

不确定关联大系统分散鲁棒 H_∞ 输出反馈控制

蒋朝辉, 桂卫华, 谢永芳, 裘智峰

(中南大学 信息科学与工程学院, 湖南 长沙 410083)

摘要: 针对一类状态矩阵和控制矩阵存在参数不确定性关联大系统, 研究其分散鲁棒 H_∞ 输出反馈控制问题. 基于有界实引理将其鲁棒分散 H_∞ 动态输出反馈控制器的解归结为一个非线性矩阵不等式(NLMI), 先通过选取适当的同伦函数来表示该非线性矩阵不等式, 再通过Schur补引理将其化为两个双线性矩阵不等式, 最后通过迭代算法求解该控制器, 使闭环大系统鲁棒渐进稳定, 并且满足给定的 H_∞ 性能指标.

关键词: 分散 H_∞ 控制; 不确定性; 同伦算法; 输出反馈; 非线性矩阵不等式

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Decentralized robust H-infinity output feedback control for uncertain interconnected large-scale systems

JIANG Zhao-hui, GUI Wei-hua, XIE Yong-fang, QIU Zhi-feng

(School of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha Hunan 410083, China)

Abstract: The decentralized robust H-infinity output feedback control problem for interconnected large-scale systems with uncertainty in state and control matrices is considered in this paper. A design method based on the bounded real lemma is developed for a dynamic output feedback controller, which is reduced to a feasibility problem for a nonlinear matrix inequality (NLMI). Firstly, in order to solve the NLMI, a homotopy function is selected to express the NLMI. Then the NLMI is reduced to two bilinear matrix inequalities by applying Schur complement lemma. Finally, the controller is determined iteratively by homotopy method, which enables the closed-loop large-scale system to be robustly asymptotically stable and to satisfy the given H-infinity performance.

Key words: decentralized H-infinity control; uncertainty; homotopy method; output feedback; nonlinear matrix inequality(NLMI)

1 引言(Introduction)

系统模型中常含有不确定性, 按照标称参数设计的控制器可能达不到预期的性能, 不确定性关联大系统分散鲁棒控制问题已引起了控制界的重视^[1~6]. 文[1~4]用LMI方法研究了不确定大系统鲁棒分散 H_∞ 状态反馈控制问题, 但系统中的状态有时并不是完全能得到的, 因此有必要研究大系统输出反馈控制问题. 文[5]采用输出反馈来配置系统的极点, 使得闭环系统稳定, 但没有考虑鲁棒性能问题. 文[6,7]基于LMI方法得到了不确定大系统分散 H_∞ 输出反馈控制器存在的参数化条件, 由于控制器的结构约束很难将控制器的设计转化为LMIs标准问题求解, 因此探讨控制器的求解方法也是值得研究的问题之一. 文[8]基于有界实引理将标称系统

分散 H_∞ 输出反馈控制器的解归结为一个双线性矩阵不等式, 并用同伦迭代算法来求解, 但没有考虑不确定性. 文[9]在文[8]的基础上研究了具有不确定性关联大系统的分散 H_∞ 输出反馈控制问题, 通过同伦迭代算法来获得控制器的参数, 但文中迭代算法的初值依赖于标称系统的解, 具有一定的保守性. 本文研究一类状态矩阵和控制矩阵具有不确定性的大系统分散鲁棒 H_∞ 动态输出反馈控制问题, 通过有界实引理, 将控制器设计归结为一个非线性矩阵不等式. 目前求解非线性矩阵不等式还没有很好的方法, 本文通过先选取适当的同伦函数来表示该非线性矩阵不等式, 再通过Schur补引理将其化为两个双线性矩阵不等式, 最后通过迭代算法求解. 本文与文[9]的最大区别是, 本文直接从不确定系统入手, 而不是

从标称系统入手. 该迭代方法与常规的迭代法相比, 其最大的优点在于算法的有效性不依赖于初值的选取. 仿真结果表明, 得到的控制器使大系统鲁棒渐进稳定, 并且满足给定的 H_∞ 性能指标.

2 问题描述及引理(Problem description and Lemmas)

考虑一类由 N 个子系统组成的具有状态矩阵和控制矩阵不确定性的关联大系统, 其子系统的方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = (A_{ii} + \Delta A_{ii})x_i(t) + B_{1i}\omega_i(t) + \\ (B_{2i} + \Delta B_{2i})u_i + \sum_{j=1, j \neq i}^N A_{ij}x_j(t), \\ z_i(t) = C_{1i}x_i(t) + D_{12i}u_i(t), \\ y_i(t) = C_{2i}x_i(t) + D_{21i}\omega_i(t), \\ i = 1, 2, \dots, N, \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x_i(t)$, $\omega_i(t)$, $u_i(t)$, $z_i(t)$, $y_i(t)$ 分别为第 i 个子系统的状态、扰动输入、控制输入、被控输出和可测量输出向量; 矩阵 A_{ii} , B_{1i} , B_{2i} , C_{1i} , C_{2i} , D_{12i} , D_{21i} 为维数兼容的常数矩阵; A_{ij} 为第 j 个子系统与第 i 个子系统的关联矩阵; 矩阵 ΔA_{ii} , ΔB_{2i} 分别为状态矩阵和控制输入矩阵的时变不确定性, 并满足

$$\begin{cases} \Delta A_{ii} \Delta B_{2i} = E_i F_i(t) G_{1i} G_{2i}, \\ F_i^T(t) F_i(t) \leq I_i, \end{cases} \quad (2)$$

其中: E_i , G_{1i} , G_{2i} 为已知常数矩阵, I_i 为合适维数的单位矩阵, $F_i(t)$ 为具有范数界的时变不确定性.

令

$$\begin{aligned} A &= [A_{ij}]_{N \times N}, \\ B_1 &= \text{block.diag}\{B_{11}, \dots, B_{1N}\}, \\ B_2 &= \text{block.diag}\{B_{21}, \dots, B_{2N}\}, \\ C_1 &= \text{block.diag}\{C_{11}, \dots, C_{1N}\}, \\ C_2 &= \text{block.diag}\{C_{21}, \dots, C_{2N}\}, \\ D_{12} &= \text{block.diag}\{D_{121}, \dots, D_{12N}\}, \\ \Delta A &= [\Delta A_{ij}]_{N \times N}, \\ \Delta B_2 &= \text{block.diag}\{\Delta B_{21}, \dots, \Delta B_{2N}\}, \\ E &= \text{block.diag}\{E_1, \dots, E_N\}, \\ G_1 &= \text{block.diag}\{G_{11}, \dots, G_{1N}\}, \\ G_2 &= \text{block.diag}\{G_{21}, \dots, G_{2N}\}, \\ x &= \text{col}\{x_1, \dots, x_N\}, \omega = \text{col}\{\omega_1, \dots, \omega_N\}, \\ u &= \text{col}\{u_1, \dots, u_N\}, z = \text{col}\{z_1, \dots, z_N\}, \\ y &= \text{col}\{y_1, \dots, y_N\}, \end{aligned}$$

则整个关联大系统可描述为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \\ (A + \Delta A)x(t) + B_1\omega(t) + (B_2 + \Delta B_2)u(t) = \\ (A + EF(t)G_1)x(t) + B_1\omega(t) + \\ (B_2 + EF(t)G_2)u(t), \\ z(t) = C_1x(t) + D_{12}u(t), \\ y(t) = C_2x(t) + D_{21}\omega(t). \end{cases} \quad (3)$$

注1 block.diag 表示块对角矩阵.

本文目的是为每个子系统设计一个严格真的输出反馈控制器

$$\begin{cases} \dot{x}_{ci}(t) = A_{ci}x_{ci}(t) + B_{ci}y_i(t), \\ u_i(t) = C_{ci}x_{ci}(t), i = 1, \dots, N, \end{cases} \quad (4)$$

使闭环大系统鲁棒渐进稳定, 并且从扰动 $\omega(t)$ 到被控输出 $z(t)$ 的传递函数 $T_{z\omega}(s)$ 满足 $\|T_{z\omega}(s)\|_\infty < \gamma$, $\gamma > 0$, γ 为给定的值. 其中 x_{ci} 为第 i 个局部控制器的状态, A_{ci} , B_{ci} , C_{ci} 为需要确定的常数矩阵.

令

$$\begin{aligned} A_c &= \text{block.diag}\{A_{c1}, \dots, A_{cN}\}, \\ B_c &= \text{block.diag}\{B_{c1}, \dots, B_{cN}\}, \\ C_c &= \text{block.diag}\{C_{c1}, \dots, C_{cN}\}, \\ x_c &= \text{col}\{x_{c1}, \dots, x_{cN}\}. \end{aligned}$$

则由式(4)构成的控制器可表示为

$$\begin{cases} \dot{x}_c(t) = A_c x_c(t) + B_c y(t), \\ z(t) = C_c x_c(t). \end{cases} \quad (5)$$

由式(5)和式(3)构成的闭环系统为

$$\begin{cases} \dot{x}_{cl}(t) = A_{cl}x_{cl}(t) + B_{cl}\omega(t), \\ z(t) = C_{cl}x_{cl}(t). \end{cases} \quad (6)$$

其中:

$$\begin{aligned} x_{cl} &= \text{col}\{x, x_c\}, C_{cl} = [C_1 \ D_{12}C_c], \\ A_{cl} &= \begin{bmatrix} A + \Delta A & (B_2 + \Delta B_2)C_c \\ B_c C_2 & A_c \end{bmatrix}, \\ B_{cl} &= \begin{bmatrix} B_1 \\ B_c D_{21} \end{bmatrix}, C_{cl} = \begin{bmatrix} C_1 \\ D_{12}C_c \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

从式(6)可知从扰动 $\omega(t)$ 到被控输出 $z(t)$ 的传递函数 $T_{z\omega}(s)$ 为

$$T_{z\omega}(s) = C_{cl}(sI - A_{cl})^{-1}B_{cl}. \quad (7)$$

引理1^[10] 设 $E, G, \Delta(t)$ 为具有相应维数的矩阵, 且满足 $\Delta(t)^T \Delta(t) \leq I$, 那么对于任意 $\epsilon > 0$ 有如

下矩阵不等式成立:

$$E\Delta(t)G + (E\Delta(t)G)^T \leq \epsilon EE^T + \epsilon^{-1}G^TG. \quad (8)$$

3 分散鲁棒 H_∞ 控制器的设计(Decentralized robust H_∞ controller design)

定理 1 对任意给定的 $\gamma > 0$, 若存在 $\epsilon > 0$ 及块对角对称正定矩阵 X, Y 和块对角矩阵 F, L, Q, U, V (每一个子块的维数与相应子系统的维数相匹配)满足

$$T(X, Y, F, L, Q, \epsilon) = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{21}^T & B_1 & W_1^T \\ J_{21} & J_{22} & W_2 & C_1^T \\ B_1^T & W_2^T & -\gamma I & 0 \\ W_1 & C_1 & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} < 0, \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} X & I \\ I & Y \end{bmatrix} > 0, \quad (10)$$

$$UV^T = I - XY \quad (11)$$

时, 则称满足不确定性约束(2)的关联大系统(1), 存在分散输出反馈控制器(4), 使构成的闭环大系统(6)鲁棒渐进稳定, 并满足给定的 H_∞ 性能指标 $\|T_{zw}(s)\|_\infty < \gamma$. 且若式(9)~(11)存在一个可行解 $X^*, Y^*, F^*, L^*, Q^*, U^*, V^*$, 那么控制器(5)的参数可由式(12)决定

$$\begin{cases} A_c = (V^*)^{-1}Q^*(U^*)^{-T}, \\ B_c = (V^*)^{-1}L^*, C_c = F^*(U^*)^{-T}. \end{cases} \quad (12)$$

其中:

$$\begin{aligned} J_{11} &= G_{11} + \epsilon EE^T + \epsilon^{-1}W_3^TW_3, \\ J_{21} &= G_{21} + \epsilon YEE^T + \epsilon^{-1}G_1^TW_3, \\ J_{22} &= G_{22} + \epsilon YEE^TY + \epsilon^{-1}(G_1)^TG_1, \\ G_{11} &= AX + XA^T + B_2F + (B_2F)^T, \\ G_{21} &= A^T + YAX + LC_2X + YB_2F + Q, \\ G_{22} &= YA + A^TY + LC_2 + (LC_2)^T, \\ W_1 &= C_1X + D_{12}F, W_2 = YB_1 + LD_{21}, \\ W_3 &= G_1X + G_2F. \end{aligned}$$

证 利用式(9)~(11)的解来构造如下分块对称矩阵 X_{cl}

$$X_{cl} = \begin{bmatrix} Y & V \\ V^T & U^{-1}XYXU^{-T} - U^{-1}XU^{-T} \end{bmatrix},$$

由式(10)和Schur补引理^[11]可知

$$X - Y^{-1} > 0.$$

则由 $Y > 0$ 和Schur补引理及式(11)可得

$$\begin{aligned} U^{-1}XYXU^{-T} - U^{-1}XU^{-T} - V^TY^{-1}V &= \\ U^{-1}(XYX - X - (I - XY)Y^{-1}(I - YX))U^{-T} &= \\ U^{-1}(X - Y^{-1})U^{-T} &> 0, \end{aligned}$$

即 $X_{cl} > 0$.

定义矩阵

$$\begin{aligned} \Delta_{cl} &= \begin{bmatrix} \Delta_{11} & \Delta_{21}^T \\ \Delta_{21} & \Delta_{22} \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{21}^T \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} J_{11} & J_{21}^T \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} G_{11} & G_{21}^T \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

其中:

$$\begin{aligned} \Delta_{11} &= \Delta AX + X\Delta A^T + \Delta B_2F + F'\Delta B_2^T, \\ \Delta_{21} &= \Delta A^T + Y\Delta AX + Y\Delta B_2F, \\ \Delta_{22} &= Y\Delta A + \Delta A^TY. \end{aligned}$$

由引理1及式(2)可得

$$\begin{bmatrix} \Delta_{11} & \Delta_{21}^T \\ \Delta_{21} & \Delta_{22} \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{21}^T \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix},$$

故矩阵

$$J = \begin{bmatrix} \Delta_{11} & \Delta_{21}^T & 0 & 0 \\ \Delta_{21} & \Delta_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{21}^T & 0 & 0 \\ Z_{21} & Z_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \leq 0.$$

定义矩阵

$$\Gamma = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{21}^T & B_1 & W_1^T \\ K_{21} & K_{22} & W_2 & C_1^T \\ B_1^T & W_2^T & -\gamma I & 0 \\ W_1 & C_1 & 0 & -\gamma I \end{bmatrix}. \quad (13)$$

其中:

$$\begin{aligned} K_{11} &= G_{11} + \Delta_{11}, K_{21} = G_{21} + \Delta_{21}, \\ K_{22} &= G_{22} + \Delta_{22}. \end{aligned}$$

则

$$\Gamma = T(X, Y, F, L, Q, \epsilon) + J.$$

由 $T(X, Y, F, L, Q, \epsilon) < 0, J \leq 0$ 可知 $\Gamma < 0$.

定义矩阵

$$\begin{cases} \Pi = \begin{bmatrix} X & I \\ U^T & 0 \end{bmatrix}, Q = VA_cU^T, \\ L = VB_c, F = C_cU^T. \end{cases} \quad (14)$$

利用式(14)和式(6)可将式(13) Γ 化为

$$\begin{bmatrix} \Pi^T(A_{cl}^T X_{cl} + X_{cl} A_{cl})\Pi & \Pi^T X_{cl} B_{cl} & \Pi^T C_{cl}^T \\ B_{cl}^T X_{cl} \Pi & -\gamma I & 0 \\ C_{cl} \Pi & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} < 0,$$

在上式两边分别左乘 $\text{diag}\{\Pi^{-T}, I, I\}$ 和右乘 $\text{diag}\{\Pi^{-1}, I, I\}$ 可得

$$\begin{bmatrix} A_{cl}^T X_{cl} + X_{cl} A_{cl} & X_{cl} B_{cl} & C_{cl}^T \\ B_{cl}^T X_{cl} & -\gamma I & 0 \\ C_{cl} & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} < 0,$$

由有界实引理^[11]可知定理成立. 证毕.

4 求解算法(Computation algorithm)

由定理可知, 通过求解式(9)~(11)可以获得控制器(5)的参数, 而求解式(9)~(11)关键在于求解NLMI(9). 目前求解NLMI还没有很好的方法, 本文通过同伦迭代算法来求解式(9), 即先选取适当的同伦函数来表示该NLMI, 再通过Schur补引理将其化为两个双线性矩阵不等式, 最后通过迭代算法求解. 引入实数 $\lambda \in [0, 1]$, 并定义矩阵函数

$$\begin{aligned} H(X, Y, F, L, Q, \varepsilon, \lambda) = \\ G(X, Y, F, L, Q) + \lambda K(X, Y, F, L, Q, \varepsilon), \end{aligned} \quad (15)$$

其中:

$$\begin{aligned} G(X, Y, F, L, Q) = & \begin{bmatrix} G_{11} & G_{21}^T & B_1 & W_1^T \\ G_{21} & G_{22} & W_2 & C_1^T \\ B_1^T & W_2^T & -\gamma I & 0 \\ W_1 & C_1 & 0 & -\gamma I \end{bmatrix}, \\ K(X, Y, F, L, Q, \varepsilon) = & \\ T(X, Y, F, L, Q, \varepsilon) - G(X, Y, F, L, Q). \end{aligned}$$

很明显

$$\begin{aligned} H(X, Y, F, L, Q, \varepsilon, \lambda) = \\ \begin{cases} G(X, Y, F, L, Q), & \lambda=0, \\ T(X, Y, F, L, Q, \varepsilon), & \lambda=1. \end{cases} \end{aligned} \quad (16)$$

通过求解式(17)可以得到式(9)的解

$$H(X, Y, F, L, Q, \varepsilon, \lambda) < 0, \lambda \in [0, 1], \quad (17)$$

即当 λ 从0变到1时就可得到式(9)的解. 为求解式(17), 先对该式应用Schur补引理, 则可得到与式(17)等价的两个矩阵不等式(18)(19)

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{21}^T & B_1 & W_1^T & W_3^T \\ M_{21} & M_{22} & W_2 & C_1^T & G_1^T \\ B_1^T & W_2^T & -\gamma I & 0 & 0 \\ W_1 & C_1 & 0 & -\gamma I & 0 \\ W_3 & G_1 & 0 & 0 & -\varepsilon \lambda_{-1} I \end{bmatrix} < 0, \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} N_{11} & N_{21}^T & B_1 & W_1^T & E \\ N_{21} & N_{22} & W_2 & C_1^T & YE \\ B_1^T & W_2^T & -\gamma I & 0 & 0 \\ W_1 & C_1 & 0 & -\gamma I & 0 \\ E^T & E^T Y & 0 & 0 & -\varepsilon_{-1} \lambda_{-1} I \end{bmatrix} < 0. \quad (19)$$

其中:

$$\begin{aligned} M_{11} &= G_{11} + \varepsilon \lambda E E^T, \\ M_{21} &= G_{21} + \varepsilon \lambda Y E E^T, \\ M_{22} &= G_{22} + \varepsilon \lambda Y E E^T Y, \\ N_{11} &= G_{11} + \varepsilon^{-1} \lambda W_3^T W_3, \\ N_{21} &= G_{21} + \varepsilon^{-1} \lambda G_1^T W_3, \\ N_{22} &= G_{22} + \varepsilon^{-1} \lambda (G_1)^T G_1. \end{aligned}$$

可以看出, 若固定参数 Y, L , 则式(18)是关于 X, F, Q, ε 的线性矩阵不等式; 若固定参数 X, F , 则式(19)是关于 $Y, L, Q, \varepsilon^{-1}$ 的线性矩阵不等式, 通过逐步增加同伦参数 λ 和交替求解(18)(19)则可得到控制器(5)的解, 因此有下面的求解算法步骤:

Step 1 取 $\lambda = 0$ 时的值为初始值. 当 $\lambda = 0$ 时求解式(17)等价于求解 $G(X, Y, F, L, Q) < 0$. 在式 $G(X, Y, F, L, Q) < 0$ 中令 $A_{21} = Q_F$, 则 $G(X, Y, F, L, Q_F) < 0$ 为标准LMI问题, 可求得具有块对角结构约束的初始值 X_0, Y_0, F_0, L_0 ;

Step 2 设 M 为一个正整数(比如 $M = 2$), 并确定 M 的上限 $M_{\max}$ (比如 $M_{\max} = 2^{10}$). 设迭代次数为 K , 并令 $K = 0$;

Step 3 令 $K = K + 1$ 和 $\lambda_K = K/M$. 在 Y_{K-1}, L_{K-1} 条件下通过求解式(18)和式(10). 如果不存在可行解, 则转至Step4; 如果存在可行解, 则求得块对角阵 X, Y, Q 并令 $X_K = X, F_K = F, Q_K = Q$, 再在 $X = X_K, F = F_K, Q = Q_K$ 条件下通过求解式(19)(10)得到相应的解且令 $Y_K = Y, L_K = L$ 并转至Step6;

Step 4 在 X_{K-1}, F_{K-1} 条件下通过求解式(19)(10). 如果不存在可行解, 则转至Step5; 如果存在可行解, 则求得 Y, L, Q 且令 $Y_K = Y, L_K = L, Q_K = Q$, 再在 $Y = Y_K, L = L_K, Q = Q_K$ 条件下通过求解式(18)(10)得到相应的解且令 $X_K = X, F_K = F$ 并转至Step6;

Step 5 令 $M = 2M$ 且满足约束条件: $M \leq M_{\max}$. 假设 $X_{2(K-1)} = X_{K-1}, Y_{2(K-1)} = Y_{K-1}, F_{2(K-1)} = F_{K-1}, L_{2(K-1)} = L_{K-1}, K = 2(K-1)$, 再转至Step3. 如果 M 的值不能再增大, 则该算法无解;

Step 6 如果 $K < M$, 则转至Step3. 如果 $K =$

M , 则得到(9)(10)的解, 且有 $X = X_K$, $Y = Y_K$, $F = F_K$, $L = L_K$, $Q = Q_K$ 和 $\varepsilon > 0$;

Step 7 在 $UV^T = I - XY$ 中令 $V = I$, 则可求得 U , 进而通过式(12)求得控制器(5)的参数.

注 2 由文献[8,12,13]及其参考文献可知同伦迭代算法收敛, 因此通过同伦迭代算法可以获得原结论的一个可行解. 同伦迭代算法与常规的迭代法相比, 其最大的优点是算法的有效性不依赖于初值的选取.

5 算例(Example)

考虑由两个子系统构成的不确定大系统(1), 其中:

$$A_{11} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}, B_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, C_{11} = C_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$C_{21} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}, D_{211} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}, A_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix},$$

$$A_{22} = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}, B_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$B_{21} = B_{22} = D_{121} = D_{122} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$A_{21} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}, C_{21} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}, C_{22} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

满足式(2)的矩阵 $E_i, G_{1i}, G_{2i}, i = 1, 2$ 为

$$E_1 = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.1 \end{bmatrix}, G_{11} = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.4 \end{bmatrix}, G_{21} = 0.6,$$

$$E_2 = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.3 \end{bmatrix}, G_{12} = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.2 \end{bmatrix}, G_{22} = 0.1,$$

在 $\gamma = 10, M = 10$ 下求得两个子系统的输出反馈控制器分别为

$$\dot{x}_{c1}(t) = \begin{bmatrix} 8.6982 & 4.6884 \\ -98.4598 & -47.0380 \end{bmatrix} x_{c1}(t) + \begin{bmatrix} -7.4059 \\ -20.0942 \end{bmatrix} y_1(t),$$

$$\dot{x}_{c2}(t) = \begin{bmatrix} -2.3108 & 0.8536 \\ -3.0774 & -18.0463 \end{bmatrix} x_{c2}(t) + \begin{bmatrix} 8.3424 \\ -20.3656 \end{bmatrix} y_2(t),$$

$$u_1(t) = \begin{bmatrix} 6.4520 & 2.8453 \end{bmatrix} x_{c1}(t),$$

$$u_2(t) = \begin{bmatrix} 0.3866 & 1.0403 \end{bmatrix} x_{c2}(t).$$

在此控制器的作用下闭环系统的 H_∞ 性能指标为 4.4078, 小于给定的性能指标 10, 且闭环大系统的

极点均具有负实部. 这表明在所求得的分散输出反馈控制器的作用下, 闭环大系统鲁棒渐进稳定并满足给定的 H_∞ 性能指标.

为了说明该设计方法和求解算法的有效性, 本文给出了不确定性矩阵 ΔA_{ii} 和 ΔB_{2i} 在各自的摄动界内取不同值时, 其对应的闭环系统 H_∞ 性能指标, 闭环系统极点如表 1 所示, 对应的最大奇异值曲线如图 1 所示. 仿真结果表明在不同的不确定性影响下, 闭环系统的最大奇异值 (H_∞ 范数) 均小于预先指定的, 闭环系统的特征值均具有负实部, 系统控制器的设计达到了要求.

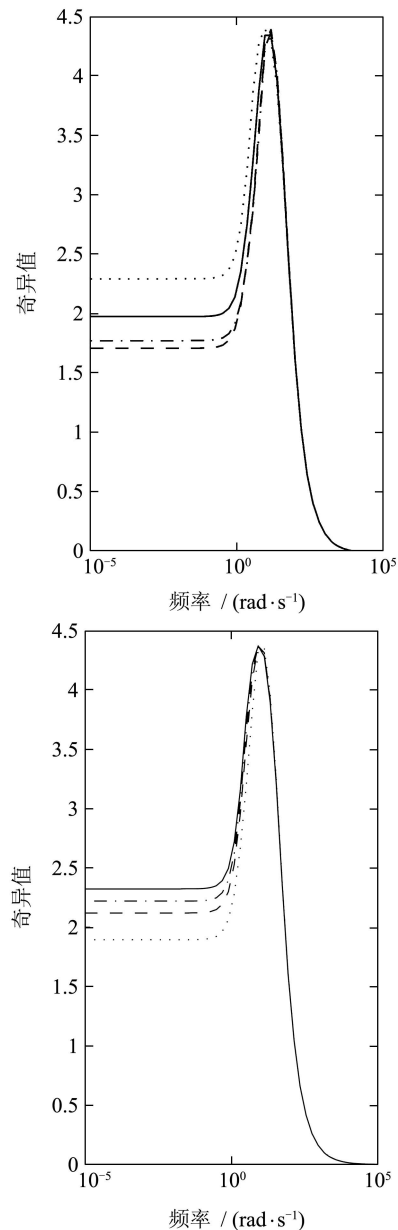


图 1 输出反馈情形下闭环系统最大奇异值曲线图

Fig. 1 Greatest singular value plots of closed-loop systems

表1 闭环系统的 H_∞ 性能指标及曲线对应关系Table 1 H_∞ performance index of closed-loop system vs. its corresponding plot of Figs

不确定性		闭环特征值		H_∞ 性能指标	对应的最大奇异值曲线
ΔA_{ii}	ΔB_{2i}				
0	0	$-2.3840 \pm 3.8217i$	$-3.3087 \pm 1.2061i$	4.3846	图1上图实线
		-30.4347	-16.9488		
		-16935	-3.2347		
$E_i G_{1i}$	$E_i G_{2i}$	$-2.5514 \pm 3.8351i$	$-3.5024 \pm 1.3000i$	4.4023	图1上图虚线
		-29.5528	-16.9395		
		-1.7228	-3.1384		
$E_i G_{1i}$	$-E_i G_{2i}$	$-2.0176 \pm 3.8154i$	$-3.0863 \pm 1.0941i$	4.3873	图1上图点连线
		-31.3262	-16.9631		
		-1.6448	-3.2951		
$-E_i G_{1i}$	$E_i G_{2i}$	$-2.7641 \pm 3.7375i$	$-3.5653 \pm 1.3081i$	4.3804	图1上图点划线
		-29.4712	-16.9352		
		-1.7102	-3.1818		
$-E_i G_{1i}$	$-E_i G_{2i}$	$-2.2083 \pm 3.7544i$	$-3.1433 \pm 1.1375i$	4.3739	图1下图实线
		-31.3004	-16.9588		
		-1.6563	-3.3384		
$0.5E_i G_{1i}$	$-0.5E_i G_{2i}$	$-2.1979 \pm 3.8283i$	$-3.1941 \pm 1.1517i$	4.3858	图1下图虚线
		-30.8885	-16.9559		
		-1.6745	-3.2642		
$0.75E_i G_{1i}$	$-0.75E_i G_{2i}$	$-2.3759 \pm 3.8501i$	$-3.3396 \pm 1.2218i$	4.3940	图1下图点连线
		-30.2215	-16.9475		
		-1.7043	-3.1978		
$-0.25E_i G_{1i}$	$-0.75E_i G_{2i}$	$-2.2036 \pm 3.7924i$	$-3.1676 \pm 1.1433i$	4.3786	图1下图点划线
		-31.0950	-16.9573		
		-1.6653	-3.3019		

从表1以及图1可以看出,在本文所获得控制器的作用下,闭环系统的 H_∞ 性能指标均在4.37左右,小于文[9]的 H_∞ 性能指标8.65,这表明在本文所获得的控制器作用下系统具有更好的鲁棒性,比文[9]的保守性更少.另外文[9]所获得控制器参数过大,难以实现,而本文所的控制器的参数较少,比较容易实现.从上面的比较可以看出,直接从不确定系统入手比从标称系统入手所获得的结论具有更少的保守性.

6 结论(Conclusions)

针对一类状态矩阵和控制矩阵存在参数不确定性关联大系统,研究其分散鲁棒 H_∞ 输出反馈控制器的设计方法.基于有界实引理,将分散动态输出反馈控制器的存在条件归结为一组矩阵不等式的解,并通过同伦迭代算法来获得分散鲁棒 H_∞ 动态输出反馈控制器.仿真结果表明,所得控制器使闭环大系统在允许的参数不确定时鲁棒渐进稳定,并满足给定的 H_∞ 性能指标.

参考文献(References):

- [1] UGRINOVSKII V A, PETERSEN I R, SAVKIN A V, et al. Decentralized state-feedback stabilization and robust control of uncertain large-scale systems with integrally constrained interconnections[J]. *Systems & Control Letters*, 2000, 40(2): 107 – 119.
- [2] 桂卫华, 陈宁, 吴敏. 不确定关联大系统鲁棒分散可靠 H_∞ 控制[J]. *控制理论与应用*, 2002, 19(6): 923 – 926.
- (GUI Weihua, CHEN Ning, WU Min. Robust decentralized reliable H_∞ control for uncertain large-scale systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2002, 19(6): 923 – 926.)
- [3] 陈宁, 桂卫华. 基于LMI不确定性关联大系统的分散鲁棒 H_∞ 控制[J]. *中南工业大学学报(自然科学版)*, 2003, 34(1): 84 – 87.
(CHEN Ning, GUI Weihua. Decentralized robust H_∞ control of interconnected large-scale systems via LMI[J]. *J of Central South University of Technology(Natural Science)*, 2003, 34(1): 84 – 87.)
- [4] 甘永梅, 王兆安. 不确定性关联大系统的分散鲁棒状态反馈 H_∞ 控制[J]. *控制理论与应用*, 2002, 19(2): 297 – 301.
(GAN Yongmei, WANG Zhaoan. Decentralized state feedback robust H_∞ control design for uncertain interconnected large-scale systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2002, 19(2): 297 – 301.)
- [5] LABIBI B, LOHMANN B, KHAKI S. Robust decentralized stabilization of large-scale systems via eigenstructure assignment[J]. *Int J of Systems Science*, 2003, 34(6): 389 – 393.
- [6] CAO Y Y, SUN Y X, MAO W J. Output feedback decentralized stabilization: ILMI approach[J]. *Systems & Control Letters*, 1998, 35(3): 183 – 194.
- [7] 尚群立, 孙优贤. 不确定线性内互连大系统的分散鲁棒 H_∞ 控制[J]. *控制与决策*, 1999, 14(4): 334 – 338.
(SHANG Qunli, SUN Youxian. Decentralized robust H_∞ control for uncertain interconnected large-scale systems[J]. *Control and Decision*, 1999, 14(4): 334 – 338.)
- [8] ZHAI G S, IKEDA M, FUJISAKI Y. Decentralized H_∞ controller design: a matrix inequality approach using a homotopy method[J]. *Automatica*, 2001, 37(4): 565 – 572.
- [9] CHEN N, IKEDA M, GUI W H. Design of robust H_∞ control for interconnected systems: a homotopy method[J]. *Int J of Control, Automation and Systems*, 2005, 3(2): 143 – 151.

(下转第755页)

- [20] VOLKOVSKII A, BRUGIONI S, LEVI R, et al. Analog electronic model of the lobster pyloric central pattern generator[J]. *Journal of Physics: Conference Series*, 2005, 23(1): 47 – 57.
- [21] KIMURA H, FUKUKA Y, KONAGA K. Towards adaptive dynamic walking of a quadruped robot on irregular terrain by using neural system model[C] // *Int Conf on Int Robots and System*. New York: IEEE Press, 2001, 4: 2312 – 2317.
- [22] FUKUOKA Y, KIMURA H, COHEN A H. Adaptive dynamic walking of a quadruped robot on irregular terrain based on biological concepts[J]. *Int J of Robotics Research*, 2003, 22(3/4): 187 – 202.
- [23] OGINO M, KATOH Y, MASAHIRO A, et al. Vision-based reinforcement learning for humanoid behavior generation with rhythmic walking parameters[C] // *Proc of the 2003 IEEE/RSJ Int Conf on Intelligent Robots and Systems*. New York: IEEE Press, 2003: 1665 – 1671.
- [24] MATSUOKA K. Sustained oscillations generated by mutually inhibiting neurons with adaptation[J]. *Biological Cybernetics*, 1987, 52(6): 367 – 376.
- [25] 张秀丽. 生物的节律运动和四足机器人的环境适应力[D]. 北京: 清华大学, 2003.
(ZHANG Xiuli. *Biological-inspired rhythmic motion & environmental adaptability for quadruped robot*[D]. Beijing: Tsinghua University, 2004.)
- [26] COLGATE J E, LYNCH K M. Mechanics and control of swimming: a review[J]. *IEEE Journal of Oceanographic Engineering*, 2004, 29(3): 660 – 673.
- [27] FUNG Y C. *An Introduction to the Theory of Aeroelasticity*[M]. New York: Dover Publications, 1993.
- [28] DICKINSON M H, LEHMANN F O, SANJAY P S. Wing rotation and the aerodynamic basis of insect flight[J]. *Science*, 1999, 284(5422): 1954 – 1960.

作者简介:

王 龙 (1979—), 男, 博士研究生, 主要研究方向仿生机器人、机器人运动控制, E-mail: okwlong@163.com;

谭 民 (1958—), 男, 研究员, 博士生导师, 主要研究方向为先进机器人控制、仿生机器人、多机器人协调与控制、重构制造系统分析;

曹志强 (1974—), 男, 副研究员, 硕士生导师, 主要研究方向机为仿生机器人、多机器人协调协作、智能机器人、网络控制等;

王 硕 (1973—), 男, 副研究员, 硕士生导师, 主要研究方向机为仿生机器人、多机器人协调协作、智能机器人、网络控制等;

沈志忠 (1978—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为仿生机器人、图像识别.

(上接第748页)

- [10] WANG Y Y, XIE L H, de SOUZA C E. Robust control of a class of uncertain nonlinear systems[J]. *Systems & Control Letters*, 1992, 19(2): 139 – 149.
- [11] BOYD S P, GHAOUI L E, FERON E, et al. *Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory*[M]. Philadelphia, PA: SIAM, 1994.
- [12] WANG Y, BERNSTEIN D S, WATSON L T. Probability-one homotopy algorithms for solving the coupled Lyapunov equations arising in reduced-order H_2/H_∞ modeling, estimation and control[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2001, 123(2): 155 – 185.
- [13] WATSON L T. Globally convergent homotopy methods: a tutorial[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 1989, 31: 369 – 396.

作者简介:

蒋朝辉 (1978—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为大系统分散控制、鲁棒控制, E-mail: jiang_zhaohui@126.com;

桂卫华 (1950—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为工业大系统递阶和分散控制理论及应用、鲁棒控制、复杂生产过程建模与控制;

谢永芳 (1972—), 男, 博士, 副教授, 主要研究方向为分散控制和鲁棒控制、生产过程控制;

裘智峰 (1980—), 女, 博士研究生, 主要研究方向为复杂生产过程建模与控制.