文章编号:1000−8152(2007)05−0707−04

利用稳定零点构造降阶H$_\infty$控制器的方法

钟瑞麟, 程 鹏

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100083)

摘要: 现有的针对奇异情形的H$_\infty$降阶控制器的基于线性矩阵不等式(LMI)的构造算法仅利用了系统不稳定的不变零点, 而没有利用系统的稳定零点. 本论文试图通过对系统矩阵A引入不确定性来利用这些稳定零点, 即将奇异系统矩阵A变为$A_0+\alpha I(\alpha<0)$, 以A_0代替A和系统的其它部分构成新系统, 从而使得原来系统的稳定零点成为新系统的不稳定零点, 进而使用降阶控制器算法得到低阶控制器. 一个简单的算例表明了该方法的有效性.

关键词: 线性矩阵不等式; H$_\infty$控制; 降阶控制器; 零点

中图分类号: TP13 **文献标识码**: A

Constructing a reduced-order H-infinity controller using stable invariant zeros

ZHONG Rui-lin, CHENG Peng

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: Unstable invariant zeros have been used in constructing reduced order controllers based on linear matrix inequalities for H-infinity control problem of singular case while stable invariant zeros have not been used. These zeros have been used by adding uncertainty to the system matrix A in this paper. The system matrix A of the original system is changed to $A_0+\alpha I(\alpha<0)$. A new system that is made up of A_0 and other system matrixes of the original system is constructed, then stable zeros of the original system become unstable in the new system and the algorithm for constructing the reduced order controllers can be used to obtain a reduced order controller. The effectiveness of this method is shown by a simple example.

Key words: linear matrix inequality; H-infinity control; reduced order controller; zero

1 引言(Introduction)

H$_\infty$控制理论是目前发展的最成熟的鲁棒控制理论之一, 但是通常所得到的控制器阶次较高, 因此构造低阶H$_\infty$控制器一直是H$_\infty$控制理论中重要的研究问题之一. 求解H$_\infty$问题通常有基于2-Riccati方程和基于LMI这两种方法, 由于基于LMI的方法放宽了对系统的约束, 因此本论文将主要讨论基于LMI的方法[1].

基于LMI的构造降阶控制器的途径目前可以通过对LMI的可解性条件增加一个秩约束, 进而得到固定阶控制器. 由于增加的秩约束破坏了LMI可解条件的凸性, 因此尽管提出了一些优化的算法[2,3], 但是仍然在数值求解上存在着困难.

另一方面, Xin等人对仅含无穷远零点的奇异H$_\infty$控制对象显式构造出了低于广义对象阶次的控制器[4]. 曾建平发展了这一结果, 取消了对无穷远零点的限制[5]. 随后, Watanabe和Stoorvogel研究了含不稳定不变零点的情形. 并用基于2-Riccati方程的方法构造了进一步降阶的控制器[6]. 随后, Xin将此结果推广到基于LMI的方法[7]. 从目前的情况看, 文[6, 7]中的方法所得到的控制器的阶次是该类型方法中最小的.

然而这一算法目前仅用到了系统不稳定的不变零点, 而对于系统稳定的不变零点并没有利用, 因此本文考虑如何利用系统的稳定零点并基于现有的降阶控制器的算法, 构造降阶控制器.

在本文中, I表示合适维数的单位矩阵, $\mathbb{R}^{m\times n}$表示$m\times n$维的实矩阵, 矩阵$A>0$表示A为正定矩阵, A^{T}和A^{H}分别表示A的转置和共扼转置, $A^{\perp}$表示有如下特征的矩阵: $\mathrm{Ker}(A^{\perp})=\mathrm{Im}(A)$, 并且$A^{\perp}A^{\perp\mathrm{T}}>0$, $\mathrm{Ker}(A)$和$\mathrm{Im}(A)$分别表示A的零空间和值域, $\mathrm{Re}(*)$表示$*$的实部.

收稿日期: 2006−01−16; 收修改稿日期: 2006−08−23.

2 预备知识(Preliminaries)

定义 1 H_∞控制问题是指, 对于如下的对象阶次$n_p = n$阶的广义控制对象

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = G(s)\begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & 0 \end{array}\right]\begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix}, \tag{1}$$

其中: $z \in \mathbb{R}^{n_z}$, $y \in \mathbb{R}^{n_y}$, $w \in \mathbb{R}^{n_w}$, $u \in \mathbb{R}^{n_u}$分别是控制输出、量测输出、外部输入和控制输入, 找到控制律$u = K(s)y$ 使得闭环系统内稳定并且满足从w到z的传递函数$\|T_{zw}\|_\infty < \gamma$. 不失一般性, 通常假定$\gamma = 1$.

定义 2 对广义对象(1), 假设

A1) (A, B_2, C_2)为可稳可检对,

A2) $\operatorname{rank} D_{12} = n_u, \operatorname{rank} D_{21} = n_y$,

A3)

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix} -sI+A & B_1 \\ C_1 & D_{12} \end{bmatrix} = n + n_u,$$

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix} -sI+A & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix} = n + n_y,$$

其中A1)是H_∞控制问题可解的必要条件. 满足A1)～A3)的H_∞控制问题称为标准问题或非奇异问题, 若A2)和A3)中的任意一个不满足, 称为非标准问题或奇异问题.

引理 1 广义对象(1)的H_∞控制问题可解当且仅当$L_D \neq \emptyset$, 其中:

$$L_D := \{(X, Y) : X \in L_B, Y \in L_C, \begin{bmatrix} X & I \\ I & Y \end{bmatrix} \geqslant 0\}, \tag{2}$$

$$L_B := \left\{X \in \mathbb{R}^{n\times n} : X > 0, \begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix}^{\perp}\begin{bmatrix} AX + XA^{\mathrm{T}} + B_1B_1^{\mathrm{T}} & XC_1^{\mathrm{T}} + B_1D_{11}^{\mathrm{T}} \\ C_1X + D_{11}B_1^{\mathrm{T}} & D_{11}D_{11}^{\mathrm{T}} - I \end{bmatrix}\begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix}^{\perp\mathrm{T}} < 0 \right\}, \tag{3}$$

$$L_C := \left\{Y \in \mathbb{R}^{n\times n} : Y > 0, \begin{bmatrix} C_2^{\mathrm{T}} \\ D_{21}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\perp}\begin{bmatrix} YA + A^{\mathrm{T}}Y + C_1^{\mathrm{T}}C_1 & YB_1 + C_1^{\mathrm{T}}D_{11} \\ B_1^{\mathrm{T}}Y + D_{11}^{\mathrm{T}}C_1 & D_{11}^{\mathrm{T}}D_{11} - I \end{bmatrix}\begin{bmatrix} C_2^{\mathrm{T}} \\ D_{21}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\perp\mathrm{T}} < 0 \right\}, \tag{4}$$

当$L_D \neq \emptyset$, 存在H_∞控制器, 其阶次满足:

$$n_c = \operatorname{rank}\left(X - Y^{-1}\right). \tag{5}$$

3 构造方法(Constructing algorithm)

令$A = A_0 + \Delta A$, 则有下面的结果:

定理 1 假设存在正定矩阵$X \in \mathbb{R}^{n\times n}$满足

$$\begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix}^{\perp}\begin{bmatrix} A_0X + XA_0^{\mathrm{T}} + B_1B_1^{\mathrm{T}} & XC_1^{\mathrm{T}} + B_1D_{11}^{\mathrm{T}} \\ C_1X + D_{11}B_1^{\mathrm{T}} & D_{11}D_{11}^{\mathrm{T}} - I \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix}^{\perp\mathrm{T}} < 0, \tag{6}$$

$$\begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix}^{\perp}\begin{bmatrix} \Delta AX + X\Delta A^{\mathrm{T}} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix}^{\perp\mathrm{T}} \leqslant 0, \tag{7}$$

正定矩阵$Y \in \mathbb{R}^{n\times n}$, 满足

$$\begin{bmatrix} C_2^{\mathrm{T}} \\ D_{21}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\perp}\begin{bmatrix} YA_0 + A_0^{\mathrm{T}}Y + C_1^{\mathrm{T}}C_1 & YB_1 + C_1^{\mathrm{T}}D_{11} \\ B_1^{\mathrm{T}}Y + D_{11}^{\mathrm{T}}C_1 & D_{11}^{\mathrm{T}}D_{11} - I \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} C_2^{\mathrm{T}} \\ D_{21}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\perp\mathrm{T}} < 0, \tag{8}$$

$$\begin{bmatrix} C_2^{\mathrm{T}} \\ D_{21}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\perp}\begin{bmatrix} Y\Delta A + \Delta A^{\mathrm{T}}Y & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} C_2^{\mathrm{T}} \\ D_{21}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\perp\mathrm{T}} \leqslant 0, \tag{9}$$

则$X \in L_B, Y \in L_C$.

证 显然(6)和(7)是(3)中不等式成立的充分条件, 因此满足式(6)(7)的X必然满足$X \in L_B$; 同理可知满足式(8)(9)的Y必然满足$Y \in L_C$.

推论 1 显然(7)可以用更强的条件替换如下:

$$\Delta AX + X\Delta A^{\mathrm{T}} \leqslant 0. \tag{10}$$

推论 2 同理, 式(9)的更强的替换条件为

$$Y\Delta A + \Delta A^{\mathrm{T}}Y \leqslant 0. \tag{11}$$

因此, 适当选取ΔA, 使得(A_0, B_1, C_2, D_{21})或(A_0, B_2, C_1, D_{12})有不稳定的零点, 然后利用(2)(6)(7)(8)(9)或(2)(6)(8)(10)(11)这 5 个LMI得到(X, Y), 再利用文[7]中的算法构造能构造出低阶控制器的$(\hat{X}, \hat{Y})$, 进而构造出降阶控制器.

需要指出的是, 利用文[7]的算法的过程中, 并不能保证得到的(X, Y)满足条件(7)和(9)或(10)和(11), 因此得到$(\hat{X}, \hat{Y})$ 后必须验证这些不等式是否成立.

考察条件(10)和(11), 在ΔA的一些特定选取下, (10)和(11)必然成立.显然选取$\Delta A = \alpha I$, $\alpha \leqslant 0$, 则只要X和Y正定, (10)和(11)必然成立.下面将对这种情况进行详细分析.

引理 2 假设系统$\left(\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & D \end{array}\right)$的零点为$\{\epsilon_1, \epsilon_2, \cdots, \epsilon_m\}$, 则$\left(\begin{array}{c|c} A+\alpha I & B \\ \hline C & D \end{array}\right)$的零点为$\{\epsilon_1-\alpha, \epsilon_2-\alpha, \cdots, \epsilon_m-\alpha\}$.

证 系统的零点定义为λ_0满足

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix} -\lambda_0 I+A & B \\ C & D \end{bmatrix} < \operatorname{rank}\begin{bmatrix} -\lambda I+A & B \\ C & D \end{bmatrix}, \quad (12)$$

将$A+\alpha I$代入, 可知结论成立.

该引理说明, 对系统矩阵A引入$\Delta A = \alpha I$, $\alpha \leqslant 0$, 并不会改变零点的数目, 只能使系统的不变零点的值增加$|\alpha|$(对于复数零点, 相当于其实部增加$|\alpha|$), 这就会使得原本稳定的零点, 变为不稳定的零点, 从而可以使用降阶控制器的算法构造降阶控制器.

下面讨论一下λ_0的选择.

引理 3 假设$0 \geqslant \alpha_1 \geqslant \alpha_2$, $A = A_1+\alpha_1 I = A_2+\alpha_2 I$, 则若以$A_2$代替$A$的广义对象的$H_\infty$控制问题有解时, 以$A_1$代替$A$的广义对象也有解.

证 假设以A_2代替A的广义对象的H_∞控制问题的解为(X_2, Y_2), 显然有

$$\begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix}^{\perp} \begin{bmatrix} A_2X_2+X_2A_2^{\mathrm T}+B_1B_1^{\mathrm T} & X_2C_1^{\mathrm T}+B_1D_{11}^{\mathrm T} \\ C_1X_2+D_{11}B_1^{\mathrm T} & D_{11}D_{11}^{\mathrm T}-I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix}^{\perp\mathrm T} < 0,$$

则有

$$\begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix}^{\perp} \begin{bmatrix} L & X_2C_1^{\mathrm T}+B_1D_{11}^{\mathrm T} \\ C_1X_2+D_{11}B_1^{\mathrm T} & D_{11}D_{11}^{\mathrm T}-I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix}^{\perp\mathrm T} < 0,$$

其中$L = [A_1+(\alpha1-\alpha2)I)]X_2+X_2[A_1+(\alpha1-\alpha2)I)]^{\mathrm T}+B_1B_1^{\mathrm T}$, 可得到

$$\begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix}^{\perp} \begin{bmatrix} A_1X_2+X_2A_1^{\mathrm T}+B_1B_1^{\mathrm T} & X_2C_1^{\mathrm T}+B_1D_{11}^{\mathrm T} \\ C_1X_2+D_{11}B_1^{\mathrm T} & D_{11}D_{11}^{\mathrm T}-I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix}^{\perp\mathrm T} + \begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix}^{\perp} \begin{bmatrix} 2(\alpha1-\alpha2)X_2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix}^{\perp\mathrm T} < 0.$$

由于$0 \geqslant \alpha_1 \geqslant \alpha_2$, 则有

$$\begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix}^{\perp} \begin{bmatrix} A_1X_2+X_2A_1^{\mathrm T}+B_1B_1^{\mathrm T} & X_2C_1^{\mathrm T}+B_1D_{11}^{\mathrm T} \\ C_1X_2+D_{11}B_1^{\mathrm T} & D_{11}D_{11}^{\mathrm T}-I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix}^{\perp\mathrm T} < -\begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix}^{\perp} \begin{bmatrix} 2(\alpha1-\alpha2)X_2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix}^{\perp\mathrm T} \leqslant 0.$$

同理可证

$$\begin{bmatrix} C_2^{\mathrm T} \\ D_{21}^{\mathrm T} \end{bmatrix}^{\perp} \begin{bmatrix} Y_2A_1+A_1^{\mathrm T}Y_2+C_1^{\mathrm T}C_1 & Y_2B_1+C_1^{\mathrm T}D_{11} \\ B_1^{\mathrm T}Y_2+D_{11}^{\mathrm T}C_1 & D_{11}^{\mathrm T}D_{11}-I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_2^{\mathrm T} \\ D_{21}^{\mathrm T} \end{bmatrix}^{\perp\mathrm T} < 0,$$

即X_2, Y_2也是以A_1代替A的广义对象的H_∞控制问题的解.

定理 2 假设$\alpha_{\max}$为使系统以$A = A_0+\alpha I$中的A_0代替A且使系统可解的绝对值最大的α, 则所有实部在$[-|\alpha_{\max}, 0)$ 中的稳定零点均可被选定用于构造降阶控制器.

证 显然, 对于实部在$[-|\alpha_{\max}, 0)$的λ_0, 总可以找到$\alpha \in [-|\alpha_{\max}, 0)$且$\alpha < \lambda_0$. 而且根据引理3, 可知此时若$A = A_\alpha+\alpha I$, 以$A_\alpha$代替$A$的系统必然有解$(X_\alpha, Y_\alpha)$. 根据引理2, 可知此时系统对应于$\lambda_0$的零点变为$\lambda_0-\alpha > 0$, 因此系统可以用文[7]中的算法构造降阶控制器.

当$\mathrm{Re}(\lambda_0) = -|\alpha_{\max}|$时, 取$\alpha = \mathrm{Re}(\lambda_0)$, 此时系统有解, 而对应于$\lambda_0$的零点其实部变为0, 可以按文[7]或[5]的算法构造降阶控制器.

利用上述原理和文[7]中的算法, 得到利用稳定零点构造降阶控制器的算法如下.

构造算法(以实零点为例, 复数零点可同理得到, 这里省略):

1) 利用式(2)~(4)判断系统是否可解, 可解则得到$(X_0, Y_0) \in L_D$, 否则原系统无解;

2) 得到系统$G_{12}(s)$和$G_{21}(s)$的零点集合Λ_{12}和Λ_{21}, 选定要用到的零点λ_0;

3) 如果λ_0是不稳定的零点, 则按如下的步骤构造降阶控制器(以$\lambda_0 \in \Lambda_{12}$为例),

$$M = -\lambda_0 \begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix}^{\perp} \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix}^{\perp} \begin{bmatrix} A \\ C_1 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

$$M = U \begin{bmatrix} \Sigma & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} V^{\mathrm H}, \quad (14)$$

$$Z=\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{12}^{\mathrm{T}} & Z_{22}\end{bmatrix}=V^{\mathrm{H}}(X_0-Y_0^{-1})V, \quad (15)$$

$$E=Z_{22}-Z_{12}^{\mathrm{H}}Z_{11}^{+}Z_{12}, \quad (16)$$

$$\varPhi=X_0-V\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & E\end{bmatrix}V^{\mathrm{H}}, \quad (17)$$

$$X=\mathrm{Re}(\varPhi), Y=Y_0. \quad (18)$$

利用得到的(X,Y)可直接构造出降阶控制器[5,8];

4) 如果λ_0是稳定的零点, 首先试探出使系统可解的$\alpha_{\max}$, 若$\lambda_0\in[-|\alpha_{\max},0)$, 则选择$\alpha\leqslant\lambda_0$, 且$\alpha\in[-|\alpha_{\max},0)$, 将$A$分成$A=A_0+\alpha I$, 由$A_0$代替原系统矩阵$A$, 得到$(\hat{X}_0,\hat{Y}_0)$, 继续利用(13)~(18)的过程得到$(X,Y)$, 改变的部分在于(13)中的$\lambda_0$变为$\lambda_0-\alpha$. 如果$\lambda_0\notin[-|\alpha_{\max},0)$, 则判定选择的$\lambda_0$不能用于构造降阶控制器.

4 算例分析(Example)

考察如下的系统

$$\begin{bmatrix} z \\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s)\end{bmatrix}\begin{bmatrix} w \\ u\end{bmatrix}=$$

$$\left[\begin{array}{c|c|c} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} \\ \hline C_2 & D_{21} & 0\end{array}\right]\begin{bmatrix} w \\ u\end{bmatrix}=\left[\begin{array}{cc|c|c} -2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ \hline 1 & 0 & 0.5 & 1 \\ \hline 3 & 0 & 1 & 0\end{array}\right]\begin{bmatrix} w \\ u\end{bmatrix}.$$

可以得到$\varLambda_{12}=-1,-2$, $\varLambda_{21}=-1\pm\mathrm{i}$.按照本论文的算法, 首先可以试探出$\alpha>-1,7$时, 系统可解, 因此$G_{12}(s)$的零点$-1$和$G_{21}(s)$的零点$-1\pm\mathrm{j}$都可用于构造降阶控制器.选定利用零点$-1$进行控制器降阶, 取$\alpha=-1$, 即$\Delta A=-I$, 使该零点变为0, 可得到1阶的控制器:

$$K=\left[\begin{array}{c|c} A_c & B_c \\ \hline C_c & D_c\end{array}\right]=\left[\begin{array}{c|c} -1.5903 & 0.6560 \\ \hline -0.1236 & -0.3359\end{array}\right].$$

从这个例子可以看出, 本论文的算法由于利用了系统的稳定零点, 因此在系统含稳定零点的情况下, 所得到的控制器阶次低于文[7]中的算法所得到的控制器阶次, 在本例中文[7]的算法仅能构造2阶控制器, 而本文的算法可得到1阶控制器, 结果明显较优.

5 结论(Conclusion)

本文将系统矩阵A分为$A=A_0+\Delta A$, 以A_0代替A进行控制器的计算, 同时增加补充的约束条件. 通过选择$\Delta A=\alpha I$, 可以使得这些增加的约束自动满足, 而这样选择的意义在于改变了原来系统的零点, 使一些稳定零点变成不稳定的零点, 从而可以结合已有的算法直接构造出降阶控制器. 此外, 根据本文的构造原理看, 也可以用于非奇异的情形, 所不同的在于需要增加LMI的约束.

参考文献(References):

[1] IWASAKI T, SKELTON R E. All controllers for the general H_∞ control problem: LMI existence conditions and state space formulas[J]. *Automatica*, 1994, 30(8): 1307 – 1317.

[2] GRIGORIADIS K M, SKELTON R E. Low-order control design for LMI problems using alternating projection methods[J]. *Automatica*, 1996, 32(8): 1117 – 1125.

[3] IWASAKI T. The dual iteration for fixed order control[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1999, 44(4): 783 – 788.

[4] XIN X, GUO L, FENG C B. Reduced-order controllers for continuous and discrete-time singular H_∞ control problems based on LMI[J]. *Automatica*, 1996, 32(11): 1581 – 1585.

[5] 曾建平. 基于LMI的H_∞控制问题降阶控制器的存在性研究[D]. 北京: 北京航空航天大学, 2000.
(ZENG Jianping. *Study on the existence of reduced-order controllers for general* H_∞ *control problem LMI-based*[D]. Beijing: Beihang University, 2000.)

[6] TAKAO W, ANTON A S. Plant zero structure and further order reduction of a singular H_∞ controller[J]. *Int J of Robust and Nonlinear Control*, 2002, 12(7): 591 – 619.

[7] XIN X. Reduced-order controllers for the H_∞ control problem with unstable invariant zeros[J]. *Automatica*, 2004, 40(2): 319 – 326.

[8] GAHINET P. Explict controller formulas for LMI-based H_∞ synthesis[J]. *Automatica*, 1996, 32(7): 1007 – 1014.

作者简介:

钟瑞麟 (1976—), 男, 博士研究生, 研究兴趣为H_∞控制理论, E-mail: ruilinzhong@163.com;

程 鹏 (1938—), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为线性系统理论、多变量系统理论、鲁棒控制等.