

随机需求下的选址—库存配送系统集成规划模型及算法

秦绪伟^{1,2}, 范玉顺³, 尹朝万²

(1. 东北大学 工商管理学院, 辽宁 沈阳 110004; 2. 中国科学院 沈阳自动化研究所, 辽宁 沈阳 110016;

3. 清华大学 自动化系, 北京 100084)

摘要: 研究了随机需求条件下由单供应商、候选分拨中心和分销点构成的选址—库存问题, 分销点、分拨中心分别基于周期检查(R, s, Q)和连续检查(s, S)库存控制策略. 综合考虑库存成本、运输成本和设施成本之间的均衡关系, 建立了二级库存与无能力约束选址集成规划模型. 给出了适合求解实际规模问题的拉格朗日松弛算法, 提出了求解子问题的有效启发式方法, 改进了次梯度优化方法. 通过仿真试验验证了模型的正确性和算法的有效性. 最后讨论了相对于传统规划方法, 需求方差、服务水平、持有成本、提前期等关键库存控制参数对系统运营成本节约的影响规律.

关键词: 选址—库存问题; 拉格朗日松弛算法; 配送系统

中图分类号: TP18, C934 **文献标识码:** A

Integrated design model and algorithm for location-inventory distribution system under stochastic demand

QIN Xu-wei^{1,2}, FAN Yu-shun³, YIN Chao-wan²

(1. School of Business Administration, Northeastern University, Shenyang Liaoning 110004, China;

2. Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Shenyang Liaoning 110016, China;

3. Department of Automation, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: The location-inventory distribution system design problem involving one supplier, candidate distribution centers and multiple retailers under stochastic demand is studied in this paper. Retailers adopt periodic review (R, s, Q) inventory policy, while distribution centers adopt continuous review (s, S) inventory policy. Considering the trade-off between inventory cost, shipping cost and facility location cost, the integrated 2-echelon inventory cost function with incapacitated facility location model is presented. A Lagrangian relaxation solution algorithm for realistic scale problem is then proposed. A number of heuristics are also outlined for solving effectively sub-problems. The sub-gradient method is thus improved. Furthermore, simulations are given to confirm the correctness of the model and the effectiveness of the solution. In comparison with traditional approaches, we discussed the sensitivity of potential cost reduction to the changes of inventory control key parameters such as demand variance, holding cost, lead-time and service level.

Key words: location-inventory problem; Lagrangian relaxations; distribution system

1 引言(Introduction)

构建低成本、高服务水平的物流配送系统是企业增强市场竞争能力的有效手段. 设计高效的物流配送系统必须解决两个关键问题: 确定分拨中心的最优数量和位置; 制定各级设施库存控制策略. 对于依次独立解决这两个问题的传统规划方法, 当客户需求波动显著或库存成本较高时, 实践表明这种解决方案严重脱离实际. 由此物流配送系统规划方案必须综合考虑库存控制策略、设施布局、运输成本等决策因素, 在满足目标服务水平条件下使得物流

系统运营成本最小.

随机需求下的设施选址与库存控制的联合决策问题直到近年才引起了学者兴趣. Nozick研究了需求满足泊松分布、分拨中心采用逐一补货($S-1, S$)库存控制策略的配送系统, 提出将库存成本折算成固定设施费用系数的形式集成到经典选址模型^[1], Nozick研究了二级库存系统与选址模型的集成问题, 考虑服务水平与库存成本的均衡, 提出了各级库存分配的方法, 以分拨中心数量为纽带与选址模型进行迭代优化^[2]. 此类模型仅实现选址

一库存的松散集成, 很难保证解的最优性. Daskin研究了客户需求方差与需求期望为固定比值、分拨中心采用连续检查(Q, r)库存策略的血液制品配送系统, 建立了(Q, r)库存策略与无能力约束选址问题集成的非线性整数规划模型, 提出采用拉格朗日松弛算法求解^[3]. Shen将上述模型转化为线性整数集合覆盖模型, 针对分支定价算法在迭代中出现的非线性定价问题, 提出多项式时间的解决方法^[4], 这种方法仅适用于客户需求方差与需求期望为固定比值和确定性客户需求两种特殊情况. Shu提出解决普通非线性定价问题的有效方法^[5]. Miranda建立了(Q, r)库存策略与能力约束选址决策集成模型, 采用拉格朗日松弛算法求解^[6], 由于采用标准次梯度算法和分支定界算法求解能力约束选址子问题使得算法收敛速度和精度不高, 难以应用于较大规模的实际问题. Teo建立了二级库存与选址集成规划问题的集合分割模型(set-partitioning), 采用列生成算法求解^[7], 该模型没有考虑各级库存的服务水平约束. 谭凌等研究了由2个采用连续检查(s, S)库存策略的分拨中心和 n 个采用周期检查库存策略的门店构成连锁零售企业配送系统, 考虑了各级库存服务水平约束, 采用完全枚举3种可能方案完成系统优化^[8], 显然限制了其实际应用.

本文综合考虑库存控制策略、设施成本、运输成本、库存服务水平等决策要素, 提出采用不同控制策略的二级库存和无能力约束选址集成规划模型, 采用拉格朗日松弛算法求解. 通过实例验证算法的有效性. 最后分析相对于传统规划方法的物流系统运营成本节约对库存控制关键参数变化的敏感性, 进一步验证了模型的正确性.

2 选址—库存问题及模型(Location inventory problem and model formulation)

2.1 选址—库存问题(Location inventory problem)

设计由制造企业、 N 个候选分拨中心和 M 个分拨点构成的配送网络以实现低成本、高服务水平的物流系统目标时, 则需解决以下问题: 分拨中心最佳的数量和位置; 分拨中心与分拨点的对应服务关系; 分拨中心的安全库存和最大库存水平; 分拨点的安全库存和实际服务水平. 这就构成了选址—库存配送系统规划问题.

不失为问题一般性, 这里假定分拨点的日需求量服从正态分布 $N(\mu_j, \sigma_j^2)$, 分拨点之间需求相互独立; 工厂与分拨中心之间直接运输的线性费用率为 RC_i ; 分拨中心与分拨点之间的局部运输的线性费用率为 TC_{ij} ; 分拨中心采用连续检查(s, S)库存策略, 已知订货成本 OC_i 、提前期 L_i 、库存持有成

本 HC_i 和安全库存系数 k_{wi} ; 分拨点采用检查周期为1天的(R, s, Q)库存策略, 库存持有成本 HR_j , 要求满足目标服务水平 $TS L_j$, 如果发生缺货给予惩罚成本 PC_j , 规定每个分拨点仅有一个分拨中心服务; 分拨中心固定设施折旧成本 F_i , 分拨中心库存容量不受限; 制造商的生产能力不受限.

2.2 分拨中心库存分析(Inventory cost analysis of distribution centers)

由分拨点需求分布函数可知分拨中心的日需求量服从正态分布 $N(\mu_{wi}, \sigma_{wi}^2)$, $\mu_{wi} = \sum_{j=1}^M \mu_j \cdot Y_{ij}$, $\sigma_{wi}^2 = \sum_{j=1}^M \sigma_j^2 \cdot Y_{ij}$. 其中: i, j 分别为分拨中心序号和分拨点序号, Y_{ij} 为0—1变量, 1表示分拨点 j 由分拨中心 i 供应, 0则不由其供应. 提前期内分拨中心的需求量服从正态分布 $N(L_i \mu_{wi}, L_i \sigma_{wi}^2)$, 分拨中心采取连续检查的(s, S)库存策略, 分拨中心的各库存控制参数如下:

安全库存: $ss_{wi} = k_{wi} \cdot \sqrt{L_i} \sigma_{wi}$;

订货点: $s_{wi} = k_{wi} \sqrt{L_i} \sigma_{wi} + L_i \mu_{wi}$;

订货量: $Q_{wi} = S_{wi} - k_{wi} \cdot \sqrt{L_i} \sigma_{wi}$;

平均库存: $I_{wi} = (S_{wi} + k_{wi} \cdot \sqrt{L_i} \sigma_{wi})/2$.

订货周期 TP_i 内分拨中心的从工厂补货运输成本、库存持有成本和订货成本之和除以订货周期($TP_i = Q_{wi}/\mu_{wi}$), 即分拨中心作业成本率为

$$HC_i \cdot (S_{wi} + k_{wi} \cdot \sqrt{L_i} \sigma_{wi})/2 + RC_i \cdot \mu_{wi} + OC_i \cdot \mu_{wi} / (S_{wi} - k_{wi} \sqrt{L_i} \sigma_{wi}).$$

2.3 分拨点库存分析(Inventory cost analysis of retailers)

分拨点采取周期检查的(R, s, Q)库存策略, 检查周期内各库存量为

订货量: $Q_j = \mu_j$;

安全库存: $ss_j = k_j \sigma_j$;

最大库存水平: $S_j = \mu_j + k_j \sigma_j$;

平均库存水平: $I_{rj} = \mu_j/2 + k_j \sigma_j$;

定货周期内平均缺货量:

$$ES_j = \int_{S_j}^{\infty} (y_j - S_j) \cdot g_0(y_j) dy_j = \sigma_j \varphi(k_j) + k_j \sigma_j \Phi(k_j) - k_j \sigma_j;$$

服务水平: $ESL_j = \int_{-\infty}^{S_j} g_0(y_j) dy_j = \Phi(k_j)$.

其中: $g_0(y_j)$ 为分拨点 j 的需求概率密度函数, $\Phi(\cdot)$, $\varphi(\cdot)$ 分别为标准正态分布的概率分布函数和概率密度函数.

2.4 系统总成本(Total system cost)

分拨中心与分拨点之间运输成本为 $\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M TC_{ij}$.

$\mu_j \cdot Y_{ij}$.

物流配送系统总作业成本率为

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^N F_i \cdot X_i + HC_i \sum_{i=1}^N (S_{wi} + k_{wi} \sqrt{L_i} \sigma_{wi}) / 2 + \\ & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M (RC_i + TC_{ij}) \mu_j Y_{ij} + \sum_{j=1}^M HR_j (\mu_j / 2 + k_j \sigma_j) + \\ & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M (OC_i / (S_{wi} - k_{wi} \sqrt{L_i} \sigma_{wi})) \cdot \mu_j \cdot Y_{ij} + \\ & \sum_{j=1}^M PC_j \cdot (\sigma_j \varphi(k_j) + k_j \sigma_j \Phi(k_j) - k_j \sigma_j). \end{aligned} \quad (a)$$

无能力约束的分拨中心最优的最大库存量 S_{wi} 通过对上述总作业成本率求导数获得, 即

$$\begin{aligned} & \frac{HC_i}{2} - \frac{OC_i}{(S_{wi} - k_{wi} \sqrt{L_i} \sigma_{wi})^2} \cdot \sum_{j=1}^M \mu_j \cdot Y_{ij} = 0, \quad (b) \\ & S_{wi} = \sqrt{\frac{2OC_i \cdot \mu_{wi}}{HC_i}} + k_{wi} \sqrt{L_i} \sigma_{wi}, \quad \forall i = 1, \dots, N. \end{aligned} \quad (c)$$

2.5 数学模型(Model formulation)

将式(c)代入式(a)并整理得到选址—库存配送系统集成规划模型如下:

目标函数:

$$\begin{aligned} \min \{ & \sum_{i=1}^N F_i \cdot X_i + \sum_{i=1}^N \sqrt{2HC_i \cdot OC_i} \cdot \sqrt{\mu_{wi}} + \\ & \sum_{i=1}^N HC_i \cdot k_{wi} \cdot \sqrt{L_i} \cdot \sigma_{wi} + \\ & \sum_{j=1}^M HR_j \cdot (\mu_j / 2 + k_j \sigma_j) + \\ & \sum_{j=1}^M PC_j \cdot (\sigma_j \varphi(k_j) + k_j \sigma_j \Phi(k_j) - k_j \sigma_j) + \\ & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M (RC_i + TC_{ij}) \cdot \mu_j \cdot Y_{ij} \} \\ \text{s. t. } & ESL_j \geq TSL_j, \quad \forall j = 1, \dots, M, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^M \mu_j \cdot Y_{ij} = \mu_{wi}, \quad \forall i = 1, \dots, N, \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^M \sigma_j^2 \cdot Y_{ij} = \sigma_{wi}^2, \quad \forall i = 1, \dots, N, \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^N Y_{ij} = 1, \quad \forall j = 1, \dots, M, \quad (4)$$

$$Y_{ij} \leq X_i, \quad \forall i = 1, \dots, N, \quad (5)$$

$$X_i \in \{0, 1\}, \quad \forall i = 1, \dots, N, \quad \forall j = 1, \dots, M, \quad (6)$$

$$Y_{ij} \geq 0, \quad \forall i = 1, \dots, N, \quad \forall j = 1, \dots, M. \quad (7)$$

目标函数表示了满足约束条件使得以分拨中心的固定设施折旧、分拨中心的安全库存成本和库存持有成本、分销点库存持有成本和缺货惩罚成

本、工厂途经分拨中心到分销点的运输成本之和为物流系统运营成本最小. 约束条件(1)表示分销点的服务水平不能低于目标值. 约束条件(2)表示分拨中心的需求期望是其所服务的分销点的需求期望之和. 约束条件(3)表示分拨中心的需求方差是其所服务的分销点的需求方差之和. 约束条件(4)表示一个分销点仅有一个分拨中心供货. 约束条件(5)保证只有被选中的分拨中心才能为分销点供货.

3 拉格朗日启发式算法(Lagrangian heuristic algorithm)

拉格朗日启发式算法包括3部分: 拉格朗日松弛、次梯度优化和产生可行解.

3.1 拉格朗日松弛(Lagrangian relaxations)

拉格朗日松弛使得约束对于子问题过于宽松, 增加以下约束条件以提高松弛后子问题的计算效果:

$$\sum_{i=1}^N \mu_{wi} \leq \sum_{j=1}^M \mu_j = U, \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^N \sigma_{wi}^2 \leq \sum_{j=1}^M \sigma_j^2 = \Psi, \quad (9)$$

$$\mu_{wi} \geq 0, \quad \forall i = 1, \dots, N, \quad (10)$$

$$\sigma_{wi}^2 \geq 0, \quad \forall i = 1, \dots, N. \quad (11)$$

用拉格朗日乘子 ϖ_i^k, λ_i^k 分别对原问题的约束条件(2)(3)进行松弛, 得到拉格朗日对偶问题:

$$\nu_L = \max \theta(\varpi, \lambda),$$

$$\theta(\varpi, \lambda) =$$

$$\begin{aligned} \min \{ & \sum_{j=1}^M HR_j \cdot (\mu_j / 2 + k_j \sigma_j) + \sum_{i=1}^N F_i \cdot X_i + \\ & \sum_{i=1}^N (\sqrt{2HC_i \cdot OC_i} \cdot \sqrt{\mu_{wi}} - \varpi_i^k \cdot \mu_{wi}) + \\ & \sum_{i=1}^N (HC_i \cdot k_{wi} \cdot \sqrt{L_i} \cdot \sigma_{wi} - \lambda_i^k \cdot \sigma_{wi}^2) + \\ & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M ((RC_i + TC_{ij}) \cdot \mu_j + \\ & \varpi_i^k \cdot \mu_j + \lambda_i^k \cdot \sigma_j^2) \cdot Y_{ij} + \\ & \sum_{j=1}^M PC_j \cdot (\sigma_j \varphi(k_j) + k_j \sigma_j \Phi(k_j) - k_j \sigma_j) \} \end{aligned}$$

$$\text{s. t. 式(1)(8)(9)(4)(5)(6)(7).}$$

子问题求解 拉格朗日松弛问题分解成以下4个子问题:

子问题SP1:

$$\min \sum_{i=1}^N (\sqrt{2HC_i \cdot OC_i} \cdot \sqrt{\mu_{wi}} - \varpi_i^k \cdot \mu_{wi})$$

$$\text{s.t. 式(8)(10).}$$

子问题SP2:

$$\min \sum_{i=1}^N (HC_i \cdot k_{wi} \cdot \sqrt{L_i} \cdot \sigma_{wi} - \lambda_i^k \cdot \sigma_{wi}^2)$$

s.t. 式(9)(11).

子问题SP1和SP2的结构相似,以SP1为例阐述基于数学归纳思想的求解方法.首先分析由2个分拨中心构成的配送系统,研究最优解的性质,然后将其推广到由 $N+1$ 个分拨中心构成的配送系统,得出结论:

$$\mu_{wi}^k = \begin{cases} U, & i = r, \\ 0, & i \neq r, \end{cases} \sigma_{wi}^{2k} = \begin{cases} \Psi, & i = l, \\ 0, & i \neq l. \end{cases} \quad (12)$$

其中 $r, l \in \{1, 2, \dots, N\}$,其证明过程如下:

设 $HO_i = \sqrt{2HC_i \cdot OC_i}$,对于由2个分拨中心构成的配送系统

$$\min \{HO_1 \cdot \sqrt{\mu_{w1}} - \varpi_1 \cdot \mu_{w1} + HO_2 \cdot \sqrt{\mu_{w2}} - \varpi_2 \cdot \mu_{w2}\}$$

s.t. $\mu_{w1} + \mu_{w2} = U, \mu_{w1}, \mu_{w2} \geq 0$,

问题可行解空间可表示为 $\mu = \begin{pmatrix} \alpha U \\ (1-\alpha)U \end{pmatrix}, 0 \leq \alpha \leq 1$.上述模型可表示为

$$\min G(\alpha) = HO_1 \cdot \sqrt{\alpha U} - \varpi_1 \cdot \alpha U + HO_2 \cdot \sqrt{(1-\alpha)U} - \varpi_2 \cdot (1-\alpha)U$$

s.t. $0 \leq \alpha \leq 1$,

$$\frac{\partial^2 G(\alpha)}{\partial \alpha^2} = -\frac{HO_1 \cdot U^2}{4\sqrt{\alpha U^3}} - \frac{HO_2 U^2}{4\sqrt{(1-\alpha)U^3}} < 0.$$

由此 $G(\alpha)$ 为凸函数,最优值在区间端点,即

$$\begin{pmatrix} \mu_{w1}^* \\ \mu_{w2}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U \\ 0 \end{pmatrix} \text{ 或 } \begin{pmatrix} \mu_{w1}^* \\ \mu_{w2}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ U \end{pmatrix}.$$

假设对于 N 个分拨中心构成的配送系统以下结论成立:

$$\mu_{wi}^k = \begin{cases} U, & i = r, \\ 0, & i \neq r, \end{cases} r \in \{1, \dots, N\},$$

由 $N+1$ 个分拨中心构成的物流系统模型SP1_{N+1}可分解为

$$\min \{HO_{(N+1)} \cdot \sqrt{\mu_{w(N+1)}} + V(\mu_{w(N+1)}) - \varpi_{N+1} \mu_{w(N+1)}\}$$

s.t. $0 \leq \mu_{w(N+1)} \leq U$.

其中:

$$V(\mu_{w(N+1)}) = \min \sum_{i=1}^N (HO_i \cdot \sqrt{\mu_{wi}} - \varpi_i \cdot \mu_{wi})$$

s.t. $\sum_{i=1}^N \mu_{wi} = U - \mu_{w(N+1)}, \mu_{w1}, \dots, \mu_{wN} \geq 0$.

根据问题假设, $V(\mu_{w(N+1)})$ 的最优解为

$$\mu_{wi}^k = \begin{cases} U - \mu_{w(N+1)}, & i = r, \\ 0, & i \neq r, \end{cases} r \in \{1, \dots, N\}.$$

SP1_{N+1}问题模型可改写为

$$\min \{HO_{(N+1)} \cdot \sqrt{\mu_{w(N+1)}} - \varpi_{N+1} \cdot \mu_{w(N+1)} + HO_r \cdot \sqrt{\mu_{wr}} - \varpi_r \cdot \mu_{wr}\}$$

s.t. $\mu_{w(N+1)} + \mu_{wr} = U, \mu_{w(N+1)}, \mu_{wr} \geq 0$.

上述模型与假设条件下结论成立的子问题SP1有相同的结构,因此结论(12)成立.

子问题SP3:

$$\min \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M ((RC_i + TC_{ij}) \cdot \mu_j + \varpi_i^k \cdot \mu_j + \lambda_i^k \cdot \sigma_j^2) \cdot Y_{ij} + \sum_{i=1}^N F_i \cdot X_i$$

s.t. 式(4) (5) (6) (7).

子问题SP3是一个无能力约束的固定费用的设施选址问题,其求解方法主要包括贪婪启发式算法、分支定界算法和拉格朗日松弛启发式算法^[2].本文采用拉格朗日松弛启发式算法以满足解决大规模实际问题的需要.松弛唯一供应源约束条件(4),则,设 $C_{ij} = (RC_i + TC_{ij}) \cdot \mu_j + \varpi_i^k \cdot \mu_j + \lambda_i^k \cdot \sigma_j^k$,

$$\max_{\gamma} \min_{X, Y} \left\{ \sum_{i=1}^N F_i \cdot X_i + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M (C_{ij} - \gamma_j) \cdot Y_{ij} + \sum_{j=1}^M \gamma_j \right\}$$

s.t. 式(5) ~ (7).

对于给定的拉格朗日乘子 γ 可以通过以下步骤获得选址和分配变量的最优值以获得一个下界值,即

1) 对于每个候选分拨中心 i ,计算

$$V_i = F_i + \sum_{j=1}^M \min(0, C_{ij} - \gamma_j),$$

并使得
$$X_i = \begin{cases} 1, & V_i < 0, \\ 0, & V_i \geq 0. \end{cases}$$

2) 计算

$$Y_{ij} = \begin{cases} 1, & X_i = 1, C_{ij} - \gamma_j < 0, \\ 0, & X_i = 0, C_{ij} - \gamma_j \geq 0. \end{cases}$$

对于每个选定分拨中心($X_i = 1$)通过以下步骤将分销点指派到合适的分拨中心以获得一个上界值,即

1) 对于每个满足 $\sum_{i=1}^N Y_{ij} \geq 1$ 的分销点 j ,安排分销点 j 到满足 $Y_{ij} = 1$ 且使得目标函数值增加最小的分拨中心 i .

2) 对于每个满足 $\sum_{i=1}^N Y_{ij} = 0$ 的分销点 j , 安排分销点 j 到使得目标函数值增加最小的开放 ($X_i = 1$) 分拨中心 i .

拉格朗日乘子更新采用次梯度方法^[9].

子问题SP4:

$$\begin{aligned} \min \{ & \sum_{j=1}^M PC_j \cdot (\sigma_j \varphi(k_j) + k_j \sigma_j \Phi(k_j) - k_j \sigma_j) + \\ & \sum_{j=1}^M HR_j \cdot (\mu_j/2 + k_j \sigma_j) \} \\ \text{s.t. 式(1).} \end{aligned}$$

由于分销点的库存和销售额损失成本是分销点安全库存系数的连续函数, 求关于安全库存系数 k_j 的二阶导数如下:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial k_j} &= \sum_{j=1}^M (PC_j \sigma_j (\Phi(k_j) - 1) + HR_j \sigma_j), \\ \frac{\partial^2}{\partial k_j^2} &= \sum_{j=1}^M PC_j \sigma_j \varphi(k_j) > 0, \end{aligned}$$

所以分销点相关库存成本函数是一个关于安全库存系数 k_j 的凹函数, 让 $\frac{\partial}{\partial k_j} = 0$ 求得

$$k_j^* = \frac{HR_j + PC_j}{PC_j}.$$

由约束条件可知 k_j 是属于某个闭区间的, 如果 k_j^* 在此闭区间内, 则 k_j^* 为所求最优安全库存系数; 如果不在此闭区间内, 则区间边界点为所求最优安全库存系数.

3.2 计算原问题可行解(Calculate feasible solution for the primal problem)

为了获得原问题上界, 以拉格朗日松弛问题的当前最优解为基础采用以下步骤构建可行解.

1) 计算选定分拨中心的需求:

$$\bar{\mu}_{wi}^k = \sum_{j=1}^M Y_{ij}^k \cdot \mu_j, \quad \bar{\sigma}_{wi}^{2k} = \sum_{j=1}^M Y_{ij}^k \cdot \sigma_j^2.$$

2) 计算当前解的上界值:

$$\begin{aligned} \bar{Z}_{UP}^k &= \\ & \sum_{i=1}^N F_i \cdot X_i + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M (RC_i + TC_{ij}) \cdot \mu_j \cdot Y_{ij} + \\ & \sum_{i=1}^N HC_i \cdot k_{wi} \cdot \sqrt{L_i} \cdot \bar{\sigma}_{wi}^k + \sum_{i=1}^N \sqrt{2HC_i \cdot OC_i} \cdot \sqrt{\bar{\mu}_{wi}^k} + \\ & \sum_{j=1}^M PC_j \cdot (\sigma_j \Phi(k_j) + k_j \sigma_j \Phi(k_j) - k_j \sigma_j) + \\ & \sum_{j=1}^M HR_j \cdot (\mu_j/2 + k_j \sigma_j). \end{aligned}$$

3) 计算当前最好上界:

$$Z_{UP}^k = \min \{ Z_{UP}^{k-1}, \bar{Z}_{UP}^k \}.$$

3.3 次梯度优化(Update the Lagrangian multipliers)

次梯度优化是更新乘子 ϖ_i^k 和 λ_i^k 的过程, 使得 $\theta(\varpi, \lambda)$ 沿着上升的方向渐近最佳下界 ν_L . ξ^k 和 η^k 为 $\theta(\varpi, \lambda)$ 的次梯度, 即

$$\begin{aligned} \xi_i^k &= \sum_{j=1}^M Y_{ij}^k \cdot \mu_j - \mu_{wi}^k, \quad \forall i = 1, \dots, N, \\ \eta_i^k &= \sum_{j=1}^M Y_{ij}^k \cdot \sigma_j^2 - \sigma_{wi}^{2k}, \quad \forall i = 1, \dots, N. \end{aligned}$$

为了提高算法收敛速度, 改进搜索步长如下: 设 $I_\xi^k = \{i | \xi_i^k \leq 0; \varpi_i^k = 0\}$,

$$\begin{aligned} I_\eta^k &= \{i | \eta_i^k \leq 0; \lambda_i^k = 0\}, \\ \hat{\xi}^k &= [\hat{\xi}_1, \dots, \hat{\xi}_N]^T, \\ \hat{\eta}^k &= [\hat{\eta}_1, \dots, \hat{\eta}_N]^T. \end{aligned}$$

其中:

$$\hat{\xi}_i^k = \begin{cases} \xi_i^k, & i \notin I_\xi^k, \\ 0, & i \in I_\xi^k, \end{cases} \quad \hat{\eta}_i^k = \begin{cases} \eta_i^k, & i \notin I_\eta^k, \\ 0, & i \in I_\eta^k. \end{cases}$$

第 k 次迭代的搜索步长为

$$\delta_\varpi^k = \beta^k \frac{(Z_{UP}^k - Z_{LP}^k)}{\|\hat{\xi}^k\|^2}, \quad \delta_\lambda^k = \beta^k \frac{(Z_{UP}^k - Z_{LP}^k)}{\|\hat{\eta}^k\|^2}.$$

其中: $0 \leq \beta^k \leq 2$, 一般取 $\beta_0 = 2$, 当 $\theta(\varpi, \lambda)$ 上升时, β_k 不变, 当 $\theta(\varpi, \lambda)$ 在给定的若干步没有变化时, 则取其一半; Z_{UP}^k 为迄今得到最好上界, Z_{LP}^k 是 $\theta(\varpi, \lambda)$ 的当前下界, 选取 $Z_{LP}^k = \theta(\varpi^k, \lambda^k)$.

拉格朗日乘子迭代更新机制如下:

$$\begin{aligned} \varpi_i^{k+1} &= \max \{0, \varpi_i^k + \delta_\varpi^k \cdot \xi_i^k\}, \\ \lambda_i^{k+1} &= \max \{0, \lambda_i^k + \delta_\lambda^k \cdot \eta_i^k\}. \end{aligned}$$

次梯度优化终止准则: 1) ξ_i^k 和 $\eta_i^k = 0$, 这是最理想的情况, 但很少发生, 实际中常用下面的终止准则来代替; 2) $\|\xi^k\| \leq \varepsilon$ 和 $\|\eta^k\| \leq \varepsilon$ (ε 为一给定的极小正数); 3) 采用终止准则 $k > K$, K 为一给定的迭代次数, 当循环超过这个次数时就强行终止.

4 计算实例(Case and computational results)

某铝塑型材物流配送系统需要规划, 经专家论证确定1个生产基地、8个候选分拨中心、24个客户区. 生产基地与分拨中心运输成本为0.1 RMB/(t·km), 分拨中心与分销点局部运输成本为0.32 RMB/(t·km). 要求分拨中心服务水平不低于90%. 其余数据如表1~3所示.

表1 配送中心相关参数

Table 1 Parameter involving in distribution center

参数	D01	D02	D03	D04	D05	D06	D07	D08
固定成本/($\times 100\text{RMB} \cdot \text{y}^{-1}$)	500	440	410	730	390	702	450	720
持有成本/($\text{RMB} \cdot \text{t}^{-1}$)	3.5	5.6	2.7	4.3	4.5	3.8	4.8	5.7
订货成本	120	180	90	210	110	190	140	198
补货运输距离/km	419	308	734	903	1237	2270	2170	1921
提前期	5	4	5	5	6	8	7	7

表2 客户区相关参数

Table 2 Parameter involving in retail outlet

客户区	C01	C02	C03	C04	C05	C06	C07	C08	C09	C10	C11	C12
需求期望	53	12	17	5	9	35	23	49	7	42	36	9
需求方差	7	2	2	1	2	3	6	9	1	3	7	2
库存成本	8.2	7.0	6.2	6.0	5.9	8.7	6.5	8.8	6.4	9.5	8.9	7.3
惩罚成本	2.2	2.1	1.7	1.2	1.5	2.7	1.8	2.1	1.2	2.1	2.3	1.4
服务水平/%	97	93	90	87	89	98	97	91	85	98	98	89
客户区	C13	C14	C15	C16	C17	C18	C19	C20	C21	C22	C23	C24
需求期望	7	35	41	21	46	31	19	11	41	15	9	6
需求方差	2	4	6	2	5	8	5	2	6	5	2	1
库存成本	6.6	7.4	7.8	7.2	9.8	8.8	7.6	8.2	8.6	9.3	9.0	7.2
惩罚成本	1.0	2.1	2.4	1.8	1.3	1.1	1.5	2.1	2.0	1.4	1.6	1.2
服务水平/%	81	96	93	90	98	90	94	96	98	87	86	95

表3 配送中心与客户区之间的运输距离(km)

Table 3 Distance between distribution center and retail outlet (km)

	C01	C02	C03	C04	C05	C06	C07	C08	C09	C10	C11	C12
D01	17	61	84	89	242	305	446	544	706	859	722	987
D02	89	154	96	15	207	294	553	536	795	829	693	1221
D03	305	356	389	394	547	21	128	242	401	1006	1032	1033
D04	859	920	910	829	622	1169	1134	1248	1570	12	147	392
D05	1144	1205	1165	1053	845	1392	1525	1634	1976	497	350	204
D06	2110	2172	2194	2018	1811	2358	2759	2600	2486	1463	1326	1410
D07	2026	2087	2114	1934	1727	2274	2675	2516	2402	1379	1242	1326
D08	1807	1868	1892	1715	1508	2055	2456	2297	2182	1160	1023	1107
	C13	C14	C15	C16	C17	C18	C19	C20	C21	C22	C23	C24
D01	1427	1474	1144	1023	2110	2236	1531	1984	2026	2420	1807	1945
D02	1390	1436	1053	931	2018	2144	1439	1792	1934	2328	1715	1853
D03	1564	1777	1392	1271	2358	2541	1836	2232	2274	2727	2055	2193
D04	561	890	497	376	1463	1664	1788	1337	1379	1773	1160	2198
D05	535	393	16	121	966	1167	1291	840	882	1271	663	801
D06	1498	1359	966	1087	20	201	400	126	84	308	303	165
D07	1414	1275	882	1003	84	295	484	42	12	392	219	81
D08	1193	1051	663	784	303	510	698	177	219	612	30	138

在 Pentium 1.6G, 内存 512 M 的计算机上使用 JBuilder9.0编程进行实验, 迭代次数400, 获得上述实例的最优目标函数值为203923.5, 最优物流配送系统结构如表4所示. 对5组不同规模的配送系统规划问题进行多次试验获得的计算结果如表5所示, 其中启发式上限值是指原问题的最好的上限值, 而下限值是通过求解Lagrangian松弛问题获得的, 因为最优解难于求解, 所以绝对对偶间隙无法获得, 实际的近优率将小于相对对偶间隙值, 在此运用相对对偶间隙来表达近优解偏离最优解的程度. 大量试验结果表明: 相对对偶间隙可达到2%以内; 规模大的问题比规模小的问题的相对对偶间隙小; 计算时间能够控制在1 min左右.

以传统规划方法为参照, 研究分拨中心的库存

控制参数对上述规划模型成本节约的影响规律, 为此设计了以下试验: 分别以上述实例的分拨中心库存持有成本和分销点需求方差为中心, 减少或增加为原来的30%, 60%, 在满足70%, 80%, 90%和99%的分拨中心服务水平下, 计算每种试验案例的成本节约并绘制折线(如图1和图2所示).

根据图1的实验结果可以看出: 相对传统配送系统规划方法, 系统平均成本节约随着配送中心持有成本和目标服务水平的递增而增加; 在高服务水平要求下, 成本节约增幅显著.

根据图2可以看出: 系统平均成本节约随着分销点需求方差和目标服务水平的递增而增加; 在高服务水平要求下, 成本节约增幅略微减缓, 因为高安全库存对需求波动的缓冲作用.

表 4 分销中心对客户区的最优分配

Table 4 Optimal allocation relation between distribution center and retail outlet

分销中心	D01	D02	D03	D04	D05	D06	D07	D08
客户区	—	C02,C01,	C06,C07,	C13,	C16,	—	C17,C18,	C20,
	—	C03,C05,C04	C08,C09	C10,C11	C14,C15	—	C19,C21,C22	C23,C24

表 5 计算结果

Table 5 Comparative computation result

问题规模 $D \times C$	启发式上限值 Z_{up}	下限值 Z_{lp}	相对对偶间隙 $(Z_{up} - Z_{lp})/Z_{up}$	计算时间/s
4×15	114347.6	112932.3	1.24%	14
6×20	157843.2	156389.7	0.92%	21
8×24	205831.7	203923.5	0.92%	35
10×35	284432.1	282372.3	0.72%	38
16×75	593664.4	588453.8	0.87%	68

总之, 随着库存持有成本、需求方差、目标服务水平、提前期等库存控制参数值的增加, 库存成本因素对配送系统规划的影响剧增, 传统的顺序规划方法越偏离实现.

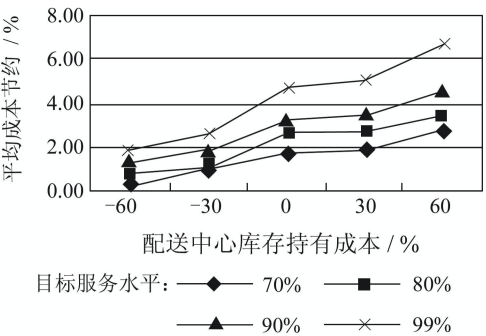


图 1 平均成本节约对库存持有成本敏感性分析
Fig. 1 Sensitivity analysis between average cost reduction and inventory holding cost

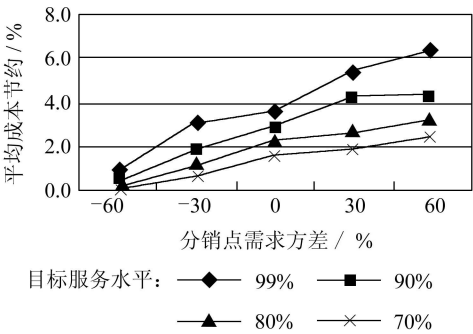


图 2 平均成本节约对需求方差的敏感性分析
Fig. 2 Sensitivity analysis between average cost reduction and demand variance

5 结论(Conclusion)

本文研究了在随机需求, 分拨中心和分销点采用不同库存控制策略的条件下配送系统规划问题, 建立了集成库存控制策略和设施选址决策的物流

系统规划模型,给出了拉格朗日松弛求解方法.通过实例表明该方法是解决大规模物流系统规划实际问题的有效手段;计算结果分析表明随库存持有成本、需求方差、提前期、目标服务水平等库存控制因素的增加,相对于传统分离规划方法的系统成本节约而增加,验证了库存控制策略和设施选址集成决策的必要性、可行性.

参考文献(References):

- [1] NOZICK L K, TURNQUIST M A. Integrating inventory impacts into a fixed charge model for locating distribution centers[J]. *Transportation Research Part E*, 1998, 34(3): 173 – 186.
- [2] NOZICK L K, TURNQUIST M A. A two-echelon inventory allocation and distribution center location analysis[J]. *Transportation Research Part E*, 2001, 37(6): 425 – 441.
- [3] ZIPKIN M S, COULLARD C, SHEN Z J M. An inventory location model: formulation, solution algorithm and computational results[J]. *Annals Operation Research*, 2002, 110(1): 83 – 106.
- [4] SHEN Z J M, COULLARD C, DASKIN M S. A joint location inventory model[J]. *Transportation Science*, 2003, 37(1): 40 – 55.
- [5] SHU J, TEO C P, SHEN Z J M. Stochastic transportation inventory network design problem[J]. *Operation Research*, 2005, 53(1): 48 – 60.

- [6] MIRANDA P A, GARRIDO R A. Incorporating inventory control decision into a strategic distribution network design model with stochastic demand[J]. *Transportation Research Part E*, 2004, 40(3): 183 – 207.
- [7] TEO C P, SHU J. Warehouse retailer network design problem[J]. *Operation Research*, 2004, 52(3): 396 – 408.
- [8] 谭凌, 高峻峻, 王迎军. 基于库存成本优化的配送中心选址问题研究[J]. 系统工程学报, 2004, 19(1): 59 – 66.
(TAN Ling, GAO Junjun, WANG Yingjun. Study on problem of distribution center location based on inventory cost optimization[J]. *Chinese J of System Engineering*, 2004, 19(1): 59 – 66.)
- [9] WANG S H. An improved stepsize of the subgradient algorithm for solving the Lagrange relaxation problem[J]. *Computers and Electrical Engineering*, 2003, 29(3): 245 – 249.

作者简介:

秦绪伟 (1976—), 男, 博士, 东北大学工商管理学院教师, 2006年3月获得中科院沈阳自动化研究所工学博士学位, 从事物流优化与控制、应急管理、智能算法等研究, E-mail: xwqin@mail.neu.edu.cn;

范玉顺 (1962—), 男, 清华大学自动化系教授, 博士生导师, 从事企业建模等研究, E-mail: fanyus@tsinghua.edu.cn;

尹朝万 (1940—), 男, 中科院沈阳自动化研究所研究员, 博士生导师, 从事智能控制、计算机应用等研究, E-mail: ycw@sia.cn.

下 期 要 目

基于矢量基学习的最小乘支持向量机建模 陈爱军, 宋执环, 李 平
一种新的角加速度估计方法及其应用 何玉庆, 韩建达
全局最优联邦滤波器信息分配原则 邱 恺, 吴训忠, 张宗麟, 魏瑞轩
变时延力反馈遥操作机器人系统的内模控制 鉴 萍, 李歧强
比例积分型广义预测控制系统的稳定性分析 李 韬, 陈增强, 张纪峰
复杂模糊分类系统的协同进化设计方法 张 永, 吴晓蓓, 向峥嵘, 胡维礼
一类退化系统目标跟踪学习控制的吸引流形方法 田森平, 谢胜利, 何 刚
具有方差和极点约束的不确定系统鲁棒 H_∞ 输出反馈控制 周武能, 苏宏业, 褚 健
感应电动机调速系统的自适应逆控制 杨立永, 李 正, 李 华, 王久和
基于输入输出线性化的船舶全局直线航迹控制 周 岗, 姚琼荟, 陈永冰, 周永余
一类不确定非线性离散时滞系统的鲁棒 H_∞ 滤波设计 邵汉永
聚焦式模糊变结构控制及其在主汽温控制中的应用 杨 苹, 许礼尉