

文章编号: 1000-8152(2007)05-0737-06

# 基于广义双曲正切模型的机器人鲁棒模糊自适应控制

高道祥, 薛定宇, 陈大力, 杜天容

(东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004)

**摘要:** 利用广义模糊双曲正切模型的全局逼近特点, 设计一种模糊自适应控制器用于机器人轨迹跟踪控制. 广义双曲正切模型利用输入变量的平移能以任意精度逼近系统的不确定动态. 对于系统不确定外界干扰和模糊系统的逼近误差, 通过求解一个线性矩阵不等式来保证闭环系统的鲁棒稳定性. 对比传统的模糊基函数, 在保证系统跟踪精度的前提下, 双曲正切模糊基函数的自适应调整参数大大减少, 仿真表明该控制算法具有较强的鲁棒性能和较好的跟踪性能.

**关键词:** 模糊自适应控制; 鲁棒控制; 广义双曲正切模型; 线性矩阵不等式; 机器人

**中图分类号:** TP24      **文献标识码:** A

## Robust fuzzy adaptive control of manipulators based on the generalized hyperbolic model

GAO Dao-xiang, XUE Ding-yü, CHEN Da-li, DU Tian-rong

(College of Information Science and Engineer, North Eastern University, Shenyang Liaoning 110004, China)

**Abstract:** Taking advantage of the property of the generalized hyperbolic model: a universal approximator, a fuzzy adaptive controller is proposed for the trajectory tracking control of robotic manipulator. Firstly, by translating the input variables, a generalized hyperbolic model can approximate to any uncertain dynamics by an arbitrary accuracy. For the external disturbances and the approximation errors, a linear matrix inequality (LMI) problem is then solved to guarantee the robustness of the closed-loop. Being different from the traditional fuzzy-based function, the hyperbolic model uses fewer updated parameters to guarantee a satisfactory tracking performance. Finally, numerical simulations are carried out to show the expected robustness and tracking accuracy.

**Key words:** fuzzy adaptive control; robust control; generalized hyperbolic model; LMI; robotic manipulators

### 1 引言(Introduction)

机器人系统是一个多变量、强耦合、高度复杂的非线性动力学系统, 其工作环境复杂多变, 外界的干扰和机器人本身参数的不确定性成为获得机器人精确数学模型的最大障碍, 因此, 根据机器人精确数学模型设计控制器是很困难的.

近几年, 模糊控制在复杂非线性系统控制中得到了广泛的研究. 根据模糊系统万能逼近定理<sup>[1]</sup>, 研究者们提出了包括间接自适应和直接自适应的模糊控制器<sup>[2~6]</sup>, 用一组模糊基函数的线性组合来逼近系统的最优控制, 然后通过自适应算法调整参数, 使逼近的误差趋于最小. 对于存在的逼近误差, 采用鲁棒补偿策略<sup>[7~11]</sup>保证系统的稳定性, 例如, 滑模控制,  $H_\infty$  控制.

以上提到的模糊控制器, 其隶属度函数大多采用传统的三角函数或高斯函数, 在系统状态大范围变

化时, 为了得到较高的控制精度, 只有增加模糊规则数目, 而且在 MIMO 系统中, 随着系统状态变量数目的增加, 模糊规则更是呈指数倍的增长, 增加了参数自适应调整的计算量.

本文提出一种基于广义双曲正切模型<sup>[12]</sup>的模糊自适应控制器, 作为 T-S 模糊集的真子集, 广义双曲正切模型具有 T-S 模型全局逼近的特性. 通过在线的自适应调整, 广义双曲正切模型能以任意精度逼近机器人系统未知的动态特性, 然后根据文献<sup>[4, 9]</sup>, 通过求解一组线性矩阵不等式设计鲁棒补偿项来消除模糊系统逼近误差和外界干扰, 保证了系统跟踪的精确性和鲁棒性, 与传统的模糊基函数相比, 虽然基于模糊双曲正切模型的设计方法在理论上导致了模糊规则数目的激增, 但由于双曲正切函数的特殊结构, 在实际应用中的自适应调整参数大大减少, 因此, 这种算法适合于机器人一类的 MIMO 复杂非线性系统控制器的设计.

## 2 广义模糊双曲正切模型(Generalized hyperbolic model)

**定义 1** 已知 MIMO 系统的  $n$  个输入变量为  $x = [x_1(t), \dots, x_n(t)]$ , 输出为  $u_f = [u_{f1}(t), \dots, u_{fm}(t)]$ , 如果用来描述此系统的模糊规则基满足以下条件, 则称这组模糊规则基为广义双曲正切型模糊规则基<sup>[12]</sup>: 第  $l$  条模糊规则的形式为: If  $(x_1 - d_{11})$  is  $F_{x_{11}}$  and  $(x_1 - d_{12})$  is  $F_{x_{12}}$  and  $\dots$  and  $(x_1 - d_{1r_1})$  is  $F_{x_{1r_1}}$  and  $(x_2 - d_{21})$  is  $F_{x_{21}}$  and  $(x_2 - d_{22})$  is  $F_{x_{22}}$  and  $\dots$  and  $(x_2 - d_{2r_2})$  is  $F_{x_{r_2}}$  and  $\dots$  and  $(x_n - d_{nr_n})$  is  $F_{x_{nr_n}}$ , Then  $u_{f1}^l(t) = \theta_{1F_{11}} + \theta_{1F_{12}} + \dots + \theta_{1F_{1r_1}} + \theta_{1F_{21}} + \theta_{1F_{22}} + \dots + \theta_{1F_{2r_2}} + \theta_{1F_{n1}} + \theta_{1F_{n2}} + \dots + \theta_{1F_{nr_n}}$  and  $\dots$  and  $u_{fm}^l(t) = \theta_{mF_{11}} + \theta_{mF_{12}} + \dots + \theta_{mF_{1r_1}} + \theta_{mF_{21}} + \theta_{mF_{22}} + \dots + \theta_{mF_{2r_2}} + \theta_{mF_{n1}} + \theta_{mF_{n2}} + \dots + \theta_{mF_{nr_n}}$ .

其中:  $r_i (i = 1, \dots, n)$  为将  $x_i$  进行平移变换的次数,  $d_{ij} (i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, r_i)$  为  $x_i$  作平移变换时的偏移量,  $F_{x_{ij}} (i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, r_i)$  为与  $x_i - d_{ij}$  相对应的模糊子集, 仅包括正 (P) 和负 (N) 两个语言值.  $\theta_{zF_{x_{ij}}} (z = 1, \dots, m, i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, r_i)$  是与  $F_{x_{ij}}$  对应的常数.

**引理 1** 给定一组广义双曲正切型模糊规则基, 首先将输入变量  $x = [x_1(t), \dots, x_n(t)]$  进行了如下的平移变换得到广义输入变量:

$$\chi_\xi = x_i - d_{ij}, \quad (1)$$

式中:  $\xi = 1, \dots, \omega, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, r_i$ , 取广义输入变量对应的模糊集合  $P_{x_\xi}$  和  $N_{x_\xi}$  的隶属度函数为

$$\begin{cases} \mu_{P_{x_\xi}} = e^{[-(\chi_\xi - \bar{k}_\xi)^2/2]}, \\ \mu_{N_{x_\xi}} = e^{[-(\chi_\xi + \bar{k}_\xi)^2/2]}, \end{cases} \quad (2)$$

式中偏移量  $\bar{k}_\xi$  为常数. 根据定义中的模糊规则, 如模糊化采用单点模糊集合, 清晰化采用加权平均法, 直积运算采用求积法, 可以得到如下的数学模型<sup>[12]</sup>:

$$u_{fz} = \sum_{\xi=1}^{\omega} \frac{\theta_{zP_{x_\xi}} e^{(-\bar{k}_\xi \chi_\xi)} + \theta_{zN_{x_\xi}} e^{(\bar{k}_\xi \chi_\xi)}}{e^{(-\bar{k}_\xi \chi_\xi)} + e^{(\bar{k}_\xi \chi_\xi)}}.$$

如果取  $\theta_{zP_{x_\xi}} = -\theta_{zN_{x_\xi}} = \theta_{z\xi}$ , 则

$$u_{fz} = \sum_{\xi=1}^{\omega} \theta_{z\xi} \tanh(\bar{k}_\xi \chi_\xi). \quad (3)$$

**注 1** 按照文献 [12] 广义模糊双曲正切模型的定义,  $\theta_{P_{x_i}} \neq -\theta_{N_{x_i}}$ , 本文选取  $\theta_{P_{x_i}} = -\theta_{N_{x_i}}$  可以减少自适应调整参数, 简化计算.

**引理 2** 对于  $U \subset \mathbb{R}^n$  上任意连续实函数  $f$  以

及任意  $\epsilon > 0$ , 都存在如式 (3) 所示的基于广义双曲正切模型的模糊系统  $u_f$  满足  $\sup_{x \in U} |f(x) - u_f(x)| < \epsilon$ . 这说明广义双曲正切模型能够逼近定义在致密集上的非线性<sup>[12]</sup>.

## 3 基于双曲正切模型的模糊控制器设计(Fuzzy controller design based on hyperbolic model)

### 3.1 $n$ 连杆机器人动力学模型(Dynamic model of $n$ -link manipulators)

如果考虑外部干扰力矩,  $n$  连杆机械手的动力学模型可表示为

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau + \tau_d, \quad (4)$$

式中:  $q, \dot{q}, \ddot{q} \in \mathbb{R}^n$ , 表示各个关节的位置, 速度, 加速度.  $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  对称正定的惯量矩阵.  $C(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^n$ , 表示离心力和哥氏力项.  $G(q) \in \mathbb{R}^n$ , 表示重力项,  $\tau, \tau_d \in \mathbb{R}^n$  分别为系统的驱动力矩和外界干扰力矩.

虽然式 (4) 所示的机器人动力学方程式非常复杂, 但是由  $n$  个自由杆件所组成的机械系统是非常简单的, 其中的一些特性有利于控制系统的分析与设计.

1)  $M(q)$  为正定矩阵, 满足  $\beta_1 \|x\|^2 \leq x^T M(q)x \leq \beta_2 \|x\|^2, \forall q, x \in \mathbb{R}^n, 0 \leq \beta_1 \leq \beta_2 \leq \infty$ .

2)  $\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$  是一个斜对称矩阵, 即  $\forall s \in \mathbb{R}^n, s^T [\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})]s = 0$ .

### 3.2 机器人模糊控制器设计(Fuzzy controller design of manipulators)

对于具有不确定性的机器人系统, 控制目标是设计一个基于双曲正切模型的模糊自适应控制器, 通过模糊系统参数的自适应调整, 使机器人操作臂能按照期望的有界轨迹运动, 即使存在载荷的大范围变动和外界不确定干扰, 轨迹跟踪误差及自适应参数都是最终一致有界的.

定义轨迹跟踪位置误差  $e = q - q_d$ , 速度误差  $\dot{e} = \dot{q} - \dot{q}_d$ , 及滑模向量  $s = \dot{e} + \Lambda e, q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d$  为期望关节轨迹的位置, 速度和加速度,  $\Lambda \in \mathbb{R}^{n \times n}$  为正定对角矩阵,  $\dot{q}_r = \dot{q}_d - \Lambda e, s = \dot{q} - \dot{q}_r$ . 则式 (4) 可改写为

$$\begin{aligned} M(q)\dot{s} &= M(q)\ddot{q} - M(q)\ddot{q}_r = \\ & -C(q, \dot{q})s - \tau_f + \tau + \tau_d, \end{aligned} \quad (5)$$

式中  $\tau_f = M(q)(\ddot{q}_d - \Lambda \dot{e}) + C(q, \dot{q})(q_d - \Lambda e) + G(q)$ . 设计如下控制律:

$$\tau = \tau_s + \tau_f, \quad (6)$$

式中  $\tau_f$  为未知的机器人非线性动态, 采用模糊控制器输出的非线性控制量  $u_f$  来逼近,  $\tau_s$  为附加的鲁棒补偿项, 使闭环系统满足  $H_\infty$  性能.

设计一个基于广义双曲正切模型的模糊自适应控制器来逼近  $\tau_f$ , 对于  $n$  自由度的机器人, 定义紧集  $U_x \equiv \{x \in \mathbb{R}^n : \|x\| \leq M_x\}$ , 将状态变量  $x = S_e[q_1, \dots, q_n, \dot{q}_1, \dots, \dot{q}_n] \in U_x$  (量化因子  $S_e \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$  为正定对角矩阵) 作为模糊控制系统的输入变量, 如果对其中  $x_i, i = 1, \dots, 2n$  进行  $r_i$  次平移, 则模糊控制器的输入变量为  $\chi = [\chi_1, \chi_2 \dots, \chi_\omega]^T, \omega = \sum_{i=1}^{2n} r_i$  为平移变换后输入变量的总数, 每个变量都取如式 (2) 正与负两种隶属度函数. 模糊规则语言可描述如下:

If  $\chi_1$  is  $F_1$  and  $\chi_2$  is  $F_2$  and  $\dots$  and  $\chi_\omega$  is  $F_\omega$   
Then  $u_{f1} = \theta_{11} + \theta_{12} + \dots + \theta_{1\omega}$  and  $\dots$  and  
 $u_{fn} = \theta_{n1} + \theta_{n2} + \dots + \theta_{n\omega}$ .

根据引理 1, 由上述模糊规则可得双曲正切模糊基函数为  $\Psi(\chi) = [\tanh \chi_1, \dots, \tanh \chi_\omega]^T$ , 令  $\Theta = [\theta_1^T, \theta_2^T, \dots, \theta_n^T]^T, \theta_z = [\theta_{z1}, \theta_{z2}, \dots, \theta_{z\omega}]^T, (z = 1, \dots, n)$ . 根据以上模糊规则设计的模糊控制器为

$$u_f(\chi, \Theta) = \Theta \Psi(\chi). \quad (7)$$

考虑将上述自适应调整参数限制在给定的参数闭集  $\Omega_\Theta$  之内

$$\Omega_\Theta \equiv \{\Theta \in \mathbb{R}^{n \times \omega} | \text{tr}(\Theta^T \Theta) \leq M_\Theta, M_\Theta > 0\}.$$

根据引理 2, 在设定的参数闭集之内, 存在一组最优调整参数

$$\Theta^* \equiv \arg \min_{\Theta \in \Omega_\Theta} (\sup_{\chi \in U} \|u_f(\chi, \Theta) - \tau_f\|).$$

说明  $u_f(\chi, \Theta^*)$  能以最小的误差逼近系统的不确定动态  $\tau_f$ , 因此定义  $\tilde{\Theta} = \Theta - \Theta^*$  为参数自适应误差  $\omega = u_f(\chi, \Theta^*) - \tau_f + \tau_d$ , 为模糊系统逼近误差与外界扰动之和. 设计如下的模糊自适应控制器

$$\tau = \Theta \Psi(\chi) - Ks - 2Pe, \quad (8)$$

式中  $K, P$  为对称正定矩阵.

$$\dot{\Theta} = \begin{cases} -\eta s \Psi^T(\chi), & \text{如果 } \text{tr}(\Theta^T \Theta) < M_\Theta, \\ & \text{或者 } \{\text{tr}(\Theta^T \Theta) = M_\Theta, \\ & \text{且 } \text{tr}(\Psi(\chi) s^T \Theta) > 0\}, \\ -\eta s \Psi^T(\chi) + \eta \frac{\text{tr}(\Psi(\chi) s^T \Theta)}{\text{tr}(\Theta^T \Theta)} \Theta, & (9) \\ & \text{如果 } \{\text{tr}(\Theta^T \Theta) = M_\Theta, \\ & \text{且 } \text{tr}(\Psi(\chi) s^T \Theta) \leq 0\}. \end{cases}$$

式中  $\eta > 0$ , 上述投影算法能保证  $\Theta \in \Omega_\Theta$ .

### 3.3 稳定性分析(Stability analysis)

**定理 1** 考虑由式(4) (8) 和 (9)构成的闭环系统, 则对于给定的有界跟踪轨迹  $q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d$  和任意初始误差  $e(0), \dot{e}(0)$ , 如果给定  $\rho, \Lambda$  和正定矩阵  $Q \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$ , 存在正定对角矩阵  $K$  和  $P$  满足如下线性矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} \Lambda^T P + P \Lambda + \Lambda^T \underline{K} \Lambda & \Lambda^T \underline{K} \\ \underline{K} \Lambda & \underline{K} \end{bmatrix} - Q > 0, \quad (10)$$

则:

1) 跟踪误差  $e(t), \dot{e}(t)$  和自适应估计参数  $\theta$  是一致终值有界的.

2) 闭环系统满足  $H_\infty$  性能指标

$$\int_0^T \underline{e}^T Q \underline{e} dt \leq \underline{e}^T(0) P \underline{e}(0) + \frac{1}{\eta} \text{tr}(\tilde{\Theta}^T(0) \tilde{\Theta}(0)) + \rho^2 \int_0^T \omega^T \omega dt, \quad (11)$$

式中:  $\underline{K} = K - 1/(4\rho^2)I_n, \underline{e} = [e^T \ \dot{e}^T]^T, T \in [0, \infty), \omega \in L_2[0, T], \rho > 0$  为给定的干扰抑制水平.

**证** 将控制律式 (8) 代入式 (5)

$$M(q)\dot{s} = -C(q, \dot{q})s - Ks - 2Pe + \tilde{\Theta} \Psi(\chi) + \omega, \quad (12)$$

选取李雅普诺夫函数

$$V(t) = \frac{1}{2} s^T M s + e^T P e + \frac{1}{2\eta} \text{tr}(\tilde{\Theta}^T \tilde{\Theta}), \quad (13)$$

$\dot{e} = -\Lambda e + s$ , 沿式 (12) 解的轨迹求解李亚普诺夫方程对时间的微分得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & -s^T K s + \frac{1}{2} s^T (\dot{M} - 2C) s + \text{tr}(s^T \tilde{\Theta} \Psi(\chi)) + \\ & \frac{1}{\eta} \text{tr}(\dot{\tilde{\Theta}}^T \tilde{\Theta}) - e^T (\Lambda^T P + P \Lambda) e + s^T \omega \leq \\ & -s^T K s - e^T (\Lambda^T P + P \Lambda) e + s^T \omega. \end{aligned} \quad (14)$$

上式用到了机器人动力学方程特性 2 与不等式  $\text{tr}(s^T \tilde{\Theta} \Psi(\chi)) + \frac{1}{\eta} \text{tr}(\dot{\tilde{\Theta}}^T \tilde{\Theta}) \leq 0$ , 因为  $s = [A \ I_n] \underline{e}$ , 上式可写成

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & -\underline{e}^T [A \ I_n]^T \underline{K} [A \ I_n] \underline{e} - \\ & \underline{e} [I_n \ 0_n]^T (\Lambda^T P + P \Lambda) [I_n \ 0_n] \underline{e} + \rho^2 \omega^T \omega. \end{aligned} \quad (15)$$

如果线性矩阵不等式 (10) 有可行解, 则

$$\dot{V}(t) \leq -\underline{e}^T Q \underline{e} + \rho^2 \omega^T \omega. \quad (16)$$

设  $\delta_e = \frac{\rho \|\omega\|}{\sqrt{\lambda_{\min}(Q)}}$ ,  $\lambda_{\min}(Q)$  为矩阵  $Q$  的最小奇异值, 当  $\|\underline{e}\| > \delta_e$  时,  $\dot{V}(t) \leq 0$ , 这表明  $\dot{V}(t)$  在闭集 ( $\|\underline{e}\| < \delta_e$ ) 之外为负, 此时的轨迹误差将被减少. 在闭集之内的区域轨迹误差与参数误差是有界的.

对式(16)两端同时进行积分,可得式(11),说明闭环系统满足  $H_\infty$  性能.

**注 2** 对于传统的模糊控制,其输入变量的隶属度函数是定义在对输入空间划分的基础之上,输入变量隶属度函数的组合就形成了模糊规则,所以输入变量越多,输入空间划分的越细,则模糊规则的数目越多,计算量就越大,然而模糊系统的逼近精度也就越高.这种情况下,自适应调整参数随着输入变量的增加呈指数增长.例如对  $n$  个输入变量的模糊系统,第  $j$  个论域上的隶属度函数的个数为  $N_j$ ,其中,  $j = 1, 2, \dots, n$ ,由此可产生的模糊规则数目为,  $R_1 = \prod_{j=1}^n N_j$ ,若模糊规则中“如果”部分保持不变,只调整“则”部分的后件参数,自适应调整的参数个数  $M_{f1} = \prod_{j=1}^n N_j$ .而在广义模糊双曲正切模型中,隶属度函数是成对出现的,输入变量的每一次平移都会产生 2 个隶属度函数,同样情况下,当模糊规则的数目为  $R_2 = \prod_{j=1}^n 2^{N_j/2}$ ,自适应调整的参数个数为  $M_{f2} = \prod_{j=1}^n (N_j/2)$  (这里假设  $\theta_{P_{x_i}} = -\theta_{N_{x_i}}$ ,参见注 1),由此可见,  $M_{f2}$  随变量个数的增加呈线性增长.

#### 4 仿真分析与验证(Simulation analysis and verification)

这里将通过一个二连杆的机器人的仿真实验来说明上述算法的可行性.

设  $x = S_e[q_1, q_2, \dot{q}_1, \dot{q}_2]$ , 将  $x_i$  ( $i = 1, \dots, 4$ ) 进行 5 次平移,平移量分别是  $d = \pm 4, 0, \pm 8$ , 可得模糊控制器的输入变量  $\chi \in \mathbb{R}^{20}$ , 取偏移量  $\bar{k} = 1$ , 每次平移包含正与负两种模糊集合,其隶属度函数为  $\mu_{P_{x_\xi}} = e^{[-(x_j-1)^2/2]}$ ,  $\mu_{N_{x_\xi}} = e^{[-(x_j+1)^2/2]}$ ,  $\xi = 1, \dots, 20$ , 这样共得到关于  $\chi$  的 20 组双曲正切模型,每个  $x_i$  包含 5 组双曲正切模型,如图 1 所示.

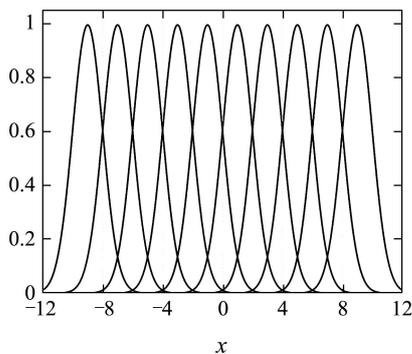


图 1 广义输入变量的隶属度函数

Fig. 1 Membership functions of input generalized variables

因此,整个模糊控制器包含 20 个输入变量,每个输入变量包含 2 个模糊集合,这样可以构造  $2^{20}$  条模糊规则,需要在线计算 20 个参数.

If  $\chi_1$  is  $F_{a_1}$  and  $\chi_2$  is  $F_{a_2}$  and  $\dots$  and  $\chi_{20}$  is  $F_{a_{20}}$

Then  $u_{f1} = \pm\theta_{1,1} \pm \theta_{1,2} \pm \dots \pm \theta_{1,20}$

and  $u_{f2} = \pm\theta_{2,1} \pm \theta_{2,2} \pm \dots \pm \theta_{2,20}$ ,

规则中,  $a = 1, 2$  表示取变量模糊集中的正或负隶属度函数,后件参数中的“ $\pm$ ”随前件变量隶属度函数取正或负而变化.二连杆机器人的模糊控制器为

$$u_{fz} = \sum_{\xi=1}^{20} \theta_{z\xi} \Psi(\chi_\xi), z = 1, 2, \xi = 1, 2, \dots, 20, \quad (17)$$

作为比较,在这里,采用传统的模糊基函数设计一个模糊自适应系统,输入向量  $\bar{x} = [q_1, q_2, \dot{q}_1, \dot{q}_2]^T$  中的每一个状态变量,定义了如下的 5 个模糊集:

$$\begin{aligned} \mu_{F_{1i}} &= 1/\{1 + e^{[5(\bar{x}_i+3)]}\}, \\ \mu_{F_{2i}} &= e^{[-(\bar{x}_i+1.5)^2]}, \\ \mu_{F_{3i}} &= e^{(-\bar{x}_i^2)}, \\ \mu_{F_{4i}} &= e^{[-(\bar{x}_i-1.5)^2]}, \\ \mu_{F_{5i}} &= 1/\{1 + e^{[-5(\bar{x}_i-3)]}\}. \end{aligned}$$

由此可构造 625 条模糊规则,计算 625 个参数.

机器人系统参数如下:  $m_1 = 10$  kg,  $m_2 = 5$  kg 为连杆质量,  $l_1 = l_2 = 1$  m 为连杆长度,  $r_1 = r_2 = 0.5$  m 为连杆质心至关节的距离,  $I_1 = 5/6$  kg·m<sup>2</sup>,  $I_2 = 5/12$  kg·m<sup>2</sup> 为连杆绕质心的转动惯量.

假设系统受到外界周期为  $2\pi$  的方波干扰:

$$\tau_{d1} = \begin{cases} 8, & 0 \leq t < \pi, \\ 0, & \pi \leq t < 2\pi, \end{cases} \quad \tau_{d2} = \begin{cases} 8, & 0 \leq t < \pi, \\ 0, & \pi \leq t < 2\pi. \end{cases}$$

机器人关节空间的期望轨迹为  $q_{1d} = \sin t$  rad,  $q_{2d} = \sin(0.8t)$  rad, 机器人关节的初始位置与速度  $q_{10} = q_{20} = 1$  rad,  $\dot{q}_{10} = \dot{q}_{20} = 0$  rad/s.

控制器参数为  $\Lambda = \text{diag}\{5, 5\}$ ,  $S_e = \text{diag}\{4, 4, 4, 4\}$ ,  $\rho = 0.03$ ,  $M_\Theta = 3 \times 10^3$ ,  $\eta = 100$ ,  $Q = \text{diag}\{20, 20, 20, 20\}$ , 通过求解线性矩阵不等式(10)可得,  $K = \text{diag}\{300, 300\}$ ,  $P = \text{diag}\{15, 15\}$ .

仿真实验中,通过加入方波干扰和末端执行器变化载荷来说明系统轨迹跟踪的精确性与鲁棒性.图 2 给出了在外界干扰作用下关节轨迹的跟踪误差,图 3 为关节 1 和 2 输入的控制力矩,图 4 给出了传统模糊自适应控制方法的控制效果,可以看出,基于广义模糊双曲正切模型的模糊控制器的控制效果明显优于传统的模糊控制方法,最重要的是,计算量大大减少了.图 5 给出了在外界干扰和变化载荷(5 kg)共同作用下关节轨迹的跟踪误差,对比图 2,说明系统对不确定干扰有较强的抑制能力.能够保证较好的跟踪性和较强的鲁棒性,图 6 给出了

变化载荷作用下关节 1 和 2 输入的控制力矩, 其变化趋势与载荷变化是相同的.

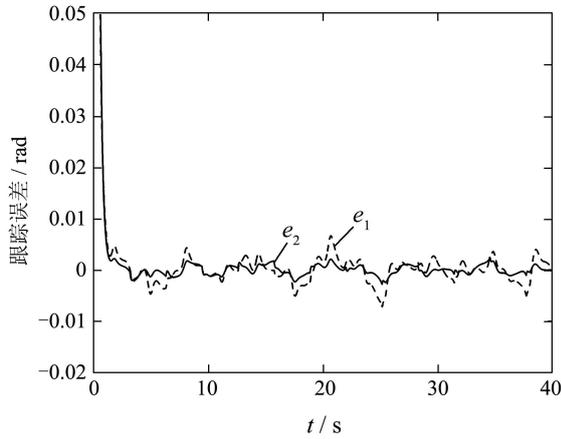


图 2 轨迹跟踪误差  
Fig. 2 Trajectory tracking errors

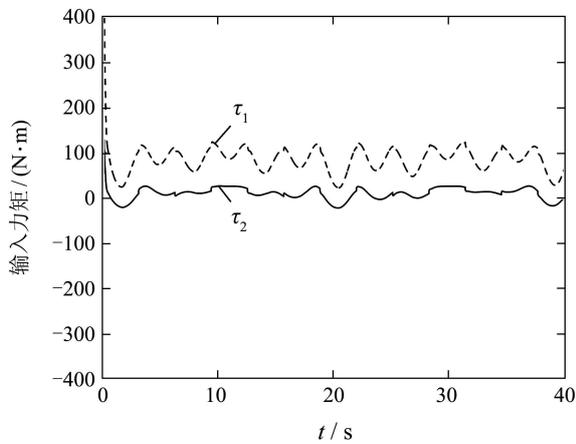


图 3 关节 1 和 2 的输入力矩  
Fig. 3 Input torques of joint 1 and 2

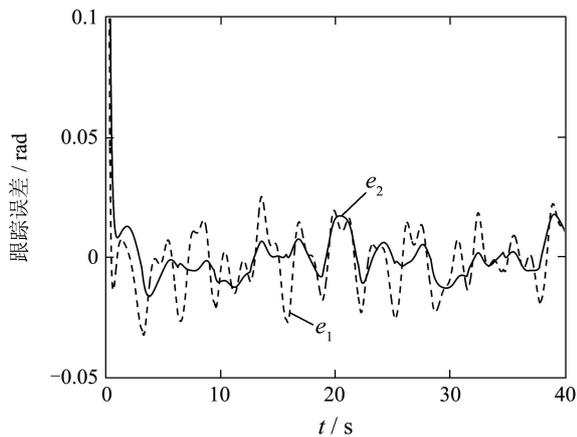


图 4 传统模糊控自适应制轨迹跟踪误差  
Fig. 4 Trajectory tracking errors of the conventional fuzzy adaptive control

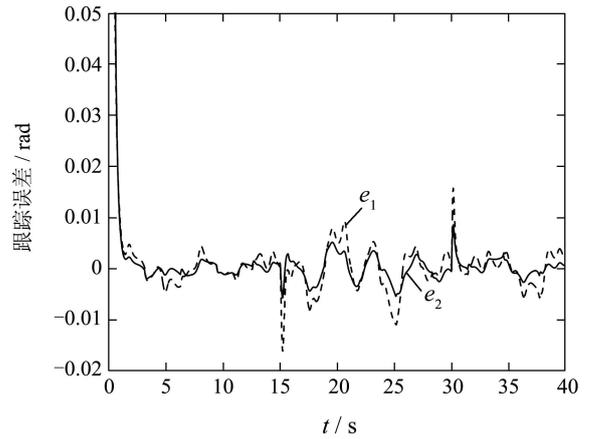


图 5 15~30 s内加入 5 kg 载荷时轨迹跟踪误差  
Fig. 5 Trajectory errors of 5 kg load disturbance in 15~30 s

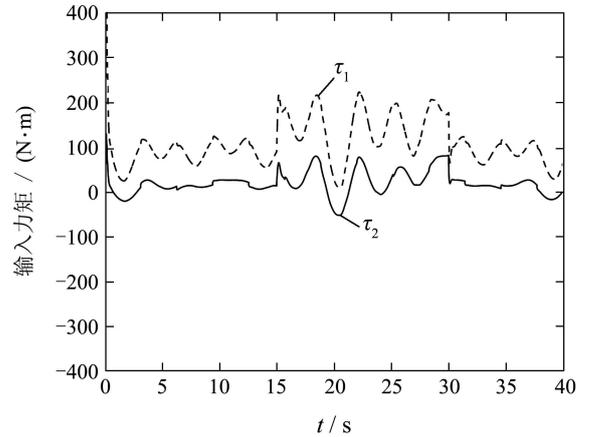


图 6 15~30 s内加入 5 kg 载荷时的输入力矩  
Fig. 6 Input torques of 5 kg load disturbance in 15~30 s

### 5 结论(Conclusion)

利用广义双曲正切模型作为模糊控制系统的模糊基函数, 本文提出一种直接模糊自适应控制器用于机器人的实时控制. 根据李亚普诺夫定理设计的自适应控制律使系统具有较好的跟踪性能, 从控制器的设计过程可以看出, 广义输入变量的增加导致了模糊规则的激增, 但是并没有增加太多的计算量, 自适应调整参数也没有过多的增加, 这也是双曲正切模糊基函数优于传统模糊基函数的地方. 另外, 对于模糊系统的逼近误差和外界不确定干扰, 本文设计了一种  $H_\infty$  控制器, 不但保证了系统的鲁棒稳定性, 也保证了干扰作用下满意的跟踪性能.

### 参考文献(References):

- [1] WANG L X. *Adaptive Fuzzy System and Control: Design and Stability Analysis*[M]. New Jersey: Prentice-Hall, 1994.
- [2] KIM Y T, BIEN Z Z. Robust adaptive fuzzy control in the presence of external disturbance and approximation error[J]. *Fuzzy Sets and System*, 2004, 148(3): 377 – 393.
- [3] CHIOU K C, HUANG S J. An adaptive fuzzy controller for robot manipulator[J]. *Mechatronics*, 2005, 15(2): 151 – 177.

- [4] CHIU C S. Globally guaranteed robustness adaptive fuzzy control with application on highly uncertain robot manipulators[J]. *IEICE Trans on Fundamentals*, 2005, E88-A(4): 1007 – 1014.
- [5] CHANG C Y, CHEN B S. Robust tracking designs for both holonomic and nonholonomic Constrained Mechanical System: Adaptive Fuzzy Approach[J]. *IEEE Trans on Fuzzy System*, 2000, 8(1): 46 – 66.
- [6] SALIM L, MOHAMED S B, THIERRY M G. Adaptive fuzzy control of a class of MIMO nonlinear system[J]. *Fuzzy Sets and System*, 2005, 151(1): 59 – 77.
- [7] LI H X, TONG S C. A hybrid adaptive fuzzy control for a class of nonlinear MIMO system[J]. *IEEE Trans on Fuzzy System*, 2003, 11(1): 24 – 34.
- [8] HONG S K, LANGARI R. An LMI-based  $H_\infty$  fuzzy control system design with TS framework[J]. *Information Science*, 2000, 123(3/4): 163 – 179.
- [9] LIAN K Y, CHIU C S, CHIANG T S, et al. LMI-based fuzzy chaotic synchronization and communication[J]. *IEEE Trans on Fuzzy System*, 2001, 9(4): 539 – 553.
- [10] SUE C Y, STEPANENKO Y. Adaptive control of a class of nonlinear systems with fuzzy logic[J]. *IEEE Trans on Fuzzy System*, 1994, 2(4): 285 – 294.
- [11] CHEN B S, LEE H C, CHANG Y C.  $H_\infty$  tracking design of uncertain nonlinear SISO systems: adaptive fuzzy approach[J]. *IEEE Trans on Fuzzy System*, 1996, 4(1): 32 – 43.
- [12] 张化光, 王智明, 黎明, 等. 广义双曲正切模型: 一个万能逼近器[J]. *自动化学报*, 2004, 30(3): 416 – 421.  
(ZHANG Huaguang, WANG Zhiming, LI Ming, et al. Generalized fuzzy hyperbolic model: a universal approximator[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2004, 30(3): 416 – 421.)

#### 作者简介:

高道祥 (1972—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为机器人鲁棒控制, 自适应控制, E-mail: Dausson@163.com;

薛定宇 (1963—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为控制系统 CAD, 机器人控制, E-mail: Xue\_dy@21cn.com.

陈大力 (1981—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为机器人视觉伺服;

杜天蓉 (1970—), 女, 工程师, 主要研究方向为机电一体化设计.

(上接第736页)

#### 参考文献(References):

- [1] 席裕庚, 耿晓军, 陈虹. 预测控制性能研究的新进展[J]. *控制理论与应用*, 2000, 17(4): 469 – 475.  
(XI Yugeng, GENG Xiaojun, CHEN Hong. Recent advances in research on predictive control performance[J]. *Control Theory & Applications*, 2000, 17(4): 469 – 475.)
- [2] 邹涛, 刘红波, 李少远. 锅炉汽包水位非自衡系统的预测控制[J]. *控制理论与应用*, 2004, 21(3): 386 – 397.  
(ZOU Tao, LIU hongbo, LI Shaoyuan. Dynamic matrix control algorithm on the boiler level integral process[J]. *Control Theory & Applications*, 2004, 21(3): 386 – 397.)
- [3] MACIEJOWSKI J M. *Predictive Control with Constraints*[M]. Harlow, UK: Prentice-Hall, 2002.
- [4] QIN S J, LIN W, LJUNG L. A novel subspace identification approach with enforced causal models[J]. *Automatica*, 2005, 41(12): 2043 – 2053.
- [5] VAN DEN BOOM T J J, HAVERKAMP B R J. Towards a state-space polytopic uncertainty description using subspace model identification techniques[J]. *International Journal of Control*, 2003, 76(15): 1570 – 1583.
- [6] KADALI R, HUANG B, ROSSITER A. A data driven subspace approach to predictive controller design[J]. *Control Engineering Practice*, 2003, 11(3): 261 – 278.
- [7] WOODLEY B R, HOW J P, KOSUT R L. Subspace based direct adaptive  $H_\infty$  control[J]. *Int J of Adaptive Control and Signal Processing*, 2001, 15(5): 535 – 561.
- [8] 俞立. 鲁棒控制理论及应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.

#### 作者简介:

杨华 (1978—), 女, 上海交通大学博士研究生, 目前研究方向为子空间辨识及预测控制研究, E-mail: yang\_hua@sjtu.edu.cn;

李少远 (1965—), 男, 上海交通大学教授, 博士生导师, 主要从事智能控制与动态系统优化研究, E-mail: syli@sjtu.edu.cn.