

欠驱动船舶的光滑时变指数镇定

赵国良¹, 韩冰²

(1. 哈尔滨工程大学 自动化学院, 黑龙江 哈尔滨 150001; 2. 中冶京诚工程技术有限公司 工程设计部, 北京 100053)

摘要: 船舶水平面运动的欠驱动特性使船舶运动控制的研究具有了新的内涵. 本文在船舶水平面运动的运动学及动力学模型基础上, 将其演化为二阶系统方程组. 针对其欠驱动的特性, 借助微分同胚变换及控制输入变换将其转化为两个子系统, 分别设计状态反馈控制律, 从而得到了原系统的具有指数收敛速率的时变光滑反馈镇定律, 实现闭环系统所有状态全局指数收敛至平衡点. 该方法可用于欠驱动船舶动力定位或自动泊位控制. 最后的仿真试验验证表明本方法是有效的.

关键词: 欠驱动; 船舶; 微分同胚变换; 指数镇定

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Smooth time-variant exponential stabilization for underactuated surface vessels

ZHAO Guo-liang¹, HAN Bing²

(1. College of Automation, Harbin Engineering University, Harbin Heilongjiang 150001, China;

2. Project Engineering Division, Capital Engineering & Research Incorporation Limited, Beijing 100053, China)

Abstract: The underactuated characteristic of surface vessel motion in horizontal plane creates new direction in the research field of ship steering. Based on the kinematic and dynamic equations of surface vessel in horizontal plane, a set of second-order dynamic equations are given. Due to its underactuated characteristic, two sub-systems are obtained based on the diffeomorphism transformation and input transform. The state feedback control laws to form a smooth time-varying feedback stabilization law with exponentially convergence rate for original system are then derived. The proposed smooth time-varying feedback stabilization law guarantees all the states of original system to converge to the equilibrium point exponentially. The stabilization law could be used in the cases of dynamic positioning and auto-mooring for underactuated vessels. Finally, the effectiveness of the proposed method is illustrated by simulation tests.

Key words: underactuated; surface vessel; diffeomorphism transformation; exponential stabilization

1 引言(Introduction)

机械系统的欠驱动特性是指系统控制输入向量空间的维数小于系统广义坐标向量空间维数的情况^[1]. 该系统的特点是可用维数较少的输入控制其在维数较多的广义坐标空间内的运动. 对欠驱动系统的研究, 不仅可以降低系统费用及重量, 还可以降低因部分元件发生故障而对系统整体性能的影响. 欠驱动系统也可视为二阶非完整系统^[2]. 因此目前普遍认为对欠驱动系统的研究是一阶非完整系统研究的延续^[3, 4], 所采用的控制方法是基于非完整控制系统的研究成果演化和发展起来的.

欠驱动船舶的动力定位或自动泊位控制可归

结为镇定控制律的设计问题. 欠驱动系统本质上是非线性系统, 如果将系统在设定平衡点线性化, 则线性化后的系统不可控^[5]. 此外, 由Brockett^[6], Coron和Rosier^[7]的研究可知, 不存在连续时不变静态状态反馈使得欠驱动水面船舶镇定在平衡点上; 同时以研究光滑状态反馈为主的现代非线性控制方法也不能直接用于解决欠驱动船舶的镇定问题.

本文在欠驱动船舶水平面运动的动力学及运动学方程的基础上, 通过微分同胚变换将其拓展为二阶欠驱动系统方程组; 针对该二阶系统方程组, 设计了光滑时变指数镇定律; 通过仿真试验验证了该控制律是有效的.

2 船舶水平面运动方程(Dynamic and kinematic models of surface vessels)

系统坐标系采用如下两个正交坐标系(图1): 地理坐标系 $E-\Xi HZ$ 和船体坐标系 $O-XYZ$, 其中 Z 轴垂直于坐标平面 $E-\Xi H$, Z 轴垂直于坐标平面 $O-XY$.

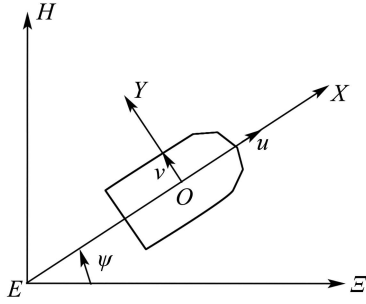


图1 系坐标系示意图

Fig. 1 Coordinate systems

常规船舶水平面运动非线性方程为^[8]:

$$\dot{u} = \frac{m_{22}}{m_{11}}vr - \frac{d_{11}}{m_{11}}u + \frac{1}{m_{11}}F, \quad (1)$$

$$\dot{v} = -\frac{m_{11}}{m_{22}}ur - \frac{d_{22}}{m_{22}}v, \quad (2)$$

$$\dot{r} = \frac{m_{11} - m_{22}}{m_{33}}uv - \frac{d_{33}}{m_{33}}r + \frac{1}{m_{33}}T, \quad (3)$$

$$\dot{\xi} = u \cos \psi - v \sin \psi, \quad (4)$$

$$\dot{\eta} = u \sin \psi + v \cos \psi, \quad (5)$$

$$\dot{\psi} = r. \quad (6)$$

其中: u, v, r 分别表示船舶纵向速度、横荡速度及艏摇角速度, ξ, η 为船舶在地理坐标系下的位置坐标, ψ 表示艏摇角, $m_{ii}(i = 1, 2, 3)$ 为惯性矩阵在船体坐标系 3 个坐标轴上的分量, $d_{ii}(i = 1, 2, 3)$ 为阻力矩阵在船体坐标系 3 个坐标轴上的分量; F, T 分别表示船舶在船体坐标系下所受外部推进力、旋转力矩.

常规水面船舶推进装置的配置方式为在船尾部装有主推进器和舵. 这种配置形式在船舶运动方程(1)~(6)中体现为仅存在 2 个控制输入 F 和 T , 不存在任何横向推力. 而在船舶动力定位及自动泊位控制过程中, 需要同时控制水平面运动的 3 个自由度 (ξ, η, ψ), 故在该实际应用情况下, 系统归结为欠驱动系统.

首先对式(1)~(6)进行微分同胚变换^[5]

$$\begin{aligned} (z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6) = \\ (\psi, \xi \cos \psi + \eta \sin \psi, -\xi \sin \psi + \eta \cos \psi, v, r, u), \end{aligned} \quad (7)$$

及控制输入变换

$$a_1 = (T - d_{33}r + (m_{11} - m_{22})uv)/m_{33}, \quad (8)$$

$$a_2 = (F + m_{22}vr - d_{11}u)/m_{11}. \quad (9)$$

然后将状态 z_4, z_5, z_6 用 z_1, z_2, z_3 及其时间导数 $\dot{z}_1, \dot{z}_2, \dot{z}_3$ 代替, 同时作控制输入变换^[5]:

$$b_1 = a_1, \quad (10)$$

$$b_2 = a_2 + \dot{z}_3\dot{z}_1 + z_3a_1. \quad (11)$$

则式(1)~(6)可拓展为如下二阶系统方程组:

$$\ddot{z}_1 = b_1, \quad (12)$$

$$\ddot{z}_2 = b_2, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \ddot{z}_3 = [-b_1 - \alpha\dot{z}_1 - (\beta + 1)\dot{z}_1] \begin{bmatrix} z_2 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} + \\ [\beta(\dot{z}_1)^2 - \alpha] \begin{bmatrix} z_3 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (14)$$

其中: $\alpha = \frac{d_{22}}{m_{22}}, \beta = \frac{m_{11}}{m_{22}}$.

对于系统(1)~(6)反馈镇定律的设计问题就转化为分别对子系统(12)和子系统(13)(14)设计反馈镇定律, 即分别设计控制器 $b_1(z_1, \dot{z}_1, t)$, $b_2(z_2, \dot{z}_2, z_3, \dot{z}_3, t)$, 使得系统从任意位置达到平衡点.

3 镇定控制律(Stabilization control laws)

通过适当的坐标平移, 可以将系统镇定于任意平衡点的问题简化为镇定于原点的问题. 因此, 不失一般性, 本文考虑镇定平衡点为原点的情况.

3.1 $b_1(t)$ 控制律(Stabilization control law for the $b_1(t)$)

定理 1 对于子系统(12), 存在如下状态反馈控制律

$$b_1 = -2k_1\dot{z}_1 - k_1^2z_1 + E(t). \quad (15)$$

其中 $E(t) = e^{-\lambda t}$, $k_1 > \lambda > 0$ 使得 $z_1, \dot{z}_1$ 指数收敛于零.

证 将反馈控制律(15)代入式(12), 得到方程

$$\ddot{z}_1 + 2k_1\dot{z}_1 + k_1^2z_1 = E(t). \quad (16)$$

因 $k_1 > \lambda > 0$, 并由于 $E(t)$ 指数收敛于零, 所以 $(z_1, \dot{z}_1)$ 也指数收敛于零.

推论 1 在上述控制律 b_1 作用下, $\frac{\dot{z}_1}{E(t)}$ 指数收敛于 $\frac{-\lambda}{(k_1 - \lambda)^2}$, $\frac{b_1}{E(t)}$ 指数收敛于 $\frac{\lambda^2}{(k_1 - \lambda)^2}$.

证 求解方程(16), 得到

$$z_1 = \frac{e^{-\lambda t} - e^{-k_1 t}(1 + (k_1 - \lambda)t)}{(k_1 - \lambda)^2} + [1 + k_1 t]z_1(0)e^{-k_1 t}. \quad (17)$$

令

$$z_{11} = \frac{z_1}{E(t)}, \quad (18)$$

$$z_{12} = \frac{\dot{z}_1}{E(t)}. \quad (19)$$

将式 (17) 带入式 (18) (19), 可得

$$z_{11} = \frac{1 - e^{-(k_1 - \lambda)t}(1 + (k_1 - \lambda)t)}{(k_1 - \lambda)^2} + [1 + k_1 t]z_1(0)e^{-(k_1 - \lambda)t}, \quad (20)$$

$$z_{12} = \frac{-\lambda + \lambda e^{-(k_1 - \lambda)t} + k_1(k_1 - \lambda)te^{-(k_1 - \lambda)t}}{(k_1 - \lambda)^2} - k_1^2 tz_1(0)e^{-(k_1 - \lambda)t}. \quad (21)$$

对式 (20) (21) 取极限, 可得 z_{11} 指数收敛于 $\frac{1}{(k_1 - \lambda)^2}$, z_{12} 指数收敛于 $\frac{-\lambda}{(k_1 - \lambda)^2}$, $\frac{b_1}{E(t)}$ 指数收敛于 $\frac{\lambda^2}{(k_1 - \lambda)^2}$.

3.2 $b_2(t)$ 控制律 (Stabilization control law for the $b_2(t)$)

引理 1^[9] 考虑如下线性时变系统

$$\dot{x} = (A_0 + A_1(t))x + (B_0 + B_1(t))u. \quad (22)$$

其中 $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$. 如果系统 (22) 满足如下条件:

$$1) \lim_{t \rightarrow \infty} A_1(t) = 0, \int_0^\infty \|A_1(t)\| dt < \infty,$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} B_1(t) = 0, \int_0^\infty \|B_1(t)\| dt < \infty;$$

2) (A_0, B_0) 为可镇定对, 则存在状态反馈 $u = -Kx$, 使得闭环系统 (22) 一致指数镇定, 其中 K 的选择将使 $A_0 - B_0K$ 为 Hurwitz 阵.

对式 (13) (14) 作微分同胚变换 $W = (w_1, w_2, w_3, w_4)^T = (z_2, \dot{z}_2, \frac{z_3}{E(t)}, \frac{\dot{z}_3}{E(t)})^T$, 并对时间求导可得

$$\dot{W} = (A_0 + A_1(t))W + (B_0 + B_1(t))b_2. \quad (23)$$

其中

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 1 \\ \frac{(\alpha - \lambda)\lambda}{(k_1 - \lambda)^2} & -\frac{(\beta + 1)\lambda}{(k_1 - \lambda)^2} & 0 & \lambda - \alpha \end{bmatrix},$$

$$A_1(t) =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-b_1 - \alpha \dot{z}_1}{E(t)} - \frac{(\alpha - \lambda)\lambda}{(k_1 - \lambda)^2} & -\frac{(\beta + 1)\dot{z}_1}{E(t)} + \frac{(\beta + 1)\lambda}{(k_1 - \lambda)^2} & \beta(\dot{z}_1)^2 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_0 = (0 \ 1 \ 0 \ 0)^T, B_1(t) = 0.$$

由于子系统 (12) 的控制律 $b_1(t)$ 已经获得, 因而可将系数矩阵 $A_0 + A_1(t)$ 中的 $b_1, \dot{z}_1$ 视为已知的时变函数. 这样对于系统 (23) 的反馈镇定问题就变为对线性时变系统的反馈镇定问题.

在推论 1 中结论的基础上, 经过计算可知:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{-b_1 - \alpha \dot{z}_1}{E(t)} = \frac{(\alpha - \lambda)\lambda}{(k_1 - \lambda)^2}, \quad (24)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{(\beta + 1)\dot{z}_1}{E(t)} = \frac{(\beta + 1)\lambda}{(k_1 - \lambda)^2}, \quad (25)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \beta(\dot{z}_1)^2 = 0. \quad (26)$$

由式 (24)~(26) 的结果可以得出, 引理 1 中的条件得到满足. 可知, 存在状态反馈 $b_2 = -K_b W$, $K_b = [k_{b1} \ k_{b2} \ k_{b3} \ k_{b4}]$, 使得闭环系统 (23) 一致指数镇定, 其中 K_b 的选择将使 $A_0 - B_0K_b$ 为 Hurwitz 阵.

由此得到以下定理.

定理 2 针对子系统 (13) (14), 存在如下反馈控制律

$$b_2 = -K_b W. \quad (27)$$

其中 $K_b = [k_{b1} \ k_{b2} \ k_{b3} \ k_{b4}]$, 并使 $A_0 - B_0K_b$ 为 Hurwitz 阵, 则子系统 (13) (14) 指数镇定.

4 仿真 (Simulation)

采用文献 [10] 中水池试验用船模参数进行仿真试验, 具体数据为: $m_{11} = 200 \text{ kg}$, $m_{22} = 250 \text{ kg}$, $m_{33} = 80 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $d_{11} = 70 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$, $d_{22} = 100 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$, $d_{33} = 50 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$. 状态初值为 $(\psi, \xi, \eta, u, v, r) = (\pi/6, -2, -2, 0, 0, 0)$. 反馈控制律 b_1 中参数 $\lambda = 1$, $k_1 = 2.5$. 本文采用极点配置的方法获得反馈控制律 b_2 中的参数 K_b . 子系统 (23) 中的极点选为: $-0.3, -1.5, -1.3 \pm 1.4i$, 通过计算可得到 $K_b = [31.9, 6.0, -26.9, -41.25]$.

船舶的位置及航向变化曲线见图 2. 控制力、控制力矩的时间响应曲线见图 3. 船舶的实际航迹见图 4. 从仿真结果可以看出, 本文所设计的镇定控制律, 可使系统的所有状态均指数收敛于零, 可以实现系统的镇定控制.

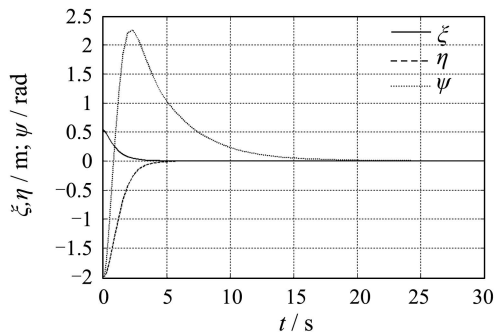
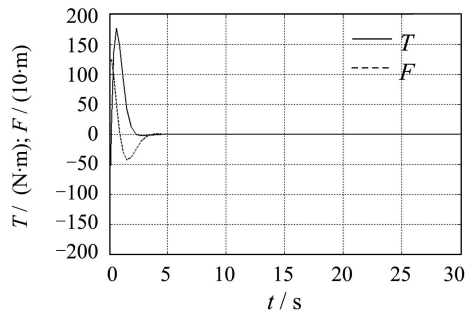
图2 状态量 ξ, η, ψ 的响应曲线Fig. 2 Time responses of states ξ, η, ψ 

图3 控制力和控制力矩变化曲线

Fig. 3 Time responses of the force and torque

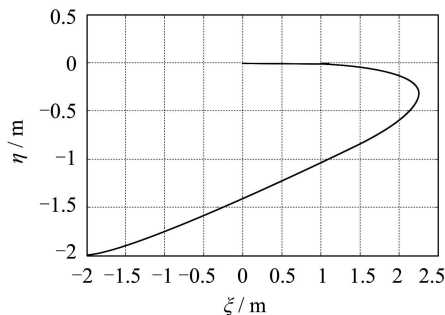


图4 船舶实际航迹

Fig. 4 Actual path of the surface vessel

5 结论(Conclusion)

本文讨论了欠驱动水面船舶的镇定控制问题. 首先将船舶运动学及动力学方程演化为一个二阶系统运动方程组. 针对其欠驱动的特性, 借助微分同胚变换及控制输入变换将其转化为两个子系统, 分别设计状态反馈控制律. 在此基础上得到的欠驱动船舶的具有指数收敛速率特性的镇定控制律, 可保证系统所有状态全局镇定, 实现闭环系统所有状态全局指数收敛至平衡点. 本文提出的控制律设计方法简单, 克服了其他方法^[11,12]中控制律的不连续性和对系统状态存在限制条件的缺陷. 该方法可用于欠驱

动船舶动力定位或自动泊位控制. 最后的仿真试验验证表明本方法是有效的.

参考文献(References):

- [1] MAHMUT R, ARJAN VANDER S, HARRIS MCCLAMROCH N, et al. Dynamics and control of a class of underactuated mechanical systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1999, 44(9): 1663 – 1671.
- [2] ORIOLO G, MAKAMURA Y. Control of mechanical systems with second-order nonholonomic constraints: Underactuated manipulators[C] // *Proc of the 30th Conf on Decision and Control*. New York, NY, USA: IEEE Press, 1991: 2398 – 2403.
- [3] REYHANOGLU M, van der SCHAFT A H, MCCLAMROCH N H, et al. Nonlinear control of a class of underactuated systems[C] // *Proc of the 35th IEEE Conf on Decision and Control*. Kobe, Japan: [s.n.], 1996: 1682 – 1687.
- [4] MAZENC F, K PETTERSEN K, NIJMEIJER H. Global uniform asymptotic stabilization of an underactuated surface vessel[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2002, 47(10): 1759 – 1762.
- [5] REYHANOGLU M. Control and stabilization of an underactuated surface vessel[C] // *Proc of the 35th IEEE Conf on Decision and Control*. Kobe, Japan: [s.n.], 1995: 2371 – 2376.
- [6] BROCKETT R W. Asymptotic stability and feedback stabilization[M] // BROCKETT R W, MILLMAN R S, SUSSMAN H J. *Differential Geometric Control Theory*, Boston: Birkhauser, 1983: 181 – 191.
- [7] CORON J M, ROSIER L. A relation between continuous time-varying and discontinuous feedback stabilization[J]. *J of Math Syst, Estimation, and Control*, 1994, 4(1): 67 – 84.
- [8] FOSSEN T I. *Guidance and Control of Ocean Vehicles*[M]. Chichester: John Wiley and Sons Ltd, 1994.
- [9] TIAN Y P, LI S H. Time-varying control of a class of nonholonomic systems[C] // *Proc of 2001 IEEE Int Conf on Control Applications*. 2001, Mexico City, Mexico: [s.n.], 2001: 972 – 977.
- [10] REYHANOGLU M. Exponential stabilization of an underactuated autonomous surface vessel[J]. *Automatica*, 1997, 33(12): 2249 – 2254.
- [11] ASTOLFI A. Discontinuous control of nonholonomic systems[J]. *Systems & Control Letters*, 1996, 27(1): 37 – 45.
- [12] ASTOLFI A, CHHABRA D, ORTEGA R. Asymptotic stabilization of some equilibrium of an underactuated underwater vehicle[J]. *Systems & Control Letters*, 2002, 45(3): 193 – 206.

作者简介:

赵国良 (1939—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为自适应控制、船舶运动控制, E-mail: gl1939@sina.com.cn;

韩冰 (1972—), 男, 2004年在哈尔滨工程大学获工学博士学位, 主要研究方向为非线性控制、船舶运动控制.