

文章编号: 1000-8152(2006)06-0886-05

一类非线性非最小相位系统的直接自适应控制

富月¹, 柴天佑^{1,2}

(1. 东北大学流程工业综合自动化教育部重点实验室, 辽宁沈阳 110004; 2. 东北大学自动化研究中心, 辽宁沈阳 110004)

摘要: 针对一类不确定的离散时间非线性非最小相位动态系统, 提出了一种基于神经网络和多模型的直接自适应控制方法。该控制方法由线性直接自适应控制器, 神经网络非线性直接自适应控制器以及切换机构组成。线性控制器用来保证闭环系统输入输出信号有界, 非线性控制器用来改善系统性能。切换策略通过对上述两种控制器的切换, 保证闭环系统输入输出有界的同时, 改善了系统性能。理论分析以及仿真结果表明了所提出的直接自适应控制方法的有效性。

关键词: 直接自适应控制; 非最小相位; 非线性系统; 神经网络; 多模型

中图分类号: TP273 文献标识码: A

Direct adaptive control for a class of nonlinear non-minimum phase systems

FU-Yue¹, CHAI Tian-you^{1,2}

(1. Key Laboratory of Integrated Automation of Process Industry, Ministry of Education, Northeastern University, Shenyang Liaoning 110004, China;
2. Research Center of Automation, Northeastern University, Shenyang Liaoning 110004, China)

Abstract: A direct adaptive control approach is proposed for a class of uncertain discrete time nonlinear non-minimum phase dynamical systems. The direct adaptive control approach is composed of a linear direct adaptive controller, a neural network nonlinear direct adaptive controller and a switching mechanism. The linear controller ensures the boundedness of the input and output signals, and the nonlinear controller improves performance of the system. By using the switching scheme, we demonstrated that both improved performance and stability are achieved simultaneously. Theoretical analysis and simulation results show the effectiveness of the proposed method.

Key words: direct adaptive control; non-minimum phase; nonlinear system; neural network; multiple models

1 引言(Introduction)

非线性自适应控制是解决一类不确定的非线性系统控制问题的有效方法之一, 随着20世纪90年代各种智能方法的引入引起了人们的广泛关注。文[1~4]分别提出了基于模糊逻辑以及神经网络前馈补偿的非线性自适应控制方法, 为非线性系统的控制提供了可行的途径。

多模型自适应控制方法通过模型切换不仅能够保证自适应系统输入输出信号有界, 而且可以改善系统的性能^[5]。但该方法只适用于最小相位系统, 并且由于未对控制量进行加权, 可能产生过大的控制输入。

本文针对一类具有NARMA形式的非线性非最小相位、开环不稳的离散时间动态系统, 将基于广

义最小方差的直接自适应控制^[6]与多模型自适应控制算法^[5]相结合提出了一种具有神经网络和多模型的直接自适应控制方法。证明了该控制方法不仅能够保证闭环系统输入输出信号有界, 同时选择适当的神经网络结构和参数, 能够保证系统的广义跟踪误差渐近小于预先确定的任意正数。

2 广义最小方差控制律(Generalized minimum variance control law)

设单输入单输出离散时间非线性动态系统如下:

$$y(t+1) = f[y(t), \dots, y(t-n_a+1), u(t), \dots, u(t-n_b)]. \quad (1)$$

其中: $u(t), y(t) \in \mathbb{R}$ 分别为系统的输入和输出量; $f[\cdot] \in \mathbb{R}$ 是连续可微的非线性函数; n_a, n_b 为系统的

收稿日期: 2005-05-31; 收修改稿日期: 2005-12-27。

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973)项目(2002CB312201); 国家自然科学基金重点资助项目(60534010); 国家创新研究群体科学基金资助项目(60521003); 长江学者和创新团队发展计划资助项目(IRT0421)。

阶次并且已知; 原点为平衡点.

将式(1)在原点附近Taylor展开, 写成下面的等价形式:

$$\begin{aligned} A(z^{-1})y(t+1) &= \\ B(z^{-1})u(t) + v[y(t), \dots, \\ y(t-n_a+1), u(t), \dots, u(t-n_b)]. \end{aligned} \quad (2)$$

其中: $A(z^{-1})$ 为 n_a 阶的反向传播算子 z^{-1} 的首一多项式, $B(z^{-1})$ 是 z^{-1} 的多项式, 阶次为 n_b ; $v[\cdot] \in \mathbb{R}$ 为高阶非线性项.

与文[5]相同, 本文考虑能用式(2)描述的一类非线性系统. 系统假设如下:

- i) 组成 $A(z^{-1}), B(z^{-1})$ 的参数在紧集 Σ 中变化;
- ii) 高阶非线性项 $v[\cdot]$ 全局有界.

与文[5]相比, 本文取消了系统是最小相位的这一假设条件.

引入性能指标

$$\begin{aligned} J_c = [P(z^{-1})y(t+1) - R w(t) + \\ Q(z^{-1})u(t) + K v[\cdot]]^2. \end{aligned} \quad (3)$$

其中: $w(t) \in \mathbb{R}$ 是已知有界的参考输入; $P(z^{-1}), Q(z^{-1})$ 是加权多项式; R, K 为加权常数.

求得最优控制律为

$$\begin{aligned} [FB(z^{-1}) + Q(z^{-1})]u(t) = \\ R w(t) - G(z^{-1})y(t) - (K + F)v[\cdot]. \end{aligned} \quad (4)$$

其中: $G(z^{-1}) \cong g_0 + g_1 z^{-1} + \dots + g_{n_a-1} z^{-n_a+1}$ 为 $n_a - 1$ 阶的反向传播算子 z^{-1} 的多项式, F 为常数, 由下面的Diophantine方程唯一确定

$$P(z^{-1}) = FA(z^{-1}) + z^{-1}G(z^{-1}). \quad (5)$$

将式(4)带入系统(2), 得到闭环系统方程

$$\begin{aligned} [P(z^{-1})B(z^{-1}) + Q(z^{-1})A(z^{-1})]y(t+1) = \\ RB(z^{-1})w(t) + [Q(z^{-1}) - B(z^{-1})K]v[\cdot]. \end{aligned} \quad (6)$$

由式(6)可知, 为使闭环系统稳定, 同时达到稳态跟踪, 应选择加权多项式 $P(z^{-1}), Q(z^{-1}), R, K$ 满足下列式[6]:

$$P(z^{-1})B(z^{-1}) + Q(z^{-1})A(z^{-1}) \neq 0, |z| \geq 1, \quad (7)$$

$$P(1)B(1) + Q(1)A(1) = RB(1), \quad (8)$$

$$Q(1) = B(1)K. \quad (9)$$

当 $v[\cdot]$ 较小时, 可视为系统的有界干扰, 因此控制律可由下面的线性控制器求得:

$$[FB(z^{-1}) + Q(z^{-1})]u(t) = R w(t) - G(z^{-1})y(t). \quad (10)$$

3 基于神经网络和多模型的非线性直接自适应控制(Nonlinear direct adaptive control using neural networks and multiple models)

自适应控制就是确定一个自适应控制律, 当其应用于不确定的系统时, 系统的输入输出信号有界, 并且系统输出跟踪参考输入的变化.

本文采用直接自适应控制方法, 由式(2)和(5)得到控制器参数辨识方程

$$\begin{aligned} P(z^{-1})y(t+1) = \\ G(z^{-1})y(t) + H(z^{-1})u(t) + \varsigma[\mathbf{X}(t)], \end{aligned} \quad (11)$$

$$\phi(t+1) = \boldsymbol{\theta}^T \mathbf{X}(t) + \varsigma[\mathbf{X}(t)]. \quad (12)$$

其中:

$$\begin{aligned} \phi(t+1) &= P(z^{-1})y(t+1), \\ H(z^{-1}) &= FB(z^{-1}) \cong h_0 + h_1 z^{-1} + \dots + h_{n_b} z^{-n_b}, \\ \varsigma[\mathbf{X}(t)] &= Fv[\mathbf{X}(t)], \\ \boldsymbol{\theta} &= [g_0, \dots, g_{n_a-1}, h_0, \dots, h_{n_b}]^T, \\ \mathbf{X}(t) &= [y(t), \dots, y(t-n_a+1), u(t), \dots, u(t-n_b)]^T. \end{aligned}$$

参数辨识方程(12)的线性估计模型定义为

$$\hat{\phi}_1(t+1) = \hat{\boldsymbol{\theta}}_1^T(t) \mathbf{X}(t). \quad (13)$$

其中 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_1(t)$ 为 t 时刻参数 $\boldsymbol{\theta}$ 的基于线性模型的估计. 采用如下的辨识方法在线校正^[5]:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_1(t) = \hat{\boldsymbol{\theta}}_1(t-1) + \frac{a_1(t) \mathbf{X}(t-1) e_1(t)}{1 + \mathbf{X}(t-1)^T \mathbf{X}(t-1)}, \quad (14)$$

$$a_1(t) = \begin{cases} 1, & \text{如果 } |e_1(t)| > 2M, \\ 0, & \text{否则.} \end{cases} \quad (15)$$

其中辨识误差

$$e_1(t) = \phi(t) - \hat{\phi}_1(t) = \phi(t) - \hat{\boldsymbol{\theta}}_1^T(t-1) \mathbf{X}(t-1), \quad (16)$$

M 为 $|\varsigma[\mathbf{X}(t)]|$ 的上界, 并且已知.

参数辨识方程(12)的神经网络非线性估计模型定义为

$$\hat{\phi}_2(t+1) = \hat{\boldsymbol{\theta}}_2^T(t) \mathbf{X}(t) + \hat{\varsigma}[\mathbf{X}(t)]. \quad (17)$$

其中 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_2(t)$ 为 t 时刻参数 $\boldsymbol{\theta}$ 的基于非线性模型的估计, 其辨识算法类似于 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_1(t)$, 即

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_2(t) = \hat{\boldsymbol{\theta}}_2(t-1) + \frac{a_2(t) \mathbf{X}(t-1) e_2(t)}{1 + \mathbf{X}(t-1)^T \mathbf{X}(t-1)}, \quad (18)$$

$$a_2(t) = \begin{cases} 1, & \text{如果 } |e_2(t)| > 2M, \\ 0, & \text{否则.} \end{cases} \quad (19)$$

这里辨识误差

$$\begin{aligned} e_2(t) &= \phi(t) - \hat{\phi}_2(t) = \\ \phi(t) - \hat{\boldsymbol{\theta}}_2^T(t-1) \mathbf{X}(t-1) - \hat{\varsigma}[\mathbf{X}(t-1)]. \end{aligned} \quad (20)$$

$\hat{\zeta}[\mathbf{X}(t)]$ 为 $\zeta[\mathbf{X}(t)]$ 的神经网络估计, 即

$$\hat{\zeta}[\mathbf{X}(t)] = NN[W, \bar{\mathbf{X}}(t)], \quad (21)$$

其中: $\bar{\mathbf{X}}(t) = [y(t), \dots, u(t-1), \dots]^T$ 为神经网络的输入向量, W 为权矩阵, $NN[\cdot]$ 表示神经网络的结构. 导师信号为 $d(t) = \phi(t+1) - \hat{\theta}_2^T(t)\mathbf{X}(t)$.

由式(10)和(13)可知, 基于线性估计模型的自适应控制律为

$$\hat{\theta}_1^T(t)\mathbf{X}(t) = Rw(t) - Qu(t). \quad (22)$$

由式(4)和(17)可知, 基于非线性估计模型的神经网络自适应控制律为

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_2^T(t)\mathbf{X}(t) + \hat{\zeta}[\mathbf{X}(t)] = \\ R w(t) - Q(z^{-1})u(t) - K\hat{v}[\mathbf{X}(t)]. \end{aligned} \quad (23)$$

其中: 加权多项式 $P(z^{-1}), Q(z^{-1})$ 根据式(7)离线选择; 加权常数 $R, K\hat{v}[\mathbf{X}(t)]$ 根据下式在线选择:

$$P(1)\hat{H}(1) + Q(1)[P(1) - \hat{G}(1)] = R\hat{H}(1), \quad (24)$$

$$\hat{\zeta}[\mathbf{X}(t)]Q(1) = \hat{H}(1)K\hat{v}[\mathbf{X}(t)]. \quad (25)$$

选择切换函数准则^[5]

$$\begin{aligned} J_i(t) = \sum_{l=1}^t \frac{a_i(l)(e_i(l)^2 - 4M^2)}{2(1 + \mathbf{X}(l-1)^T \mathbf{X}(l-1))} + \\ c \sum_{l=t-N+1}^t (1 - a_i(l))e_i(l)^2, \end{aligned} \quad (26)$$

$$a_i(t) = \begin{cases} 1, & \text{如果 } |e_i(l)| > 2M, \\ 0, & \text{否则.} \end{cases} \quad (27)$$

其中: N 为正整数, $c \geq 0$ 是一个常数. 辨识误差 $e_i(t)$ ($i = 1, 2$) 分别由式(16)和(20)求得, $i = 1$ 表示线性, $i = 2$ 表示非线性.

任意时刻 t , 根据公式(25)计算 $K\hat{v}[\mathbf{X}(t)]$. 如果 $K\hat{v}[\mathbf{X}(t)]$ 有界, 比较 $J_1(t)$ 和 $J_2(t)$, 求出最小的 $J^*(t)$, 选择与最小的 $J^*(t)$ 对应的自适应控制律作为系统的控制输入, 即 $u(t) = u^*(t)$; 否则选择线性自适应控制律(22)作为系统的控制输入, 即 $u(t) = u_1(t)$.

4 稳定性和收敛性分析(Stability and convergence analysis)

引理 1 当自适应算法(14)~(16), 式(22)作用于系统(2)时, 系统的输入输出动态方程为

$$\begin{aligned} [P(z^{-1})B(z^{-1}) + Q(z^{-1})A(z^{-1})]y(t+1) = \\ B(z^{-1})e_1(t+1) + B(z^{-1})Rw(t) + Q(z^{-1})v[\mathbf{X}(t)], \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} [P(z^{-1})B(z^{-1}) + Q(z^{-1})A(z^{-1})]u(t) = \\ A(z^{-1})e_1(t+1) + A(z^{-1})Rw(t) - P(z^{-1})v[\mathbf{X}(t)]. \end{aligned} \quad (29)$$

证 由式(16)和(22)可知

$$\begin{aligned} e_1(t+1) = \\ P(z^{-1})y(t+1) - R w(t) + Q(z^{-1})u(t). \end{aligned} \quad (30)$$

联立式(2)和(30), 分别消去 $u(t)$ 和 $y(t)$ 可得式(28)和(29).

引理 2 当自适应算法式(18)~(21) (23)~(25)作用于系统(2)时, 系统的输入输出动态方程为

$$\begin{aligned} [P(z^{-1})B(z^{-1}) + Q(z^{-1})A(z^{-1})]y(t+1) = \\ B(z^{-1})e_2(t+1) + B(z^{-1})Rw(t) + \\ Q(z^{-1})v[\mathbf{X}(t)] - B(z^{-1})K\hat{v}[\mathbf{X}(t)], \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} [P(z^{-1})B(z^{-1}) + Q(z^{-1})A(z^{-1})]u(t) = \\ A(z^{-1})e_2(t+1) + A(z^{-1})Rw(t) - \\ P(z^{-1})v[\mathbf{X}(t)] - A(z^{-1})K\hat{v}[\mathbf{X}(t)]. \end{aligned} \quad (32)$$

证 由式(20)和(23)可知

$$\begin{aligned} e_2(t+1) = \\ P(z^{-1})y(t+1) - R w(t) + \\ Q(z^{-1})u(t) + K\hat{v}[\mathbf{X}(t)]. \end{aligned} \quad (33)$$

联立式(2)和式(33), 分别消去 $u(t)$ 和 $y(t)$ 可得式(31)和(32).

定理 1 系统满足假设条件i)和ii), 非线性项 $|\zeta[\mathbf{X}(t)]|$ 的上界 M 已知, 并且通过离线选择 $P(z^{-1}), Q(z^{-1})$ 使式(7)成立, 当自适应控制算法(14)~(16) (18)~(27)用于系统(2), 并且 $|\zeta[\mathbf{X}(t-1)] - \hat{\zeta}[\mathbf{X}(t-1)]| \leq 2M$ 时, 系统输入输出信号有界. 此外, 对于预先确定的任意正数 ε , 若 $\lim_{t \rightarrow \infty} |e_2(t)| < \varepsilon/2 \leq \lim_{t \rightarrow \infty} |e_1(t)|$, 并且 $|Kv[\mathbf{X}(t-1)] - K\hat{v}[\mathbf{X}(t-1)]| < \varepsilon/2$, 则系统广义跟踪误差满足

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} |\bar{e}(t)| = \\ \lim_{t \rightarrow \infty} |P(z^{-1})y(t) - R w(t-1) + \\ Q(z^{-1})u(t-1) + Kv[\mathbf{X}(t-1)]| < \varepsilon. \end{aligned}$$

证 首先证明单独使用线性自适应控制律时, 系统输入输出信号有界.

定义 $\tilde{\theta}_1(t) = \hat{\theta}_1(t) - \theta$, 采用类似于文[5]的方法可得 $\tilde{\theta}_1(t)$ 有界, 并且

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{a_1(t)(e_1(t)^2 - 4M^2)}{2(1 + \mathbf{X}(t-1)^T \mathbf{X}(t-1))} \rightarrow 0. \quad (34)$$

由假设i) ii)、引理1、式(7)以及 $w(t)$ 有界, 可知存在正常数 C_1, C_2, C_3, C_4 满足

$$\begin{aligned} 7|y(t)| &\leq C_1 + C_2 \max_{0 \leq \tau \leq t} |e_1(\tau)|, \\ |u(t-1)| &\leq C_3 + C_4 \max_{0 \leq \tau \leq t} |e_1(\tau)|. \end{aligned}$$

由于 $\mathbf{X}(t-1) = [y(t-1), \dots, u(t-1), \dots]^T$, 因此存在正常数 C_5, C_6 满足

$$\|\mathbf{X}(t-1)\| \leq C_5 + C_6 \max_{0 \leq \tau \leq t} |e_1(\tau)|. \quad (35)$$

由于 $|e_1(t)| > 2M$ 时 $a_1(t) = 1$, $|e_1(t)| \leq 2M$ 时 $a_1(t) = 0$, 因此式(34)中的分子是非负的. 由式(34)和(35)以及文[7]中引理3.1可知, $\mathbf{X}(t-1)$ 有界, 即单独使用线性自适应控制律时, 系统输入输出信号有界.

其次, 证明当使用自适应算法(14)~(16)(18)~(27)时, 系统输入输出信号有界.

当 $K\hat{v}[\mathbf{X}(t)]$ 无界时, 根据切换机制, 选择线性自适应控制律(22)作为系统的控制输入, 因此系统输入输出信号有界.

当 $K\hat{v}[\mathbf{X}(t)]$ 有界, 并且系统切换至神经网络非线性自适应控制律(23)时, 类似地, 可证

$$\begin{aligned} \|\tilde{\theta}_2(t)\|^2 &\leq \\ \|\tilde{\theta}_2(t-1)\|^2 - & \\ \frac{a_2(t)[e_2(t)^2 - 4(\varsigma[\mathbf{X}(t-1)] - \hat{\varsigma}[\mathbf{X}(t-1)])^2]}{2(1 + \mathbf{X}(t-1)^T \mathbf{X}(t-1))}. \end{aligned} \quad (36)$$

其中 $\tilde{\theta}_2(t) = \hat{\theta}_2(t) - \theta$.

由于神经网络具有以任意精度逼近任意非线性的特性^[8], 因此选择适当的神经网络结构和参数, 可使 $|\varsigma[\mathbf{X}(t-1)] - \hat{\varsigma}[\mathbf{X}(t-1)]| \leq 2M$. 当 $|e_2(t)| \leq 2|\varsigma[\mathbf{X}(t-1)] - \hat{\varsigma}[\mathbf{X}(t-1)]|$ 时, $|e_2(t)| \leq 2M$, 由式(19)可知, $a_2(t) = 0$; 当 $|e_2(t)| > 2|\varsigma[\mathbf{X}(t-1)] - \hat{\varsigma}[\mathbf{X}(t-1)]|$ 时, 由式(19)可知, 若 $|e_2(t)| > 2M$, $a_2(t) = 1$; 若 $|e_2(t)| < 2M$, $a_2(t) = 0$. 因此, 式(36)右边第二项为非负的, 故 $\|\tilde{\theta}_2(t)\|^2$ 是一个单调非增序列, $\hat{\theta}_2(t)$ 有界. 由假设i)ii)、引理2、式(7)以及 $w(t)$ 有界, 可知存在正常数 D_5, D_6 满足

$$\|\mathbf{X}(t-1)\| \leq D_5 + D_6 \max_{0 \leq \tau \leq t} |e_2(\tau)|. \quad (37)$$

由式(27)可知, 切换函数 $J_i(t)$ ($i = 1, 2$) 的第二项有界. 易知 $J_1(t)$ 有界, 对于 $J_2(t)$ 有两种情况:

i) $J_2(t)$ 有界. 由切换准则(26)可知 $e_2(t)$ 满足 $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{a_2(t)(e_2(t)^2 - 4M^2)}{2(1 + \mathbf{X}(t-1)^T \mathbf{X}(t-1))} \rightarrow 0$, 因此系统辨识误差 $e(t) = e_1(t)$ 或者 $e_2(t)$ 满足

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{a(t)(e(t)^2 - 4M^2)}{2(1 + \mathbf{X}(t-1)^T \mathbf{X}(t-1))} \rightarrow 0. \quad (38)$$

其中 $a(t) = \begin{cases} 1, & \text{如果 } |e(t)| > 2M, \\ 0, & \text{否则.} \end{cases}$

ii) $J_2(t)$ 无界. 由于 $J_1(t)$ 有界, 因此存在时刻 t_0 使得当 $t \geq t_0$ 时有 $J_1(t) \leq J_2(t)$. 根据切换机制, 当 $t \geq t_0 + 1$ 时, 系统辨识误差 $e(t) = e_1(t)$ 也满

足式(38).

由式(35)(37)(38), 以及文[7]中引理3.1, 可知 $\mathbf{X}(t-1)$ 有界. 因此系统输入输出信号有界.

最后, 进行收敛性分析.

由式(38)可知系统辨识误差 $e_i(t)$ ($i = 1, 2$) 满足 $\lim_{t \rightarrow \infty} a(t)(e_i(t)^2 - 4M^2) = 0$, 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |e_i(t)| \leq 2M. \quad (39)$$

由切换准则(26)(27)可知, 当 $t \rightarrow \infty$ 时系统选择与最小辨识误差相对应的控制器作为系统的控制输入, 即, 系统的广义跟踪误差与最小的辨识误差相对应.

由于 $\lim_{t \rightarrow \infty} |e_2(t)| < \varepsilon/2 \leq \lim_{t \rightarrow \infty} |e_1(t)|$, 并且

$$|Kv[\mathbf{X}(t-1)] - K\hat{v}[\mathbf{X}(t-1)]| < \varepsilon/2,$$

因此由式(33)可知系统的广义跟踪误差满足

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} |\bar{e}(t)| &= \\ \lim_{t \rightarrow \infty} |e_2(t) + (Kv[\mathbf{X}(t-1)] - K\hat{v}[\mathbf{X}(t-1)])| &\leq \\ \lim_{t \rightarrow \infty} |e_2(t)| + |Kv[\mathbf{X}(t-1)] - K\hat{v}[\mathbf{X}(t-1)]| &\leq \\ \varepsilon/2 + \varepsilon/2 &= \varepsilon. \end{aligned}$$

5 仿真(Simulations)

考虑如下的离散时间非线性动态系统

$$\begin{aligned} y(t+1) = & \\ 2.6y(t) - 1.2y(t-1) + u(t) + 1.2u(t-1) + & \\ \sin(u(t) + u(t-1) + y(t) + y(t-1)) - & \\ \frac{u(t) + u(t-1) + y(t) + y(t-1)}{1 + u^2(t) + u^2(t-1) + y^2(t) + y^2(t-1)}. \end{aligned}$$

其中: 原点为系统的平衡点, $A(z^{-1}) = 1 - 2.6z^{-1} + 1.2z^{-2}$, $B(z^{-1}) = 1 + 1.2z^{-1}$, $n_a = 2$, $n_b = 2$. 易知该系统高阶非线性项全局有界且在原点附件非最小相位、开环不稳.

离线选择加权项 $P(z^{-1}) = 1$, $Q(z^{-1}) = 0.2$, 则多项式

$$\begin{aligned} P(z^{-1})B(z^{-1}) + Q(z^{-1})A(z^{-1}) = & \\ 1.2 + 0.68z^{-1} + 0.24z^{-2} \end{aligned}$$

的特征根为 $-0.28333 + 0.34601i$ 和 $-0.28333 - 0.34601i$, 均在单位圆内. 参考轨迹 $w(t) = 3\text{sgn}[\sin(\pi t/50)]$.

图1为单独使用线性直接自适应控制律时系统的响应. 从图中可以看出, 系统的输入 $u(t)$ 和输出 $y(t)$ 有界, 但跟踪性能较差, 且控制输入 $u(t)$ 震荡较频繁、剧烈. 这是因为, 线性控制器缺乏补偿非线性的能力, 因此在控制非线性系统时, 线性控制器具有一定的局限性.

图2为采用本文所提出的自适应算法时系统的响应。其中 $c = 1, N = 2$ 。采用单隐层线性输出的静态BP网对 $\zeta[\mathbf{X}(t)]$ 进行估计，其隐元数为18，隐层神经元为Sigmoid函数，学习律为1。从图中可以看出，输出 $y(t)$ 能跟踪参考输入 $w(t)$ ，控制输入 $u(t)$ 震荡相对平缓。

图3为线性自适应控制器和神经网络非线性自适应控制器之间的切换序列。从图中可看出，大部分时间是神经网络非线性自适应控制器在工作，只有当参考输入发生突变，控制输入 $u(t)$ 震荡较剧烈时，为保证系统稳定，线性自适应控制器才投入使用。

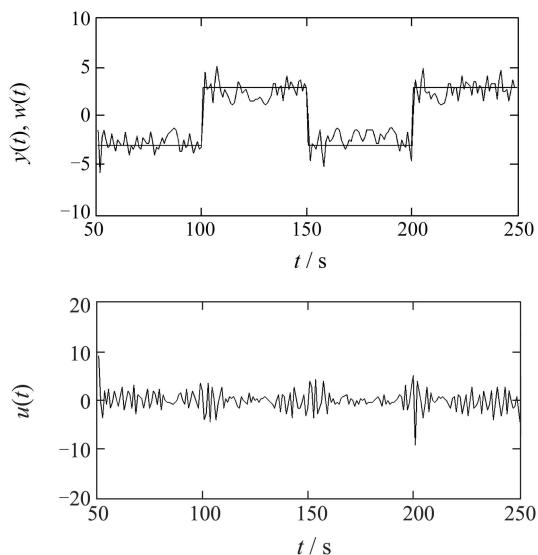


图1 采用线性自适应控制器时系统的性能
(输出 y , 参考输入 w , 控制输入 u)

Fig. 1 Performance of the linear controller
(output y , reference w , control input u)

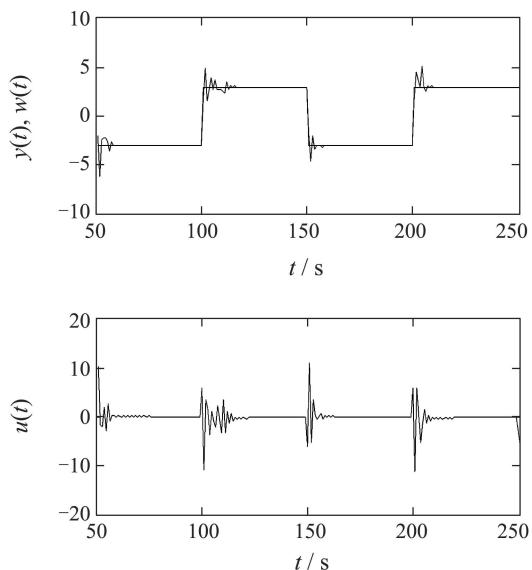


图2 采用本文所提出的自适应方法时系统的性能(输出 y , 参考输入 w , 控制输入 u)

Fig. 2 Performance of the switching system
(output y , reference w , control input u)

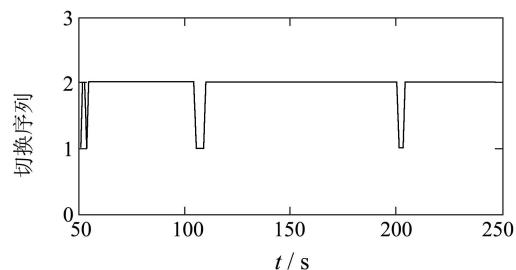


图3 切换序列(1表示线性自适应控制, 2表示神经网络非线性自适应控制)

Fig. 3 Switching sequence(1: linear; 2: nonlinear)

6 总结(Conclusions)

本文将一类非线性离散时间非最小相位动态系统，在原点附近表示为线性模型和高阶非线性项的和。分别设计线性直接自适应控制律和具有神经网络前馈补偿项的非线性直接自适应控制律。通过这两种控制律之间的切换，保证了自适应系统的输入输出信号有界，改善了系统的性能，使得系统的广义跟踪误差渐近小于预先确定的任意正数。

参考文献(References):

- [1] CHAI T Y, TONG S C. Fuzzy direct adaptive control for a class of nonlinear systems[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1999, 103(3): 379 – 387.
- [2] TONG S C, WANG T, TANG J T. Fuzzy adaptive output tracking control of nonlinear systems[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2002, 111(2): 169 – 182.
- [3] JIYA J, SHAO C, CHAI T Y. Neural network based adaptive predictive control algorithm of nonlinear non-minimum phase systems[C] // Proc of the American Control Conf. San Diego, California: IEEE Press, 1999: 1082 – 1085.
- [4] YUE H, CHAI T Y, SHAO C. Adaptive control of nonlinear non-minimum phase systems using neural networks[C] // Proc of the 36th Conf on Decision and Control. San Diego, California: IEEE Press, 1997: 2211 – 2212.
- [5] CHEN L J, NARENDRA K S. Nonlinear adaptive control using neural networks and multiple models[J]. *Automatica*, 2001, 37(8): 1245 – 1255.
- [6] 舒迪前, 饶立昌, 柴天佑. 自适应控制[M]. 沈阳: 东北大学出版社, 1992.
(SHU Diqian, RAO Lichang, CHAI Tianyou. *Adaptive Control*[M]. Shenyang: Northeastern University Press, 1992.)
- [7] GOODWIN G C, RAMADGE P J, CAINES P E. Discrete-time multivariable adaptive control[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1980, 25(3): 449 – 456.
- [8] FUNAHASHI K. On the approximate realization of continuous mappings by neural networks[J]. *Neural Networks*, 1989, 2(3): 183 – 192.

作者简介:

富月 (1978—), 女, 博士研究生, 研究方向为智能解耦、多模型智能控制等, E-mail: fu.yue1004@163.com;

柴天佑 (1947—), 男, 中国工程院院士, 教授, 博士生导师, 研究方向为自适应控制、智能解耦控制、工业过程综合自动化等。