第 24 卷第 3 期
2007 年 6 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 24 No. 3
Jun. 2007

文章编号: 1000−8152(2007)03−0459−06

IGM(1,1)-TFN 模型在产品回收预测的应用

刘文杰, 方志耕

(南京航空航天大学 经济与管理学院, 江苏 南京 210016)

摘要: 针对现有回收预测模型数据需求量大和适用范围窄的不足, 提出了改进GM(1,1)−传递函数噪声两阶段预测模型. 回收初期数据缺乏, 采用改进邻域系生成方法的GM(1,1)模型, 实现了少量数据情况下的预测; 回收数据累积到50个后, 利用传递函数噪声模型构建了回收量和前期销售量之间的内在数量关系式, 然后通过模型识别、参数估计、诊断检验确定了关系式的具体参数, 进而实现了回收预测. 最后通过一个实例验证了模型的合理性和有效性.

关键词: 关产品回收预测; 逆向物流; 传递函数; 白噪声; 自相关; 互相关

中图分类号: F272　　**文献标识码**: A

Application of IGM(1,1)-TFN model in the forecasting of returns

LIU Wen-jie, FANG Zhi-geng

(School of Economics and Management, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing Jiangsu 210016, China)

Abstract: To overcome the disadvantages of the current forecasting returns models, such as narrow application extent and requirement for more data, an improved GM(1,1)-transfer function-noise model is proposed in this paper. For the lack of return data in the first stage, the GM(1,1) model improving the generation method of neighborhood system is adopted, and forecasting is carried out by only using a few data. When data amounts reached to 50, the hidden quantitative relationship between sale quantity and return quantity is established by performing the transfer function-noise model. Its parameters are determined through model identification, parameters estimation and diagnostic checking. Then, forecasting return is accomplished. Finally, an example is provided to verify the rationalities and efficiencies of the model.

Key words: forecasting returns; reverse logistics; transfer function; white noise; autocorrelation; cross correlation

1　引言(Introduction)

伴随着全球性的资源短缺及环境危机, 各国政府纷纷倡导发展循环经济, 主张实现可持续发展战略. 逆向物流主要研究如何有效实现产品回收、分解检验以及再加工利用, 其无疑是实现上述战略的有效手段之一, 因此逐渐受到企业界和理论界的关注. 逆向物流的主要特征之一是, 回收产品在数量和时间方面具有不确定性, 上述信息对于企业制定物料采购计划、生产库存计划以及回收车辆路线安排等意义重大, 因此如何及时、准确地进行产品回收预测成为实施逆向物流的重要前提.

目前, 国外关于产品回收预测的研究主要有文献[1∼4]. 其中: 文献[1]主要研究如何采用模糊神经网络方法进行回收产品预测; 文献[2,3] 侧重于求解可回收容器在其生命周期内的平均回收次数; 文献[4]则根据可获取回收产品信息量的差异, 分别采用贝叶斯推断和极大似然估计求解产品回收的数量与时间, 而国内尚未发现相关的研究文献. 通过研究上述文献可发现以下不足: 文献[1]需要大量的样本数据进行训练, 这样才能获得满意的预测精度, 因此该方法无法适用于数据量较少的情况; 文献[2,3]仅仅求解了产品的可回收次数, 而未确定产品回收的时间与数量; 文献[4]假定产品回收服从特定的概率分布(例如几何分布或帕斯卡分布), 从而限制了模型的应用范围.

有鉴于此，本文提出了一种改进灰色GM(1,1)–传递函数噪声两阶段预测模型, 简称为IGM(1,1)-TFN (improved GM(1,1)–transfer function-noise)模型. 该模型具有以下优点: 一是可行性和实用性, 模型充分考虑我国产品回收的现状及特点, 针对不同的回收阶段, 采用相应的预测模型; 二是通用性, 模型通过建立回收数据与前期销售数据的内在数量关系进

收稿日期: 2005−06−01; 收修改稿日期: 2006−01−06.

行预测, 无需假定产品回收符合特定的概率分布, 所以具有较好的通用性.

2 假设与符号(Assumption and symbol definition)

为简化问题, 且不影响问题的一般性, 做以下假设:

1) 产品回收数据与前期产品销售数据存在潜在的数量关系;

2) 产品销售量和回收量无关，即两变量的互相关函数为零;

同时, 为了便于理解, 现将模型中符号做如下说明:

X_t: 原始输入或产品销售量, 其中 $t=1,2,\cdots,T$;

Y_t: 原始输出或产品回收量, t同上;

N_t: 原始噪声或随机产品回收量, t同上;

B: 后移算子, 满足 $X_{t-k}=B^kX_t$, 其他变量类似;

x_t: X_t 的 d 阶差分, 称为输入, 满足

$$x_t=\nabla^d X_t=(1-B)^d X_t,\ t=1,2,\cdots,n\ (n=T-d).$$

y_t 和 n_t 的含义与 x_t 类似, 分别称为输出与噪声;

α_t: x_t 经白噪化处理生成的白噪声, 是随机变量;

c_t: n_t 经白噪化处理生成的白噪声, 称为残差;

$s(\beta')$: α_t 的平方和函数, 其满足 $s(\beta')=\sum\limits_{t=1}^{n}\alpha_t^2$.

$s(\beta)$ 是残差 c_t 的平方和函数;

$\delta_r(B)$: $\delta_r(B)=1-\delta_1B-\cdots-\delta_rB^r$, 方便起见, 采用 δ_r 代表. $\phi_p,\theta_q,\phi c_m,\theta c_g$ 的情况与 δ_r 类似;

$V(B)$: $V(B)=V_0+V_1B+V_2B^2+\cdots$, 采用 V_k 代表;

$\omega_s(B)$: $\omega_s(B)=\omega_0-\omega_1B-\cdots-\omega_sB^s$, 采用 ω_s 代表;

$r_{xy}(k)$: x 与 y 的互相关函数, 其满足下式:

$$r_{xy}(k)=\frac{c_{xy}(k)}{\sigma_x\sigma_y},\ k=0,\pm1,\pm2,\cdots.$$

其中

$$c_{xy}(k)=\begin{cases}\dfrac{1}{n}\sum\limits_{t=1}^{n-k}(x_t-\bar{x})(y_{t+k}-\bar{y}),\ k=0,1,\cdots,\\ \dfrac{1}{n}\sum\limits_{t=1}^{n+k}(x_{t-k}-\bar{x})(y_t-\bar{y}),\ k=0,-1,\cdots.\end{cases}$$

$r_{xx}(k)$表示 x 的自相关函数.

3 建立模型(Model building)

传递函数噪声模型的优点是能够准确揭示变量之间的内在联系, 因此可以利用它建立产品回收与前期销售之间的潜在数量关系, 实现产品回收预测. 然而, 该模型至少需要50个数据才能保证模型的精度, 目前国内的产品回收预测研究尚处于起步阶段, 相关统计数据相当匮乏, 无法直接采用该方法进行建模, 为此, 本文提出了IGM(1,1)-TFN两阶段预测模型. 在实施产品回收的初期, 根据数据量较少并且数据呈上升趋势的特点, 采用IGM(1,1) 预测模型. 当统计数据量累积到最低数量要求时, 转而采用TFN预测模型.

3.1 IGM(1,1)模型(IGM(1,1) model)

传统灰色GM(1,1)预测过程主要包括GM(1,1)建模、模型检验及残差修正和模型预测3个阶段. 目前采用GM(1,1)预测模型的相关文献颇多, 限于篇幅, 此处不再叙述预测的基本步骤, 有兴趣的读者可参考文献[5,6]. 本文的重点是介绍两个改进部分: 一是在GM(1,1)建模阶段改进了邻域系的生成方法. 传统灰色GM(1,1)建模通常以最新原始数据为参考点, 随机选取数据建立邻域系[7]. 该方法存在邻域众多、计算繁琐且盲目的不足. 借鉴统计学中原始数据越接近预测值对其影响越强的思想, IGM(1,1)建模时, 从最新原始数据开始, 依次向前增加单个数据作为建模所需的邻域序列, 从而形成邻域系; 二是在检验及残差修正阶段改进了的模型检验方法, 具体方法是: 针对每个邻域序列, 在残差 $\varepsilon^{(0)}$ 检验、关联度 ξ 检验以及后验差 C 与 p 检验都通过的情况下, 增加计算综合检验值 $D=p+\varepsilon-C-\max(\mathrm{abs}(\varepsilon^{(0)}))$, 并选择综合检验值 D 取最大值的邻域作为终选邻域.

3.2 TNF模型(TNF model)

经过前期的IGM(1,1)预测阶段, 企业获得充足的产品销售数据 Y_t 和回收数据 X_t(至少在50个以上). 此时可以利用统计学中的概率分布表示产品回收与前期销售存在的内在联系, 其具体思路为: 设 t 期的产品销售量为 X_t, 而经过 k 期(即 $t+k$ 期)由 X_t 引起的产品回收量为 $y_{t+k}=\rho_kX_t$, 其中 $0\leqslant\rho_k\leqslant1$ 且 $\sum\limits_{k=0}^{\infty}\rho_k\leqslant1$, ρ_k 代表经过 k 期的产品回收概率. 显而易见, 产品回收量就与前期销售量存在下列关系:

$$Y_t=\sum_{k=1}^{\infty}\rho_kX_{t-k}+N_t. \tag{1}$$

其中 N_t 表示产品随机回收量. 控制论中的传递函数噪声模型TFN(transfer function noise)形式为

$$Y_t=V(B)X_t+N_t=\sum_{k=1}^{\infty}V_kX_{t-k}+N_t. \tag{2}$$

式中 N_t 表示噪声, 其简约形式为

$$Y_t=\delta_r^{-1}(B)\omega_s(B)B^bX_t+N_t. \tag{3}$$

分析式(1)和(2)可知, 可以使用 V_k 替代 ρ_k 用于产品回收计算. 同时由式(2)和(3)可知, V_k 可由 δ_r 和 ω_s 表示, 因此预测模型自然转换为传递函数噪声模型TFN的识别与预测问题. 通常情况下, TFN预测由模型识别、参数估计、诊断检验和预测4个主要步骤组成, 下面分别加以简要介绍.

3.2.1 模型识别(Model identification)

根据控制论研究可知, 当对原始输入 X_t 和噪声 N_t 进行白噪化处理后, 识别过程将极大简化, 因此应将模型(3)转换成如下形式:

$$y_t = \delta_r^{-1}(B)\omega_s(B)B^b x_t + n_t.$$

其中

$$x_t = \phi_p^{-1}(B)\theta_q(B)\alpha_t,\ n_t = \phi c_m^{-1}(B)\theta c_g(B)c_t.$$

此时, 识别就是明确参数 $\delta_r, \omega_s, b, \phi_p, \theta_q, \phi c_m$ 和 θc_g 的初始值, 从而确定模型的基本形式. 分析上式, 可将其分为传递函数模型识别和噪声模型识别两部分. 前者主要确定参数初始值 $\hat{\delta}_r, \hat{\omega}_s, b, \phi_p$ 和 θ_q, 后者主要确定 $\hat{\phi}c_m$ 和 $\hat{\theta}c_g$.

1) 传递函数模型识别.

传递函数模型识别的基本步骤如下:

i) 分别计算原始输入 X_t 和原始输出 Y_t 的 d 阶差分 $y_t = \nabla^d Y_t$ 和 $x_t = \nabla^d X_t$, 其中 d 取 0,1 和 2. 理论上, 相应的噪声也进行差分处理 $n_t = \nabla^d N_t$;

ii) 计算 x_t 和 y_t 的自相关函数 $r_{xx}(k), r_{yy}(k)$ 和互相关函数 $r_{xy}(k)$. 作图并判断 d 的取值, 判断准则为: 自相关和互相关应该很快衰减, 同时 d 尽量取较小值;

iii) 对输入 x_t 进行白噪化处理, 得到 ϕ_p, θ_q, 白噪声 α_t 和平方和函数 $s(\beta')$, 其满足 $x_t = \phi_p^{-1}(B)\theta_q(B)\alpha_t$. 详细的白噪化过程可参考文献[6]. 同时, 将输出 y_t 和噪声 n_t 分别转换为 $\mu_t = \phi_p^{-1}(B)\theta_q(B)y_t$ 和 $\varepsilon_t = \phi_p^{-1}(B)\theta_q(B)n_t$, 此时式(2)变为

$$\mu_t = V(B)\alpha_t + \varepsilon_t. \tag{4}$$

iv) 计算 V_k 及其标准差 $\sigma(V_k)$, 其中 $V_k = \dfrac{r_{\alpha\mu}(k)\sigma_\mu}{\sigma_\alpha}$, $k = 1, 2, \cdots, \infty$. 作图并判断 b, r 和 s, 判断准则为: 选择 V_k 首次大于 $\sigma(V_k)$ 的 k 作为 b, 而 r 和 s 目前尚未有很好的判断方法, 通常是根据经验判断;

v) 利用 V_k 计算参数初始估计值 $\hat{\delta}_r$ 和 $\hat{\omega}_s$, 其中 V_k 与 δ_r 和 ω_s 存在下列关系:

$$V_j = \begin{cases} 0, j < b, \\ \delta_1 v_{j-1} + \delta_2 v_{j-2} + \cdots + \delta_r v_{j-r} + \omega_0, j = b, \\ \delta_1 v_{j-1} + \delta_2 v_{j-2} + \cdots + \\ \delta_r v_{j-r} + \omega_{j-b},\ j = b+1, \cdots, b+s, \\ \delta_1 v_{j-1} + \delta_2 v_{j-2} + \cdots + \delta_r v_{j-r}, j > b+s. \end{cases} \tag{5}$$

2) 噪声模型识别.

噪声识别是在传递函数模型识别的基础上确定 $\hat{\phi}c_m$ 和 $\hat{\theta}c_g$, 从而最终获得预测模型的基本形式. 其计算流程如下:

i) 利用上述阶段获得的估计值 $\hat{\delta}_r, \hat{\omega}_s$ 和 b 计算输出估计值 $\hat{y}_t$, 其中 $\hat{y}_t = \hat{\delta}_r^{-1}(B)\hat{\omega}_s(B)x_{t-b}$;

ii) 计算噪声估计值 $\hat{n}_t = y_t - \hat{y}_t$;

iii) 对 $\hat{n}_t$ 进行白噪化处理, 可得参数估计值 $\hat{\phi}c_m$ 和 $\hat{\theta}c_g$, 其满足 $\hat{n}_t = \hat{\phi}c_m^{-1}(B)\hat{\theta}c_g(B)\hat{c}_t$, $\hat{c}_t$ 为残差估计值.

经过上述两个识别阶段, 最终确定了预测模型的基本形式.

3.2.2 参数估计(Parameters estimation)

模型识别阶段获得的参数初始值 $\hat{\delta}_r, \hat{\omega}_s, \hat{\phi}c_m$ 和 $\hat{\theta}c_g$ 在统计上是无效的, 不能直接用于产品预测. 为了确定参数优化解, 需要采用极大似然原理进行参数估计[8], 其计算步骤如下:

i) 令 $\beta = \beta_0 = (\hat{\delta}_r, \hat{\omega}_s, b, \hat{\phi}c_m, \hat{\theta}c_g)$, 计算输出 $\tilde{y}_t$ 和噪声 n_t, 其中 $\tilde{y}_t = \hat{\delta}_r^{-1}(B)\hat{\omega}_s(B)x_{t-b}$, $n_t = y_t - \tilde{y}_t$;

ii) 计算残差 c_t 和其平方和函数 $s(\beta)$, 其中 $c_t = \hat{\theta}c_g^{-1}(B)\hat{\phi}c_m(B)n_t$;

iii) 利用残差 c_t 计算 H 和 $\Delta\beta$:

$$c_t = c_{t0} - H\Delta\beta,$$

其中:

$$c_{t0} = c|_{\beta_0},$$

$$\Delta\beta = (\delta_r - \delta_{r,0}, \omega_s - \omega_{s,0}, \phi c_m - \phi c_{m,0}, \theta c_g - \theta c_{g,0})^{\mathrm{T}},$$

$$H = \begin{bmatrix} h_{1,1} & \cdots & h_{1,i} & \cdots & h_{1,f} \\ h_{2,1} & \cdots & h_{2,i} & \cdots & h_{2,f} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ h_{n,1} & \cdots & h_{n,i} & \cdots & h_{n,f} \end{bmatrix},$$

$$h_{t,i} = -\frac{\partial c_t}{\partial \beta_i}|_{\beta-\beta_0},\ t = 1, 2, \cdots, n;\ i = 1, 2, \cdots, f;$$

$$f = r + s + m + g;$$

iv) 判断 $\max(\Delta\beta) \leqslant 0.001$ 是否成立. 不成立, 则令 $\beta = \beta + \Delta\beta$, 返回至步骤2); 成立, 则参数为 $\beta = \beta + \Delta\beta$, 计算平方和函数 $s(\beta) = \sum_{t=1}^{n} c_t^2$. 并利用式(5)重新计算 V_k, 此时参数估计结束.

3.2.3 诊断检验(Diagnostic checking)

模型诊断检验分为互相关检验和自相关检验, 前者主要采用S统计法对白噪化输入α_t和残差α_t的互相关函数$r_{\alpha c}(k)$进行检验; 后者则采用Q统计法对残差序列c_t的自相关函数$r_{cc}(k)$进行检验.

1) 互相关检验及修正.

互相关检验修正的基本步骤是:

i) 计算白噪化输入α_t和残差α_t的互相关函数$r_{\alpha c}(k)$;

ii) 计算统计量S:

$$S = M(M+2)\sum_{k=0}^{K-1}(M-k)^{-1}r_{\alpha c}(k). \tag{6}$$

其中$M = n - \max(r, b+s) - m$, K通常取35, 且S服从自由度为K-r-s的λ^2分布.

iii) 给定置信概率1-b, 查λ^2分布表获得值λ_b^2. 比较S和λ_b^2, 若$S \leqslant \lambda_b^2$, 则判定传递模型合适; 否则, 判定传递模型不合适, 需要做如下修正:

a) 利用式(4)计算$\varepsilon_0 = \mu_t - V(B)\alpha_t$;

b) 计算V_k的改变量$\Delta V_k = \dfrac{r_{\alpha\varepsilon_0}\sigma_{\varepsilon_0}}{\sigma_\alpha}$, $k = 0, 1, \cdots$;

c) 令$V_k = V_k + \Delta V$, 利用式(5)重新计算δ_r和ω_s;

2) 自相关检验及修正.

在互相关检验修正的基础上, 进行自相关检验与修正, 其流程是

i) 计算残差c_t的自相关函数$r_{cc}(k)$;

ii) 计算统计量Q.

$$Q = M(M+2)\sum_{k=1}^{K}(m-k)^{-1}r_{cc}(k). \tag{7}$$

其中: M与K取值与S统计检验相同, Q服从自由度为K-p-q的c_t分布.

iii) 给定置信概率1-b, 查λ^2分布表获得值λ_b^2. 比较Q和λ_b^2, 若$Q \leqslant \lambda_b^2$, 则判定噪声模型合适; 否则, 判定噪声模型不合适, 需要做如下修正: 对残差c_t进行白噪化处理可得$c_t' = \phi cc_j^{-1}(B)\theta cc_k(B)c_t$, 令$\phi c_m(B) = \phi c_m(B)^*\phi cc_j(B)$, $\theta c_g(B) = \theta c_g(B)^*\theta cc_k(B), c_t = c_t'$. 此时, 检验修正后的预测模型为

$$y_t = \delta_r^{-1}(B)\omega_s(B)x_{t-b} + \phi c_m^{-1}(B)\theta c_g(B)c_t. \tag{8}$$

3.2.4 回收预测(Forecasting returns)

利用上述预测模型计算提前L期的预测值$\hat{Y}_t(L)$、预测误差$T(L)$和预报概率置信限$Y_{t+L}(\pm)$, 其计算公式来源可参考文献[9].

1) 预测值$\hat{Y}_t(L)$.

其计算公式为

$$\hat{Y}_t(L) = \sum_{j=1}^{\infty}P_j^{(L)}Y_{t-j+1} + \sum_{j=1}^{\infty}Q_j^{(L)}X_{t-j+1}. \tag{9}$$

其中系数$P_j^{(L)}$, $Q_j^{(L)}$的递推关系式参见文献[9].

2) 预测误差$T(L)$.

$$T(L) = \mathrm{E}[Y_{t+L} - \hat{Y}_t(L)]^2 = \sigma_\alpha^2\sum_{j=b}^{L-1}\gamma_j^2 + \sigma_c^2\sum_{j=0}^{L-1}\psi_j^2. \tag{10}$$

其中γ_j和ψ_j由下述方程组令系数相等确定

$$\begin{cases}\delta_r(B)\phi_p(B)\nabla^d\gamma(B) = \omega_s(B)\theta_q(B)B^b,\\ \phi c_m(B)\nabla^d\psi(B) = \theta c_g(B).\end{cases} \tag{11}$$

3) 预测概率置信限$Y_{t+L}(\pm)$.

提前L期且概率为1-ξ的预报概率置信限为

$$Y_{t+L}(\pm) = \hat{Y}_t(L) \pm \tau_{\frac{\xi}{2}}\sqrt{T(L)}. \tag{12}$$

其中$\tau_{\frac{\xi}{2}}$为偏差值, 标准正态分布以概率$\dfrac{\xi}{2}$超过该值时, 输出量的真实值将以1-ξ的概率出现在预测置信限之间.

4 应用示例(Application example)

本文以某企业产品回收为例, 依照上述IGM(1,1)-TFN两阶段预测模型进行产品回收建模, 并采用MATLAB软件进行求解, 从而验证模型的有效性和实用性.

4.1 IGM(1,1)模型预测(Forecasting of IGM(1,1) model)

企业建厂之初的产品回收数据如表1所示. 依据3.1节的IGM(1,1)预测算法, 可得最终邻域为$[Y_5, Y_6, Y_7, Y_8]$, 待估参数$\hat{a} = (a, u)^{\mathrm{T}} = (-0.12, 20.33)^{\mathrm{T}}$. 因此, IGM(1,1)预测模型为

$$\hat{Y_{i+1}^{(1)}} = (Y_1^{(0)} + \frac{20.33}{0.12})\mathrm{e}^{0.12i} - \frac{20.33}{0.12},\quad i = 0, 1, \cdots, T+L-1.$$

利用$\hat{Y_i^{(0)}} = \hat{Y_i^{(1)}} - \hat{Y_{i+1}^{(1)}}, i = 0, 1, \cdots, T+L$计算得到预测提前期$L = 4$下的产品回收量预测结果, 如图1所示.

为了验证模型预测的精确度, 计算了预测值与实际值的相对误差, 如表2所示.

表 1 产品回收量

Table 1 Quantity of the returns

t/季度	1	2	3	4	5	6	7	8
Y_t/千台	0.48	0.8	1.32	1.6	1.85	2.3	2.73	3.1

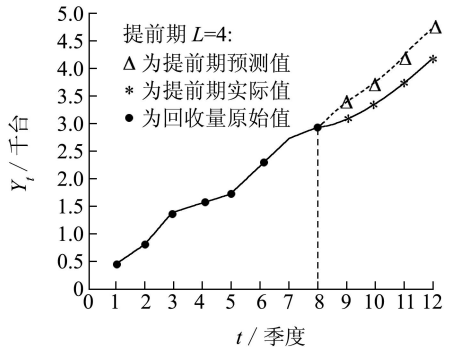

图 1　IGM(1,1)产品回收预测

Fig. 1　Forecasting of returns based on IGM(1,1) model

表 2　预测值相对误差

Table 2　Relative errors of the forecasting value

提前期 L / 季度	1	2	3	4
相对误差 / %	5.06	7.81	9.61	10.74

4.2　TFN 模型预测(Forecasting of TFN model)

经过数年的发展, 企业获得比较充足的产品销售数据和回收数据, 如表 3 所示. 依据 3.2 节的预测步骤依次进行计算可得

1) 模型识别.

采用传递函数模型识别可得参数估计值为:

$$\phi_p = (1.0, 1.66, -0.74),\ \theta_q = 1,$$
$$\hat{\delta}_r = (1.0, 4.57, -3.09),$$
$$\hat{\omega}_s = (-0.036, -0.137),\ b = 7.$$

同时得到白噪声 α_t 和平方和函数 $s(\beta') = 2.3$; 采用噪声模型识别可得参数估计值为 $\hat{\phi c}_m = (1.0, 0.94, 0.21, -0.21, -0.29)$, $\hat{\theta c}_g = 1$ 即 $\hat{\theta c}_g(B) = 1$.

2) 参数估计.

代入模型识别阶段的参数估计值, 计算可得参数

$$\delta_r = (1.0, 1.12, -0.28),\ \omega_s = (0.002, 0.028),$$
$$\phi c_m = (1.0, 1.26, 0.003, -0.49),\ \theta c_g = 1.$$

同时得到残差 c_t 和平方和函数 $s(\beta) = 0.39$.

3) 诊断检验.

利用式(6)计算统计量 $S = 39.12$, S 服从自由度为 31 的 λ^2 分布, 给定置信概率 1−0.05, 查自由度为 31 的 λ^2 分布表得 $\lambda^2_{0.05} = 44.98$. 由于 $S \leqslant \lambda^2_{0.05}$, 则判定传递模型合适, 无需修正. 同理, 可得 Q 统计法检验满足, 则判定噪声模型合适, 无需修正. 利用式(8)得到经过检验修正的预测模型为

$$Y_t = \delta_2^{-1}(B)\omega_1(B)X_{t-7} + \phi c_4^{-1}(B)c_t.$$

4) 模型预测.

已知模型参数

$$\phi_p = (1.66, -0.74),\ \theta_q = 1, b = 7,$$
$$\delta_r = (1.0, 1.12, -0.28),\ \omega_s = (0.002, 0.028),$$
$$\phi c_m = (1.0, 1.26, 0.003, -0.49),$$
$$\theta c_g = 1,\ s(\beta) = 0.39,\ s(\beta') = 2.3,$$

令实例的预测提前期 $L = 12$ 且概率为 0.95，分别利用 3.2.4 节式(9)∼(12)计算预测值 $\hat{Y}_t(L)$、预测误差 $T(L)$ 和预报概率置信限 $Y_{t+L}(\pm)$, 其结果如下图 2 所示, 图中给出了提前期 L 内的产品回收量真实值.

表 3　产品销售量和回收量

Table 3　Sale quantity and return quantity of the products

t / 季度	X_t / 千台	Y_t / 千台	t / 季度	X_t / 千台	Y_t / 千台
1	29.89	5.38	26	31.76	5.12
2	30	5.36	27	30.88	5.08
3	30.18	5.35	28	31.98	5.02
4	30.34	5.35	29	31.93	5
5	30.37	5.34	30	31.87	4.92
6	30.44	5.31	31	31.83	4.87
7	30.46	5.27	32	31.77	4.79
8	30.35	5.24	33	31.61	4.76
9	30.1	5.22	34	31.27	4.75
10	29.82	5.2	35	30.79	4.75
11	29.41	5.2	36	30.36	4.76
12	28.9	5.24	37	30.1	4.81
13	28.58	5.3	38	30	4.92
14	28.5	5.4	39	30.33	5
15	28.7	5.49	40	30.65	5.11
16	29.19	5.6	41	30.96	5.18
17	29.53	5.68	42	31.41	5.19
18	29.81	5.68	43	32.67	5.17
19	30.01	5.64	44	32.83	5.12
20	30.44	5.57	45	32.81	5
21	30.77	5.5	46	32.48	4.83
22	30.87	5.43	47	31.93	4.7
23	30.90	5.32	48	31.49	4.58
24	31.05	5.23	49	31.21	4.56
25	31.26	5.16	50	31.24	4.6

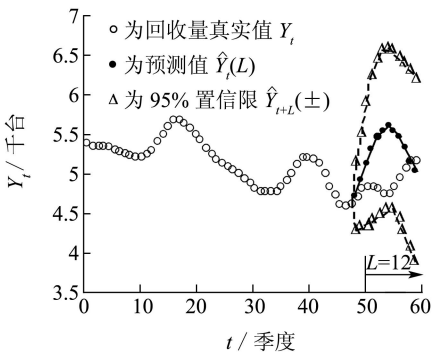

图 2　TFN 产品回收预测

Fig. 2　Forecasting of returns based on TFN model

为了便于比较, 分别计算IGM(1,1)模型和TFN模型预测值与真实值的相对误差, 如表 4 所示.

表 4 预测值相对误差比较

Table 4 Comparison of the relative errors

提前期L/季度	TFN误差/%	IGM(1,1)误差/%
1	0.13	6.13
2	2.9	10.0
3	6.3	12.5
4	10.1	14.5
5	14.3	15.5
6	18.1	16
7	18.7	17.7
8	15.7	20.8
9	10.6	24.5
10	5.2	27.8
11	0.23	30.5
12	3.0	32

5 结论(Conclusion)

根据我国产品回收研究的现状, 针对性地提出了IGM(1,1)-TFN两阶段预测模型, 阐述了模型的算法步骤, 并提供了详实的数值算例. 通过分析算例中表 2 和表 4 的数据, 可知如下结论:

1) 回收统计数据较少时, 采用IGM(1,1)模型能够获得比较满意的预测结果, 并且随着预测提前期的增加, 预测精度逐渐降低;

2) 回收统计资料丰富时, TFN模型的预测精度明显优于IGM(1,1)模型, 且在预测提前期较大的情况下, TFN模型依然能保证较好的预测精度;

3) IGM(1,1)模型适合于短期预测, 而TFN模型则可用于中期预测.

企业采用该两阶段模型, 并遵循上述结论进行预测, 相信必将对其制订产品回收方案以及合理安排采购计划与生产库存计划提供有力支持与帮助.

参考文献(References):

[1] GÓMEZ J M, RAUTENSTRAUCH C, NÜRNBERGER A, et al. Neuro-fuzzy approach to forecast returns of scrapped products to recycling and remanufacturing[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2002, 15(1): 119 – 128.

[2] FILES R. Problems in computing trippage[J]. *Beverage World*, 1977, 12(3): 146 – 149.

[3] FUITA S. Application of trippage distribution to re-cycling problems[C]// *Proc of Int Symposium on Management Science*. Osaka: Economic Education Press, 1977 : 1 – 12.

[4] TOKAY L B, WEUN L M, ZENIOS S A. Inventory management of remanufacturable products[J]. *Management Science*, 2000, 46(11) : 1412 – 1426.

[5] 李学伟, 关忠良, 陈景艳. 经济数据分析预测学[M]. 北京：中国铁道出版社, 1998.
(LI Xuewei, GUAN Zhongliang, CHEN Jingyan. *Forecasting Theory of the Economical Datas*[M]. Beijing: China Railway Publishing House, 1998 : 200 – 208.)

[6] 宋国防, 汪建辉, 陈青松. 灰色系统理论在T-501市场需求预测中的应用[J]. 系统工程理论与实践, 2000, 14(11): 139 – 144.
(SONG Guofang, WANG Jianhui, CHEN Qingsong. The application of grey system theory in the market demand prediction of T-501[J]. *Systems Engineering-Theory & Practice*, 2000, 14(11): 139 – 144.)

[7] 傅立. 灰色系统理论及其应用[M]. 北京：科学技术文献出版社, 1992.
(FU Li. *The Application of Gray Theory System*[M]. Beijing: Scientific & Technical Documents Publishing House, 1992 : 132 – 134.)

[8] BIRNBAUM A. On the foundation of statistical inference[J]. *J of American Statistical Association*, 1962, 57(298): 269 – 306.

[9] BOX G E P, JENKINS G M. *Times Series Analysis: Forecasting and Control*[M]. First edition. San Francisco: Holden-Day, 1976.

作者简介:

刘文杰 (1975—), 男, 南京航空航天大学经济与管理学院, 讲师, 主要研究领域包括供应链、逆向物流、计算机集成制造, E-mail: lwj751231@yahoo.com.cn;

方志耕 (1962—),男, 南京航空航天大学经济与管理学院, 教授, 博士生导师, 研究方向为管理工程、灰色系统, E-mail: zhigengfang@163.com.