4) + b_m \xi (4M + 1 - k(0))] &+ \\ \exp(-(4M + 1)^2) (4M + 3 - k(0)]. \end{aligned}$$

当  $M \rightarrow \infty$  时,  $p(k(0), 4M + 3) \rightarrow -\infty$ , 这与式(12)相矛盾.

2) 接着考虑  $b_m < 0$  的情况. 采用与第1种情况类似的证明方法, 可得当  $M \rightarrow \infty$  时,  $p(k(0), 4M + 1) \rightarrow -\infty$  这仍与式(12)相矛盾.

综上所述, 假设不成立, 即函数  $k(t)$  在区间  $[0, t_f]$  上是有界的. 由式(12)可知,  $z_1, \dots, z_p, \hat{p}, \hat{\boldsymbol{\theta}}$  是有界的.

由式(1)(2), 可得

$$\begin{aligned} \lambda_i &= \frac{s^{i-1} + k_1 s^{i-2} + \dots + k_{i-1}}{b_m s^m + \dots + b_0} [y - e_1^\top (sI - A_0)^{-1} \\ &\quad (k_0 y + \varphi(y) + \Psi(y)a + \Phi(y)w)], \\ i &= 1, \dots, m + 1. \end{aligned}$$

再根据假设A2), A3), 以及  $y$  的有界性, 可知  $\lambda_1, \dots, \lambda_{m+1}$  是有界的. 由关系式  $v_m = A_0^m \lambda$  可知, 存在矢量  $q_{m,i} \in \mathbb{R}^{m+i-1}$  使得

$$\begin{aligned} v_{m,i} &= \lambda_{m+i} + q_{m,i}^T [\lambda_1, \dots, \lambda_{m+i-1}]^T, \\ 2 \leq i &\leq \rho. \end{aligned} \quad (15)$$

根据式(15), 可进一步得到

$$\begin{aligned} \lambda_{m+i} &= -q_{m,i}^T [\lambda_1, \dots, \lambda_{m+i-1}]^T + z_i + \\ &\omega_{i-1}(\zeta_{i-1}, k, \hat{p}, \hat{\theta}, y), 2 \leq i \leq \rho. \end{aligned}$$

由上式可推得  $\lambda_{m+2}, \dots, \lambda_n$  是有界的. 因此控制量  $u$  有界, 故  $x$  是有界的. 闭环系统所有信号是有界的, 故  $t_f \rightarrow \infty$ .

由式(4), 可知

$$\int_0^\infty z_1^2 d\tau \leq \frac{1}{c_{11}} \int_0^\infty k(\tau) d\tau = \frac{k(\infty) - k(0)}{c_{11}} < \infty.$$

即  $z_1 \in L_2$ , 又由于  $z_1 \in L_\infty, \dot{z} \in L_\infty$ , 根据巴巴拉特引理可得  $\lim_{t \rightarrow \infty} z_1 = 0$ , 即系统跟踪误差渐近收敛于0.

## 5 算例(Design example)

考虑一个二阶受扰非线性系统  $\dot{x}_1 = x_2 + ay^2 + w(t)y^3, \dot{x}_2 = bu + w(t)y, y = x_1$ . 这里:  $a, b$  为未知定常参数, 高频增益的符号  $\text{sgn } b$  是未知的,  $w(t)$  表示时变有界干扰. 系统中的滤波器设计为:  $\dot{\eta} = A_0 \eta + ky, \dot{\Xi} = A_0 \Xi + \varphi(y), \dot{\lambda} = A_0 \lambda + e_2 u, \dot{\delta}_b = A_0 \delta_b + \Psi(y)w(t)$ . 其中,  $\varphi(y) = [y^2, 0]^T, \Psi(y) = [y^3, y]^T, v_0 = \lambda, k = [3, 2]^T$ . 在仿真中, 分别取  $a = 2, b = -5, w(t) = 0.2 \sin(5t), y_r = 0$ . 控制器中的参数分别取为  $c_{11} = 9, c_{12} = 7, c_{21} = c_{22} = 9, \varepsilon_{1i} = 3 (1 \leq i \leq 6), \varepsilon_{2j} = 4 (j = 1, 2), \xi = 0.1, \bar{k}_1 = 3, \bar{k}_2 = 1$ . 参数自适应律中各参数分别取为:  $\Gamma = I_2, r = 1, \theta^0 = [-5, 2]^T, p^0 = 0.04$ . 系统状态变量的初始值为  $x_1(0) = 0.2, x_2(0) = 0$ . 图1, 2给出了仿真结果.

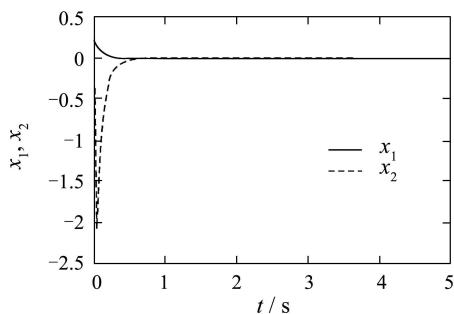


图1 状态变量  $x_1$  和  $x_2$

Fig. 1 State variables  $x_1$  and  $x_2$

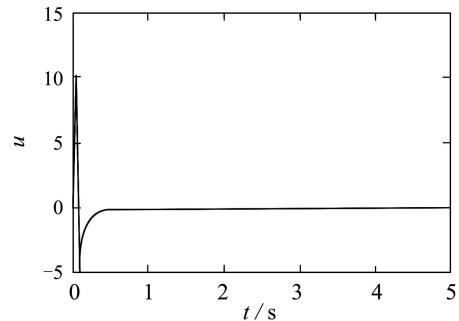


图2 控制量  $u$

Fig. 2 Control input  $u$

## 6 结论(Conclusion)

本文针对一类具有未知定常参数, 其中包括未知高频增益的受扰非线性最小相位系统, 提出了一种鲁棒自适应输出反馈控制策略. 该策略并不要求系统的所有状态变量可测, 也不需要高频增益的符号和干扰界值的先验知识. 同时, 系统中的非线性项不要求满足增长性条件和匹配条件. 算法使得参数估计量达到最小, 保证闭环系统所有信号的有界性, 同时使得跟踪误差渐近收敛于零.

## 参考文献(References):

- [1] SASTRY S S, ISIDORI A. Adaptive control of linearizable systems[J]. *IEEE Trans on Automat Control*, 1989, 34(11) : 1123 – 1131.
- [2] MARINO R, TOMEI P. Global adaptive feedback control of nonlinear systems, part I: linear parametrization[J]. *IEEE Trans on Automat Control*, 1993, 38(1) : 17 – 32.
- [3] KRSTIC M, KOKOTOVIC P V. Adaptive nonlinear output-feedback schemes with Marino-Tomei controller[J]. *IEEE Trans on Automat Control*, 1996, 41(2) : 274 – 280.
- [4] NUSSBAUM R D. Some remarks on a conjecture in parameter adaptive control[J]. *Systems & Control Letters*, 1983, 3(5) : 243 – 246.
- [5] DING Z. Global adaptive output feedback stabilization of nonlinear systems of any relative degree with unknown high-frequency gains[J]. *IEEE Trans on Automat Control*, 1998, 43(10) : 1442 – 1446.
- [6] YE X D. Adaptive nonlinear output-feedback control with unknown high-frequency gain sign[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2001, 46(1) : 112 – 115.
- [7] DING Z T, YE X D. A flat-zone modification for robust adaptive control of nonlinear output feedback systems with unknown high-frequency gains[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2002, 47(2) : 358 – 363.
- [8] KREISSELMEIER G. Adaptive observers with exponential rate of convergence[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1977, 22(1) : 2 – 8.
- [9] POLYCARPOU M M, IOANOU P A. A robust adaptive nonlinear control design[J]. *Automatica*, 1996, 32(3) : 423 – 427.
- [10] KRSTIC M, KANELAKOPOULOS I, KOKOTOVIC P V. Nonlinear design of adaptive controllers for linear systems[J]. *IEEE Trans on Automat Control*, 1994, 39(4) : 738 – 752.

## 作者简介:

陈刚 (1976—), 男, 博士, 主要从事非线性控制、智能控制等研究, E-mail: chengang@cqu.edu.cn.