

基于观测器的不确定非线性系统的自适应鲁棒模糊控制

刘艳军¹, 王伟¹, 王向东²

(1. 大连理工大学 信息与控制研究中心, 辽宁 大连 116024; 2. 沈阳工业大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110023)

摘要: 针对单输入单输出不确定非线性系统提出了一种自适应鲁棒模糊控制算法. 该算法通过设计观测器来估计系统的状态向量, 因此不要求假设系统的状态向量是可测的. 在这个算法中, 主要的假设为最优逼近参数向量与标称参数向量之差的范数和逼近误差的界限是未知的. 通过只对未知界限估计的调节, 该算法减轻了在线计算量并且提高了系统的鲁棒性. 所设计的自适应鲁棒模糊控制算法保证了闭环系统的所有信号是一致有界的并且跟踪误差估计收敛到一个小的零邻域内. 仿真例子证实了所提方法的可行性.

关键词: 非线性系统; 自适应模糊控制; 观测器; 不确定性

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Observer-based adaptive robust fuzzy control for uncertain nonlinear systems

LIU Yan-jun¹, WANG Wei¹, WANG Xiang-dong²

(1. Research Center of Information and Control, Dalian University of Technology, Dalian Liaoning 116024, China;

2. School of Information Science and Engineering, Shenyang University of Technology, Shenyang Liaoning 110023, China)

Abstract: An adaptive robust fuzzy control algorithm is proposed for SISO uncertain nonlinear systems in this paper. The system state vector is estimated by an observer. The system state vector is not necessarily fully observable. The key assumptions are that the norm of the difference (between optimal approximation parameter vector and nominal parameter vector) and the approximation errors are bounded and the bounds are unknown. The proposed algorithm reduces the online computation burden and improves robustness of the systems by tuning only estimations of the unknown bounds. It is also proved that the proposed adaptive robust fuzzy control algorithm can guarantee uniform boundedness of all the signals in the closed-loop system and the estimation of the tracking error is proved to be convergent to a small neighborhood of the origin. A simulation example demonstrates the feasibility of the proposed approach.

Key words: nonlinear systems; adaptive fuzzy control; observer; uncertainty

1 引言(Introduction)

近年来, 因为不需要系统有精确的数学模型, 模糊系统成功应用到许多控制问题上. 文[1]已经证明具有模糊IF-THEN规则集的模糊系统在给定的紧集内能一致逼近任意非线性不确定连续函数到任意精度. 文[2]针对SISO不确定非线性系统提出了稳定的自适应模糊控制算法, 为非线性系统模糊控制的研究开辟了新的途径. 最近几年, 国内外学者提出了许多自适应模糊控制算法^[3~10]. 然而, 文[3~6]假定系统状态是可测的, 提供的算法不能应用于系统状态不完全可测的情况. 文[7~10]在对系统的不确定部分模糊逼近时, 假设逼近误差的界限是已知的或满

足平方可积条件, 如果逼近误差大于假设的界限或不满足平方可积条件, 系统的稳定性是不能保证的. 另外, 由于对最优逼近参数向量估计的自适应调节, 文[2~5, 7~10]提出的控制算法在线计算负担繁重.

考虑到上述不足, 本文针对SISO不确定非线性系统, 提出了一类新的自适应模糊控制算法. 该算法不要求系统的状态是可测的, 通过设计观测器来估计系统的不可测状态. 在这个算法中, 主要的假设有两点: 第一, 假设最优逼近参数向量与标称参数向量之差的范数是未知的; 第二, 假设逼近误差的界限是未知的. 提出的算法只对未知界限的估计、而不是对最优逼近参数向量的估计进行自适应调节, 因而

减轻了在线计算负担并且改善了系统的鲁棒性. 所提出的控制算法可保证系统的所有信号是一致有界的和跟踪误差估计收敛到一个小的零邻域内. 仿真例子证实了所提出算法的有效性和可行性.

2 问题描述(Problem description)

考虑一类SISO非线性动态系统

$$\begin{cases} \dot{x}^{(n)} = f(\underline{x}) + g(\underline{x})u, \\ y = x. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\underline{x} = [x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}]^T \in \mathbb{R}^n$ 是系统的状态向量且不完全可测的, $u \in \mathbb{R}$ 是系统的控制输入, $f(\underline{x}), g(\underline{x}): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ 是关于 x 的未知光滑函数. 假设 $g(\underline{x}) \neq 0$, 不失一般性, 本文将假设 $g(\underline{x}) \geq g_L > 0, \forall x \in \mathbb{R}^n, g_L$ 是已知常数.

给定 y_m 是有界的参考输出, 参考输出向量 $\underline{y}_m = [y_m, \dots, y_m^{(n-1)}]^T$, 跟踪误差 $e = y_m - x$, 跟踪误差向量为 $\underline{e} = [e, \dots, e^{(n-1)}]^T$. 经简单运算, 下式成立:

$$\begin{cases} \dot{\underline{e}} = A\underline{e} + B[-f(\underline{x}) - g(\underline{x})u + y_m^{(n)}], \\ \underline{e} = C^T \underline{e}. \end{cases} \quad (2)$$

其中:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

如果函数 $f(\underline{x}), g(\underline{x})$ 是已知的, 根据确定等价方法, 选择如下控制器

$$u^* = 1/g(\underline{x}) [-f(\underline{x}) + y_m^{(n)} + K_c^T \underline{e}]. \quad (3)$$

其中 $K_c = [k_c^1, \dots, k_c^n]^T \in \mathbb{R}^n$ 是反馈增益向量.

因为 (A, B) 是可控的, 可以选择反馈增益 $K_c \in \mathbb{R}^n$ 满足 $A_c = A - BK_c^T$ 的特征多项式 $\lambda_c(s) = s^n + k_c^n s^{n-1} + \dots + k_c^1$ 的所有根在左半开平面.

把 $u = u^*$ 代入式(2)得到

$$e^{(n)} + k_c^n e^{(n-1)} + \dots + k_c^1 e = 0,$$

可实现 $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$. 但是, 当 $f(\underline{x}), g(\underline{x})$ 是未知的, 控制器(3)是不可以使用的, 而且当系统的状态不可测时, e 也是不能用的. 一个合理的解决方法是利用文献[1]中的模糊逼近理论逼近未知的非线性函数和设计观测器解决状态向量不可测问题.

3 基于观测器的自适应模糊控制器设计(Observer-based adaptive fuzzy controller design)

控制器(3)中跟踪误差向量 $\underline{e}$ 因状态不可测而不

能利用. 故, 需要设计观测器来观测跟踪误差向量.

设计如下的观测器

$$\begin{cases} \dot{\hat{\underline{e}}} = A\hat{\underline{e}} - BK_c^T \hat{\underline{e}} + K_0(e - \hat{e}), \\ \hat{\underline{e}} = C^T \hat{\underline{e}}, \end{cases} \quad (4)$$

其中: $\hat{e} = y_m - \hat{x}$ 是跟踪误差估计, $\hat{\underline{e}} = \underline{y}_m - \hat{\underline{x}}$ 是跟踪误差估计向量, $\hat{\underline{x}}$ 是 $\underline{x}$ 的估计向量, $K_0 = [k_0^1, \dots, k_0^n]^T \in \mathbb{R}^n$ 是观测增益向量. 因为 (C, A) 是可观测的, 可以选择观测增益向量 $K_0 \in \mathbb{R}^n$ 满足 $A_0 = A - K_0 C^T$ 的特征多项式 $\lambda_0(s) = s^n + k_0^n s^{n-1} + \dots + k_0^1$ 的所有根在左半开平面.

观测误差定义为 $\tilde{e} = e - \hat{e}$, 观测误差向量为 $\tilde{\underline{e}} = \underline{e} - \hat{\underline{e}}$, 式(2)减去式(4)可得到观测误差方程

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\underline{e}}} = A_0 \tilde{\underline{e}} + BK_c^T \tilde{\underline{e}} + \\ B[-f(\underline{x}) - g(\underline{x})u + y_m^{(n)}], \\ \tilde{\underline{e}} = C^T \tilde{\underline{e}}. \end{cases} \quad (5)$$

根据模糊逼近理论^[1], 不确定非线性函数 $f(\underline{x}), g(\underline{x})$ 能表示成

$$f(\underline{x}) = \hat{f}(\hat{\underline{x}}, \theta_f^*) + \delta_f(\hat{\underline{x}}), \quad (6)$$

$$g(\underline{x}) = \hat{g}(\hat{\underline{x}}, \theta_g^*) + \delta_g(\hat{\underline{x}}). \quad (7)$$

其中: $\hat{f}(\hat{\underline{x}}, \theta_f^*), \hat{g}(\hat{\underline{x}}, \theta_g^*)$ 分别表示 $f(\underline{x}), g(\underline{x})$ 的最优逼近, $\delta_f(\hat{\underline{x}}), \delta_g(\hat{\underline{x}})$ 表示最优逼近误差.

最优逼近 $\hat{f}(\hat{\underline{x}}, \theta_f^*), \hat{g}(\hat{\underline{x}}, \theta_g^*)$ 可以表示为

$$\hat{f}(\hat{\underline{x}}, \theta_f^*) = \theta_f^{*T} \xi_f(\hat{\underline{x}}), \hat{g}(\hat{\underline{x}}, \theta_g^*) = \theta_g^{*T} \xi_g(\hat{\underline{x}}). \quad (8)$$

其中: θ_f^*, θ_g^* 是未知最优逼近参数向量, $\xi_f(\hat{\underline{x}}), \xi_g(\hat{\underline{x}})$ 是基函数向量.

假设系统(1)的标称模型为

$$\begin{cases} \dot{x}^{(n)} = f_0(\underline{x}) + g_0(\underline{x})u, \\ y = x. \end{cases} \quad (9)$$

其中: $f_0(\underline{x})$ 和 $g_0(\underline{x}) \neq 0$ 是已知或离线计算, 让 θ_f^0, θ_g^0 分别是相应标称函数 $f_0(\underline{x}), g_0(\underline{x})$ 的标称参数向量, 即 $f_0(\underline{x}), g_0(\underline{x})$ 分别可以表示为

$$f_0(\underline{x}) = \theta_f^{0T} \xi_f(\hat{\underline{x}}), g_0(\underline{x}) = \theta_g^{0T} \xi_g(\hat{\underline{x}}). \quad (10)$$

假设 1 令 $\tilde{\theta}_f = \theta_f^* - \theta_f^0, \tilde{\theta}_g = \theta_g^* - \theta_g^0$ 假设 $\tilde{\theta}_f, \tilde{\theta}_g$ 是有界的, 即 $\|\tilde{\theta}_f\| \leq m_f, \|\tilde{\theta}_g\| \leq m_g$, 其中 $m_f, m_g \geq 0$ 是未知的.

假设 2 逼近误差 $\delta_f(\hat{\underline{x}}), \delta_g(\hat{\underline{x}})$ 是有界的, 即 $|\delta_f(\hat{\underline{x}})| \leq w_f, |\delta_g(\hat{\underline{x}})| \leq w_g$ 其中 $w_f, w_g \geq 0$ 是未知的.

注释 1 在下文中, 将对未知参数 m_f, m_g, w_f, w_g 的估计进行在线调节, 如果对最优逼近参数向量 θ_f^*, θ_g^* 的估计 θ_f, θ_g 在线调节, 调节的参数个数为 $N_f + N_g$ (N_f, N_g 分别为逼近 $f(\underline{x}), g(\underline{x})$ 的模糊规则数), 为提高逼近精度, 通常

N_f, N_g 很大. 在本文, 不论模糊规则数量有多大, 在线调节的参数都仅为4. 因此, 本文的算法减轻了在线计算的负担.

为了实现控制的目的, 选择控制器

$$u = u_1 + u_2. \quad (11)$$

其中 u_1 是基本的反馈控制器, 定义为

$$u_1 = -1/g_0(\underline{x}) [f_0(\underline{x}) - y_m^{(n)} - K_c^T \hat{\underline{e}}]. \quad (12)$$

u_2 是为了补偿由于逼近未知函数 $f(\underline{x}), g(\underline{x})$ 而产生的参数误差和函数逼近误差, u_2 稍后定义.

把式(11)(12)代入式(5), 整理得到

$$\begin{cases} \dot{\underline{e}} = A_0 \underline{e} + B[f_0(\underline{x}) - f(\underline{x}) + \\ (g_0(\underline{x}) - g(\underline{x}))u_1 - g(\underline{x})u_2], \\ \dot{\tilde{e}} = C^T \underline{e}. \end{cases} \quad (13)$$

引理 1^[12] 让 $V: [0, \infty] \rightarrow \mathbb{R}$ 满足不等式 $\dot{V} \leq -2\lambda V + \beta, \forall t > 0$ 那么

$$V(t) \leq V(t_0) \exp[-2\lambda(t - t_0)] + \frac{\beta}{2\lambda}, \forall t \geq t_0. \quad (14)$$

其中 λ 和 β 是正的常数.

假设 3 存在对称正定矩阵 P_1, P_2, Q_1, Q_2 满足

$$A_c^T P_1 + P_1 A_c + P_1 K_0 K_0^T P_1 = -Q_1, \quad (15)$$

$$A_0^T P_2 + P_2 A_0 + C C^T = -Q_2. \quad (16)$$

注释 2 因为 (A, B) 是可控的, (C, A) 是可观的, 因此可以选择反馈增益向量 $K_c \in \mathbb{R}^n$ 和观测增益向量 $K_0 \in \mathbb{R}^n$ 满足 $A_c = A - B K_c^T, A_0 = A - K_0 C^T$ 的特征多项式的特征根在左半开平面, 根据李雅普诺夫稳定性定理, 可以确定一定存在对称正定矩阵 P_1, P_2, Q_1, Q_2 满足式(15)和(16).

选择控制器(11)和(12), 其中

$$u_2 = M_f \xi_f(\hat{\underline{x}}) + W_f + M_g \xi_g(\hat{\underline{x}}) u_1 + W_g u_1, \quad (17)$$

$$M_f = \frac{\hat{m}_f^2}{g_L \hat{m}_f |\tilde{e}^T P_2 B| \|\xi_f(\hat{\underline{x}})\| + \varepsilon_f^0}, \quad (18)$$

$$W_f = \frac{\hat{w}_f^2}{g_L \hat{w}_f |\tilde{e}^T P_2 B| + \varepsilon_f^1}, \quad (19)$$

$$M_g = \frac{\hat{m}_g^2}{g_L \hat{m}_g |\tilde{e}^T P_2 B u_1| \|\xi_g(\hat{\underline{x}})\| + \varepsilon_g^0}, \quad (20)$$

$$W_g = \frac{\hat{w}_g^2}{g_L \hat{w}_g |\tilde{e}^T P_2 B u_1| + \varepsilon_g^1}. \quad (21)$$

其中: $\varepsilon_f^0, \varepsilon_f^1, \varepsilon_g^0, \varepsilon_g^1 > 0$ 是设计参数, $\hat{m}_f, \hat{m}_g, \hat{w}_f, \hat{w}_g$ 分别是 m_f, m_g, w_f, w_g 的估计并且 $\hat{m}_f, \hat{m}_g, \hat{w}_f,$

$\hat{w}_g > 0$, 选择相应的自适应律为

$$\dot{\hat{m}}_f = -\eta_f^0 \hat{m}_f + \gamma_f^0 |\tilde{e}^T P_2 B| \|\xi_f(\hat{\underline{x}})\|, \quad (22)$$

$$\dot{\hat{w}}_f = -\eta_f^1 \hat{w}_f + \gamma_f^1 |\tilde{e}^T P_2 B|, \quad (23)$$

$$\dot{\hat{m}}_g = -\eta_g^0 \hat{m}_g + \gamma_g^0 |\tilde{e}^T P_2 B u_1| \|\xi_g(\hat{\underline{x}})\|, \quad (24)$$

$$\dot{\hat{w}}_g = -\eta_g^1 \hat{w}_g + \gamma_g^1 |\tilde{e}^T P_2 B u_1|. \quad (25)$$

其中 $\eta_f^0, \eta_g^0, \eta_f^1, \eta_g^1, \gamma_f^0, \gamma_g^0, \gamma_f^1, \gamma_g^1 > 0$ 是设计参数.

定理 1 针对非线性系统(1)和标称模型(9), 在假设1~3的条件下, 选择控制器(11)(12)(17)~(21)和参数自适应律(22)~(25)可保证

1) 信号 $\underline{e}, \tilde{e}$ 和 $\hat{m}_f, \hat{m}_g, \hat{w}_f, \hat{w}_g$ 是有界的.

2) 给定任意 $\alpha > \sqrt{\frac{1}{\lambda_{\min}(P_1)} \frac{\varepsilon}{\mu}}$, 存在 T 对所有的 $t \geq T$ 满足 $|\underline{e}| < \alpha$.

证 让 $\tilde{m}_f = \hat{m}_f - m_f, \tilde{m}_g = \hat{m}_g - m_g, \tilde{w}_f = \hat{w}_f - w_f, \tilde{w}_g = \hat{w}_g - w_g$. 选择正定李雅普诺夫函数

$$V = \frac{1}{2} \underline{e}^T P_1 \underline{e} + \frac{1}{2} \tilde{e}^T P_2 \tilde{e} + \frac{1}{2\gamma_f^0} \tilde{m}_f^2 + \frac{1}{2\gamma_g^0} \tilde{m}_g^2 + \frac{1}{2\gamma_f^1} \tilde{w}_f^2 + \frac{1}{2\gamma_g^1} \tilde{w}_g^2. \quad (26)$$

V 沿着时间 t 的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \frac{1}{2} \dot{\underline{e}}^T P_1 \underline{e} + \frac{1}{2} \underline{e}^T P_1 \dot{\underline{e}} + \frac{1}{2} \dot{\tilde{e}}^T P_2 \tilde{e} + \\ & \frac{1}{2} \tilde{e}^T P_2 \dot{\tilde{e}} + \frac{1}{\gamma_f^0} \tilde{m}_f \dot{\tilde{m}}_f + \frac{1}{\gamma_g^0} \tilde{m}_g \dot{\tilde{m}}_g + \\ & \frac{1}{\gamma_f^1} \tilde{w}_f \dot{\tilde{w}}_f + \frac{1}{\gamma_g^1} \tilde{w}_g \dot{\tilde{w}}_g. \end{aligned}$$

把式(4)和(13)代入上式并且利用式(6)~(8)和式(10), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \frac{1}{2} \underline{e}^T (A_c^T P_1 + P_1 A_c) \underline{e} + \frac{1}{2} \underline{e}^T (A_0^T P_2 + P_2 A_0) \underline{e} + \\ & \tilde{e}^T C K_0^T P_1 \underline{e} - \tilde{e}^T P_2 B [\theta_f^T \xi_f(\hat{\underline{x}}) + \delta_f(\hat{\underline{x}}) + \\ & \theta_g^T \xi_g(\hat{\underline{x}}) u_1 + \delta_g(\hat{\underline{x}}) u_1 + g(\underline{x}) u_2] + \frac{1}{\gamma_f^0} \tilde{m}_f \dot{\tilde{m}}_f + \\ & \frac{1}{\gamma_g^0} \tilde{m}_g \dot{\tilde{m}}_g + \frac{1}{\gamma_f^1} \tilde{w}_f \dot{\tilde{w}}_f + \frac{1}{\gamma_g^1} \tilde{w}_g \dot{\tilde{w}}_g. \end{aligned}$$

根据施瓦兹不等式, 可得下式成立:

$$\tilde{e}^T C K_0^T P_1 \underline{e} \leq \frac{1}{2} \underline{e}^T C C^T \underline{e} + \frac{1}{2} \underline{e}^T P_1 K_0 K_0^T P_1 \underline{e}. \quad (27)$$

利用式(15)~(17)(27), 可得下面的不等式成立:

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} \underline{e}^T Q_1 \underline{e} - \frac{1}{2} \tilde{e}^T Q_2 \tilde{e} + \frac{1}{\gamma_f^0} \tilde{m}_f \dot{\tilde{m}}_f -$$

$$\begin{aligned}
& \tilde{e}^T P_2 B \left(\tilde{\theta}_f^T + g(\underline{x}) M_f \right) \xi_f(\hat{x}) - \\
& \tilde{e}^T P_2 B (\delta_f(\hat{x}) + g(\underline{x}) W_f) + \frac{1}{\gamma_f} \tilde{w}_f \dot{w}_f - \\
& \tilde{e}^T P_2 B \left(\tilde{\theta}_g^T + g(\underline{x}) M_g \right) \xi_g(\hat{x}) u_1 + \frac{1}{\gamma_g^0} \tilde{m}_g \dot{m}_g - \\
& \tilde{e}^T P_2 B (\delta_g(\hat{x}) + g(\underline{x}) W_g) u_1 + \frac{1}{\gamma_g^1} \tilde{w}_g \dot{w}_g. \quad (28)
\end{aligned}$$

利用式(18)(22)和 $g(\underline{x}) \geq g_L > 0, \forall x \in \mathbb{R}^n$, 下面的不等式是成立的:

$$\begin{aligned}
& -\tilde{e}^T P_2 B (\tilde{\theta}_f^T + g(\underline{x}) M_f) \xi_f(\hat{x}) + \frac{1}{\gamma_f^0} \tilde{m}_f \dot{m}_f \leq \\
& m_f |\tilde{e}^T P_2 B| \|\xi_f(\hat{x})\| - \\
& g(\underline{x}) \tilde{e}^T P_2 B M_f \xi_f(\hat{x}) + \frac{1}{\gamma_f^0} \tilde{m}_f \dot{m}_f = \\
& \hat{m}_f |\tilde{e}^T P_2 B| \|\xi_f(\hat{x})\| - \\
& \frac{g(\underline{x})}{g_L} \frac{\hat{m}_f^2 |\tilde{e}^T P_2 B|^2 \|\xi_f(\hat{x})\|^2}{\hat{m}_f |\tilde{e}^T P_2 B| \|\xi_f(\hat{x})\| + \varepsilon_f^0} + \\
& \tilde{m}_f \left(\frac{1}{\gamma_f^0} \dot{m}_f - |\tilde{e}^T P_2 B| \|\xi_f(\hat{x})\| \right) \leq \\
& \varepsilon_f^0 - \frac{\eta_f^0}{\gamma_f^0} \tilde{m}_f \hat{m}_f = \varepsilon_f^0 - \frac{\eta_f^0}{\gamma_f^0} \tilde{m}_f^2 - \frac{\eta_f^0}{\gamma_f^0} \tilde{m}_f m_f \\
& \varepsilon_f^0 - \frac{\eta_f^0}{\gamma_f^0} \tilde{m}_f^2 - \frac{\eta_f^0}{\gamma_f^0} \hat{m}_f m_f + \frac{\eta_f^0}{\gamma_f^0} m_f^2 \leq \\
& \varepsilon_f^0 - \frac{\eta_f^0}{\gamma_f^0} \tilde{m}_f^2 + \frac{\eta_f^0}{\gamma_f^0} m_f^2. \quad (29)
\end{aligned}$$

利用式(19)~(21)和式(23)~(25), 类似于不等式(29)的推导过程, 下面3个不等式是成立的:

$$\begin{aligned}
& -\tilde{e}^T P_2 B \left(\tilde{\theta}_g^T + g(\underline{x}) M_g \right) \xi_g(\hat{x}) u_1 + \frac{1}{\gamma_g^0} \tilde{m}_g \dot{m}_g \leq \\
& \varepsilon_g^0 - \frac{\eta_g^0}{\gamma_g^0} \tilde{m}_g^2 + \frac{\eta_g^0}{\gamma_g^0} m_g^2, \quad (30)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\tilde{e}^T P_2 B (\delta_f(\hat{x}) + g(\underline{x}) W_f) + \frac{1}{\gamma_f^1} \tilde{w}_f \dot{w}_f \leq \\
& \varepsilon_f^1 - \frac{\eta_f^1}{\gamma_f^1} \tilde{w}_f^2 + \frac{\eta_f^1}{\gamma_f^1} w_f^2, \quad (31)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\tilde{e}^T P_2 B (\delta_g(\hat{x}) + g(\underline{x}) W_g) u_1 + \frac{1}{\gamma_g^1} \tilde{w}_g \dot{w}_g \leq \\
& \varepsilon_g^1 - \frac{\eta_g^1}{\gamma_g^1} \tilde{w}_g^2 + \frac{\eta_g^1}{\gamma_g^1} w_g^2. \quad (32)
\end{aligned}$$

利用不等式(29)~(32), 式(28)变为

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} \tilde{e}^T Q_1 \tilde{e} - \frac{1}{2} \tilde{e}^T Q_2 \tilde{e} - \frac{\eta_f^0}{\gamma_f^0} \tilde{m}_f^2 - \frac{\eta_f^1}{\gamma_f^1} \tilde{w}_f^2 -$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\eta_g^0}{\gamma_g^0} \tilde{m}_g^2 - \frac{\eta_g^1}{\gamma_g^1} \tilde{w}_g^2 + \varepsilon_f^0 + \varepsilon_f^1 + \varepsilon_g^0 + \varepsilon_g^1 + \\
& \frac{\eta_f^0}{\gamma_f^0} m_f^2 + \frac{\eta_f^1}{\gamma_f^1} w_f^2 + \frac{\eta_g^0}{\gamma_g^0} m_g^2 + \frac{\eta_g^1}{\gamma_g^1} w_g^2.
\end{aligned}$$

上式可表示为

$$\dot{V} \leq -2\mu V + \varepsilon. \quad (33)$$

其中:

$$\begin{aligned}
\mu &= \\
\min & \left(\frac{1}{2} \frac{\lambda_{\min}(Q_1)}{\lambda_{\max}(P_1)}, \frac{1}{2} \frac{\lambda_{\min}(Q_2)}{\lambda_{\max}(P_2)}, \eta_f^0, \eta_f^1, \eta_g^0, \eta_g^1 \right), \\
\varepsilon &= \varepsilon_f^0 + \varepsilon_f^1 + \varepsilon_g^0 + \varepsilon_g^1 + \frac{\eta_f^0}{\gamma_f^0} m_f^2 + \frac{\eta_f^1}{\gamma_f^1} w_f^2 + \\
& \frac{\eta_g^0}{\gamma_g^0} m_g^2 + \frac{\eta_g^1}{\gamma_g^1} w_g^2.
\end{aligned}$$

根据引理1, 可得

$$V(t) \leq V(0)e^{-2\mu t} + \frac{\varepsilon}{2\mu}, \quad \forall t > 0. \quad (34)$$

类似于文献[12]中定理4.1的证明过程, 利用式(26)和(34), 可知 $\hat{e}, \tilde{e}, \hat{m}_f, \hat{m}_g, \hat{w}_f, \hat{w}_g$ 是一致有界的, 且

$$\lambda_{\min}(P_1) |\hat{e}|^2 \leq \tilde{e}^T P_1 \tilde{e} \leq 2V(0)e^{-2\mu t} + \frac{\varepsilon}{\mu}.$$

变换上式, 可得

$$|\hat{e}|^2 \leq \frac{2V(0)}{\lambda_{\min}(P_1)} e^{-2\mu t} + \frac{1}{\lambda_{\min}(P_1)} \frac{\varepsilon}{\mu}. \quad (35)$$

根据式(35), 给定任意 $\alpha > \sqrt{\frac{1}{\lambda_{\min}(P_1)} \frac{\varepsilon}{\mu}}$, 存在 T 对所有的 $t \geq T$, 满足

$$|\hat{e}| \leq \sqrt{\frac{1}{\lambda_{\min}(P_1)} \frac{\varepsilon}{\mu}} < \alpha.$$

4 仿真例子(Simulation example)

为了说明本文提出控制算法的有效性, 把提出的控制算法应用到直流发动机和带有摩擦力变速箱相连的系统, 系统方程表示如下^[11]:

$$\ddot{q} = 1/J(u - F). \quad (36)$$

其中: q 是发动机的角位移, u 是控制输入, J 为惯量参数, F 表示摩擦力, 摩擦力 F 可以表示为

$$\begin{aligned}
F &= \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{q}, \\
\dot{z} &= -\sigma_0 a(\dot{q})z + \dot{q},
\end{aligned}$$

$$a(\dot{q}) = \frac{|\dot{q}|}{\alpha_0 + \alpha_1 e^{-(\dot{q}/\alpha_2)^2}}.$$

其中: z 是模型内部状态, 参数 $J = 0.0025$, $\sigma_0 = 280$, $\sigma_1 = 1$, $\sigma_2 = 0.017$, $\alpha_0 = 0.22$, $\alpha_1 = 0.17$, $\alpha_2 = 0.1$ 是从文献[11]辨识得到, 把系统(36)表示成方程(1)的标准形式 $f = F/J$, $g = 1/J$. 系统(36)的不确定部分为摩擦力 F 和惯量参数 J (未知常数). 选择下面的隶属度函数:

$$\mu_{A_1^1}(\dot{q}) = \exp \left\{ - \left((\dot{q} - 0.3)/2 \right)^2 \right\},$$

$$\mu_{A_1^2}(\dot{q}) = \exp \left\{ - \left((\dot{q} + 0.3)/2 \right)^2 \right\}.$$

利用上面的隶属度函数, 可得 $\xi_f(\hat{x}) = \xi_g(\hat{x}) = [\mu_{A_1^1}/D, \mu_{A_1^2}/D]^T$, 其中 $D = \mu_{A_1^1} + \mu_{A_1^2}$. 在控制律(12)中的标称参数向量 $g_0 = 1/J_0$, $J_0 = 0.01$, $\theta_f^0 = [100, -100]$. 反馈增益向量 $K_c = [4, 4]^T$ 和观测增益向量 $K_0 = [89, 184]^T$. 控制律(13)中的设计参数为 $\varepsilon_f^0 = \varepsilon_f^1 = \varepsilon_g^0 = \varepsilon_g^1 = 1$, 选择正定矩阵 $Q_2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, 根据等式(15)可以得到 $P_2 = \begin{bmatrix} 1.0506 & -0.5000 \\ -0.5000 & 0.2476 \end{bmatrix}$, 自适应律(22)~(25)中的设计参数 $\eta_f^0 = \eta_f^1 = \eta_g^0 = \eta_g^1 = 10$, $\gamma_f^0 = \gamma_f^1 = \gamma_g^0 = \gamma_g^1 = 750$, 调节参数初始值 $\hat{m}_f(0) = \hat{w}_f(0) = \hat{m}_g(0) = \hat{w}_g(0) = 1$. 假设期望的输出为正弦曲线.

系统(36)的初始状态 $q(0) = 1, \dot{q}(0) = 0$. 从图1和图2中可以看出, 利用本文提出的控制算法, 系统的角位移 q 和角速度 $\dot{q}$ 分别很好的跟踪期望轨迹 y_m 和 $\dot{y}_m$. 从图3中可以看出, 误差估计 $\hat{e}$ 和 $\dot{\hat{e}}$ 收敛到小的零邻域内, 说明观测器(4)设计的合理性.

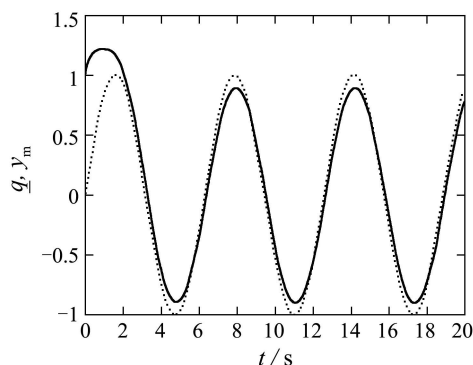


图1 角位移 q (实线) 和期望输出 y_m (虚线)
Fig. 1 Angular position q (solid) and desired output y_m (dashed)

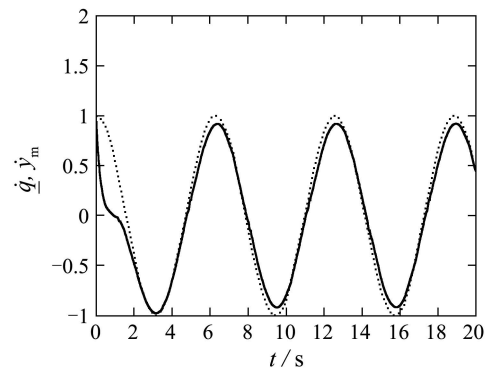


图2 角速度 $\dot{q}$ (实线) 和期望输出导数 $\dot{y}_m$ (虚线)
Fig. 2 Angular speed $\dot{q}$ (solid) and derivative of desired output $\dot{y}_m$ (dashed)

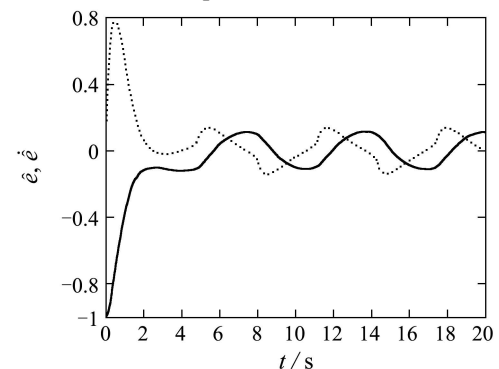


图3 误差估计 $\hat{e}$ (实线) 和误差估计的导数 $\dot{\hat{e}}$ (虚线)
Fig. 3 Estimation of error $\hat{e}$ (solid) and derivative of estimation of error $\dot{\hat{e}}$ (dashed)

5 结论(Conclusion)

本文针对SISO非线性不确定系统提出了一种自适应模糊控制算法. 提出的算法不需要假设系统的状态可测, 状态变量通过设计观测器来估计. 使用李雅普诺夫综合法证明了系统的收敛性并获得相应的自适应调节律. 仿真结果证实利用本文的控制算法可使系统的输出信号很好地跟踪期望的轨迹并且闭环系统的所有信号都是有界的.

参考文献(References):

- [1] WANG L X. Fuzzy systems are universal approximators[C]// *Proc of IEEE Int Conf on Fuzzy Systems(San Diego, CA)*. San Diego, CA: IEEE Press, 1992: 1163 – 1170.
- [2] WANG L X. Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 1993, 1(2): 146 – 155.
- [3] CHEN B S, LEE C H, CHANG Y C. H_∞ tracking design of uncertain nonlinear SISO systems adaptive fuzzy approach[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 1996, 4(1): 32 – 43.
- [4] TONG S C, LI H X. Direct adaptive fuzzy output tracking control of nonlinear systems[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2002, 128(1): 107 – 115.
- [5] PARK J H, SEO S J, PARK G T. Robust adaptive fuzzy controller for nonlinear system using estimation of bounds for approximation errors[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2003, 133(1): 19 – 36.

- [7] CHEN S M, CHANG T H. Finding multiple possible critical paths using fuzzy PERT[J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics*, 2001, 31(6): 930 – 937.
- [8] HAPKE M, SLOWINSKI R. Fuzzy priority heuristics for project scheduling[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1996, 83(3): 291 – 299.
- [9] WANG J. A fuzzy project scheduling approach to minimize schedule risk[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2002, 17(2): 99 – 116.
- [10] HO Y C, SREENIVAS R S, VAKILI P. Ordinal optimization of discrete event dynamic systems[J]. *Discrete Event Dynamic Systems(DEDS)*, 1992, 2(2): 61 – 88.
- [11] HO Y C. An explanation of ordinal optimization: soft computing for hard problems[J]. *Information Sciences*, 1999, 113: 169 – 192.
- [12] DUBOIS D, PRADE H. *Possibility Theory: An Approach to Computerized Processing of Uncertainty*[M]. New York: Plenum Press, 1988.

作者简介:

程 序 (1980—), 男, 清华大学博士研究生, 主要从事复杂项目调度与优化研究, E-mail: x-cheng02@mails.tsinghua.edu.cn;

吴 澄 (1940—), 男, 清华大学教授, 中国工程院院士, 主要从事系统集成方法与技术、复杂工业大系统的建模、控制及调度、系统可靠性等研究, E-mail: wuc@tsinghua.edu.cn.

(上接第629页)

参考文献(References):

- [6] DIAZ D V, TANG Y. Adaptive robust fuzzy control of nonlinear systems[J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics-Part B: Cybernetics*, 2004, 34(3): 1596 – 1601.
- [7] TONG S C, LI H X, WANG W. Observer-based adaptive fuzzy control for SISO nonlinear systems[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2004, 148(3): 355 – 376.
- [8] WEI X J, JING Y W. Robust adaptive fuzzy controller for nonlinear systems based on approximation errors[C]//*Proc of American Control Conference*. Boston, Massachusetts: IEEE Press, 2004: 459-463.
- [9] LEU Y G, LEE T T, WANG W Y. Observer-based adaptive fuzzy-neural control for unknown nonlinear dynamical systems[J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics-Part B: Cybernetics*, 1999, 29(5): 583 – 591.
- [10] 王永富, 柴天佑, 迟瑛, 等. 基于观测器的一类非线性系统的自适应模糊控制[J]. *控制理论与应用*, 2005, 22(3): 395 – 401.
(WANG Yongfu, CHAI Tianyou, CHI Ying, et al. Observer-based adaptive fuzzy control for a class of nonlinear systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2005, 22(3): 395 – 401.)
- [11] OLSSON H, ASTROM K J, CANUDAS C. Friction models and friction compensation[J]. *European J of Control*, 1998, 4(3): 176 – 195.
- [12] ZHOU S S, FENG G, FENG C B. Robust control for a class of uncertain nonlinear systems: adaptive fuzzy approach based on backstepping[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2005, 151(1): 1 – 20.

作者简介:

刘艳军 (1978—), 男, 博士生, 主要研究方向为自适应模糊控制, E-mail: liuyjsir@163.com ;

王 伟 (1955—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为自适应控制、模型预测控制等研究;

王向东 (1959—), 男, 教授, 主要研究方向为复杂系统结构和控制.