

基于支持向量机的一类混沌系统自适应逆控制

刘 涵, 刘 丁

(西安理工大学 自动化与信息工程学院, 陕西 西安 710048)

摘要: 本文研究了基于支持向量机回归自适应逆控制的混沌控制方法, 用支持向量机建立系统的辨识器, 同时在控制过程可逆的条件下设计基于支持向量回归的系统逆控制器. 将该自适应逆控制的方法应用于Lorenz混沌系统的控制, 仿真结果表明在系统带有不确定性和测量噪声的情况下, 该方法可以有效的将混沌系统的状态控制到给定状态.

关键词: 混沌控制; 支持向量机; 支持向量回归; 自适应逆控制

中图分类号: TP181 **文献标识码:** A

Adaptive inverse control for a class of chaotic systems based on support vector machines

LIU Han, LIU Ding

(School of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an Shaanxi 710048, China)

Abstract: A new chaos control method based on support vector machines (SVM) of adaptive inverse control is proposed which has excellent nonlinearity approximation ability and better generalization capability. In this control mechanism, an identifier is established based on support vector regression, and under the inverse condition of control process a controller based on support vector regression also designed. Simulation results also show that under proposed method, uncertain Lorenz system with measurement noise can drive the system state exactly to some specific points.

Key words: chaos control; support vector machines; support vector regression; adaptive inverse control

1 引言(Introduction)

近20年, 对非线性混沌动力学系统的控制得到了广泛而深入的研究. 对混沌系统的控制可分为两类^[1]: 一类是抑制系统的混沌行为; 另一类是产生或者增加非线性系统的混沌(混沌逆控制)^[2]. 目前已经提出了很多混沌控制的方法和技术, 例如OGY法^[3], 微分几何法^[4], 逆最优控制法^[5], 自适应控制法^[6], 反推法^[7], 智能控制方法^[8~12]等. 但是, 大多数混沌控制的方法均是在已知混沌模型参数、不考虑系统的不确定性和测量噪声的假设下来设计控制器. 然而在实际的物理系统, 混沌系统的参数很难精确已知, 外部扰动给混沌系统带来不确定性以及和测量噪声, 这些因素可能会导致系统的控制性能严重退化. 因此, 这些因素的影响在设计控制器以及实现混沌系统控制时不能不加以考虑.

统计学习理论(statistical learning theory, SLT) 是由Vapnik建立的一种专门研究小样本下机器学习规律的理论^[13,14], 支持向量机(support vector machines,

SVM)是在这一理论上发展起来的一种新的分类和回归工具. 支持向量机通过结构风险最小化原理来提高泛化能力, 将最优分类面问题转化为求解凸二次规划问题, 较好的解决了小样本、非线性、高维数、局部极小点等实际问题, 目前已在非线性信号处理以及非线性系统控制领域得到较多的应用^[10~12]. 文献[10]将支持向量机成功的应用于混沌系统的控制, 克服了基于神经网络的混沌控制中, 神经网络结构和类型难以选择、需要估计的参数相对于较少的数据样本显得太多从而导致所得到的神经网络模型对数据样本过学习、泛化能力不够以及神经网络固有的易收敛于局部极值的缺陷, 获得了很好的结果. 但是在控制器的设计中, 都没有考虑混沌系统中存在的不确定性和测量噪声问题. 本文提出了一种基于支持向量机的自适应逆控制方法, 在混沌系统带有不确定性以及测量噪声时, 该控制方法可以将系统的状态控制到给定状态, 通过对Lorenz系统的仿真实验, 验证了该方法的有效性

和可行性.

2 支持向量机回归的基本原理(Principle of support vector regression)

给定训练集 $\{\mathbf{x}_k, y_k; k = 1, 2, \dots, N\}$, 其中输入样本为 $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^N$, 输出样本为 $y_k \in \mathbb{R}$, 选择非线性变换 $\Phi(\cdot)$, 将上述训练集从原空间映射到高维特征空间 $\mathbb{F}$, 并在此空间构造最优线性回归函数

$$f(\mathbf{x}) = \omega^T \cdot \Phi(\mathbf{x}) + b. \quad (1)$$

这样在高维空间的线性回归就对应于低维输入空间的非线性回归. 在Vapnik ε -不敏感损失函数的定义下^[13]

$$|y - f(\mathbf{x})| = \begin{cases} 0, & |y - f(\mathbf{x})| \leq \varepsilon, \\ |y - f(\mathbf{x})| - \varepsilon, & \text{其他}. \end{cases} \quad (2)$$

式(1)的求解转化为下式的最优问题求解:

$$\min_{\omega, b, \xi, \xi^*} J(\omega, \xi, \xi^*) = \frac{1}{2} \omega^T \omega + C \sum_{k=1}^N (\xi_k + \xi_k^*). \quad (3)$$

约束:

$$\begin{cases} y_k - \omega^T \Phi(\mathbf{x}_k) - b \leq \varepsilon + \xi_k, \\ \omega^T \Phi(\mathbf{x}_k) + b - y_k \leq \varepsilon + \xi_k^*, \\ \xi_k, \xi_k^* \geq 0, \end{cases} \quad (4)$$

其中: ε 为需要近似的精度, ξ_k, ξ_k^* 为处理函数 f 在 ε 精度下不能估计的数据所引入的松弛变量, $C > 0$ 为惩罚参数. 式(3)的求解可以转化为Lagrange对偶问题求解:

$$\begin{aligned} \max_{\alpha, \alpha^*} L(\alpha, \alpha^*) = & -\frac{1}{2} \sum_{k,l=1}^N (\alpha_k - \alpha_k^*)(\alpha_l - \alpha_l^*) K(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_l) - \\ & \varepsilon \sum_{k=1}^N (\alpha_k + \alpha_k^*) + \sum_{k=1}^N y_k (\alpha_k - \alpha_k^*). \end{aligned} \quad (5)$$

约束:

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^N (\alpha_k - \alpha_k^*) = 0, \\ \alpha_k, \alpha_k^* \in [0, C], \end{cases} \quad (6)$$

其中 α_k, α_k^* 定义为非负的Lagrange乘子, 核函数 $K(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_l)$ 定义为

$$K(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_l) = \Phi(\mathbf{x}_k)^T \cdot \Phi(\mathbf{x}_l), \quad (7)$$

因此非线性的SVM求解不用去考虑映射的具体表达形式, 只需要选择合适的核函数. 最后SVM对非线性函数回归的结果为

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^N (\alpha_k - \alpha_k^*) K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_k) + b. \quad (8)$$

3 基于支持向量机的混沌系统自适应逆控制(Chaos control based on support vector machines of adaptive inverse control)

自适应逆控制在控制系统的设计中是一种很新颖的方法, 该方法用被控对象的逆作为串联控制器对系统的动态特性做开环控制, 采用反馈不是为了控制系统中的信号流动, 而是用于调整控制系统中的可变参数, 从而避免了因反馈而可能引起的不稳定问题, 使动态控制性能得到改善, 并且动态特性控制和对象扰动控制被分为两个单独的过程而互不影响. 逆控制的含义就在于通过自适应使得控制器逼近控制对象的逆, 从而使得整个系统的前向通道的传递函数为1, 这样便可以保证输出跟踪输入的变化. 基于支持向量机的混沌系统自适应逆控制的框图如图1所示, 系统由控制器和辨识器构成, 辨识器由SVM来完成对混沌系统正向模型的学习; 在控制过程可逆的前提下, 由SVM建立混沌系统的逆模型构成控制器, 其中用于训练辨识器的误差信号由两部分组成: 性能误差 $e_p = y_d - y$ 和跟踪误差 $e_t = y - \hat{y}$.

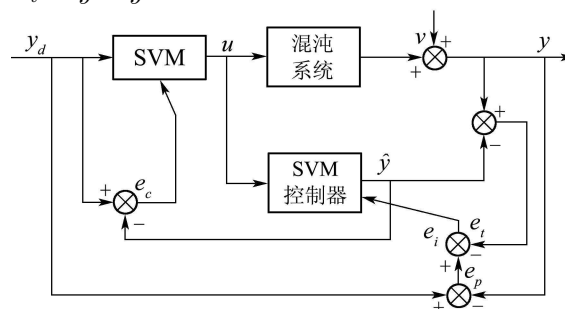


图1 基于SVM的自适应逆控制框图

Fig. 1 Adaptive inverse control architecture based on SVM

3.1 基于SVM回归的系统辨识器(Identifier based on support vector regression)

考虑一个离散单输入单输出非线性系统的数学模型可由式(9)来描述:

$$y(k+1) = f(y(k), \dots, y(k-n), u(k), \dots, u(k-m)), \quad (9)$$

其中 $y \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^m, m \leq n$, u 和 y 分别表示对象的控制输入和非线性系统的输出.

构造

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(i) = & (y(i), y(i-1), \dots, y(i-n), \\ & u(i), u(i-1), \dots, u(i-m)), \end{aligned} \quad (10)$$

其中 $i = 1, 2, \dots, N$, N 为样本个数. 由式(9)可得到

$$y(i+1) = f(\mathbf{X}(i)), \quad (11)$$

其中 f 为需要逼近的非线性函数. 构造学习样本

对 $(\mathbf{X}(i), y(i+1))$, 采用支持向量回归的方法训练支持向量机, 这样将非线性的样本数据可以映射为高维空间的线性输出形式:

$$\hat{y}(k+1) = \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) K(\mathbf{X}(i), \mathbf{X}(k)) + b_1, \quad (12)$$

其中 $\mathbf{X}(i)$ 定义为支持向量, 对应于Vapnik的 ε 不敏感损失函数^[13]的 $\alpha_i - \alpha_i^*$ 不为0的向量, l 为支持向量的个数, b_1 为偏置项. $K(\cdot)$ 为核函数, 一般选取RBF核函数, 如式(13)所示, 核函数的参数 σ 须事先确定.

$$K(\mathbf{X}(i), \mathbf{X}(k)) = e^{-\frac{\|\mathbf{X}(i) - \mathbf{X}(k)\|^2}{2\sigma^2}}. \quad (13)$$

SVM辨识器的训练采用在线训练的方式, 离线学习好的SVM模型通过在线的修正方法进行在线模型的修正^[15], 该方法采用逐步更新的方法, 减少了训练时间, 因而可以在线对所采集的数据进行模型修正, 由支持向量回归方法建立的模型的在线更新和修正可以最大限度的逼近和近似带有不确定性的非线性系统. 误差信号 e_i 由 $e_p = y_d - y$ 和 $e_t = y - \hat{y}$ 组成, 当由SVM学习的模型逼近于对象模型时, $y - \hat{y} \rightarrow 0$, 控制器所用到的误差 $e_c = y_d - \hat{y}$ 将退化为 $(y_d - y)$, $(y_d - y)$ 是普通的闭环系统常用的反馈信号.

3.2 基于SVM回归的控制器设计(Controller based on support vector regression)

文献[16]详细的研究了式(9)的可逆问题并得到如下结论:

定理 1 如果式(9)对于 u 是严格单调的, 则系统(9)在 $[y(k), \dots, y(k-n), u(k), \dots, u(k-m)]^T$ 处是可逆的^[16].

因此如果控制过程是可逆的, 则可以采取适当的方法建立过程的逆模型, 这个逆模型就是本文所设计的控制器. 假设系统(9)是可逆的, 则系统的逆模型就是控制器, 即

$$u(k) = f^{-1}(y_d(k+1), y(k), y(k-1), \dots, y(k-n), u(k-1), \dots, u(k-m)), \quad (14)$$

其中 f^{-1} 为需要逼近的非线性函数. 对于非线性系统, 其逆模型往往很难得到解析解. 但由于过程是可逆的, 因而逆模型一定存在, 可以采取SVM回归的方法来估计逆模型.

令

$$\mathbf{Y}(k) = (y_d(k+1), y(k), y(k-1), \dots, y(k-n), u(k-1), \dots, u(k-m)), \quad (15)$$

同样建立样本对 $(\mathbf{Y}(i), u_i)$, 采用支持向量机回归的方法建立 $u(k)$ 的支持向量机模型:

$$u(k) = \sum_{i=1}^h (\beta_i - \beta_i^*) K(\mathbf{Y}_i, \mathbf{Y}_k) + b_2, \quad (16)$$

式(16)中各参数的定义与式(12)相同.

采用SVM回归逼近非线性函数 f 和 f^{-1} , 分别建立非线性对象的正向和逆模型, 克服了神经网络泛化能力弱以及易陷入局部极小的缺点. 由SVM构成的精确的逆模型可以使得控制器和模型的稳态增益乘积为1, 从而保证控制系统的跟踪特性不出现静差.

4 仿真实例(Simulation experiments)

1963年, Lorenz系统被首次提出用来描述天气变化中不可预测的行为. 近年来, Lorenz方程也被较多的用来描述许多不同的实际物理系统. Lorenz系统由如下的微分方程来描述:

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x), \\ \dot{y} = cx - xz - y, \\ \dot{z} = xy - bz. \end{cases} \quad (17)$$

当 $a = 10$, $b = \frac{8}{3}$, $c = 28$ 时系统呈现混沌状态. 当考虑由外部扰动给系统带来的不确定性时, 带有不确定性的Lorenz系统可由式(18)来描述:

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x) + d_1, \\ \dot{y} = cx - xz - y + d_2, \\ \dot{z} = xy - bz + d_3, \end{cases} \quad (18)$$

通常假定不确定性 d_i , $i = 1, 2, 3$ 是有界的, 即

$$|d_i| \leq l_i, i = 1, 2, 3. \quad (19)$$

本文研究的混沌系统控制问题是将带有不确定性和测量噪声的Lorenz系统由初始状态控制到设定的状态. 易证Lorenz系统对于控制输入 u 是单调的, 因此根据3.2节的定理可知系统是可逆的, 因此可以使用本文提出的基于SVM回归的自适应逆控制的方法进行控制.

4.1 无不确定性、无测量噪声的Lorenz系统控制(Lorenz system control without uncertainty and measurement noise)

如图1所示, 假定不考虑系统的不确定性, $d_i = 0, i = 1, 2, 3$; 不考虑系统的测量噪声, 即令 $\nu = 0$. 采用基于SVM的自适应逆控制方法控制Lorenz系统从初始状态 $(x_0, y_0, z_0) = (3, 9, 2)$ 到给定状态 $(x_r, y_r, z_r) = (4, 4, 6)$. 辨识器和控制器的SVM回归的损失函数采用 ε 不敏感损失函数, 核函数选取为RBF函数, 参数 C 和 σ 通过10-fold交叉检验的方法分别确定为 $C = 170$, $\sigma = 0.2$, 误差均取0.01. 仿真结果如图2所示, 控制输入 u 在 $t = 3$ s时施加, 系

统状态可以很好的被控制到设定状态(4, 4, 6).

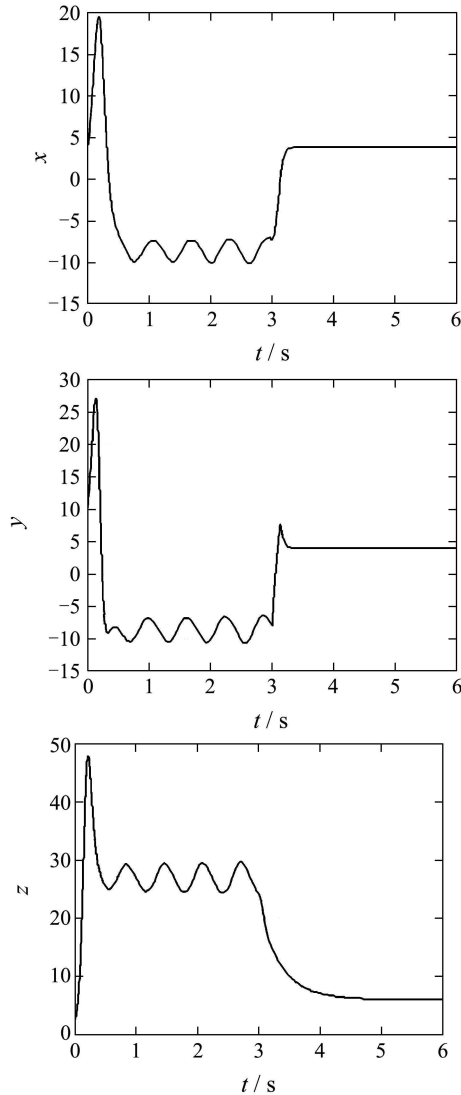


图2 无不确定性、无测量噪声的Lorenz系统控制

Fig. 2 Lorenz system control without uncertainty and measurement noise

4.2 考虑不确定性、无测量噪声的Lorenz系统控制(Lorenz system control with uncertainty and without measurement noise)

考虑系统的不确定性, 设

$$\begin{cases} d_1 = \cos(3t), \\ d_2 = 0.5 \sin t, \\ d_3 = 0.5 \cos(8t). \end{cases} \quad (20)$$

这时

$$\begin{cases} |d_1| \leq l_1 = 1, \\ |d_2| \leq l_2 = 0.5, \\ |d_3| \leq l_3 = 0.5. \end{cases} \quad (21)$$

仍然不考虑系统的测量噪声, 令 $\nu = 0$. 这时采用基于SVM的自适应逆控制方法控制Lorenz系统从

初始状态 $(x_0, y_0, z_0) = (10, 6, 6)$ 到给定状态 $(x_r, y_r, z_r) = (3, 3, 3.5)$. 辨识器和控制器的SVM回归的损失函数为 ε 不敏感损失函数, 核函数选取为RBF函数, 参数 C 和 σ 通过10-fold交叉检验的方法分别确定为 $C = 200$, $\sigma = 0.2$, 误差均取0.01. 仿真结果如图3所示, 控制输入 u 在 $t = 3$ s时施加, 系统状态可以很好的被控制到设定状态(3, 3, 3.5).

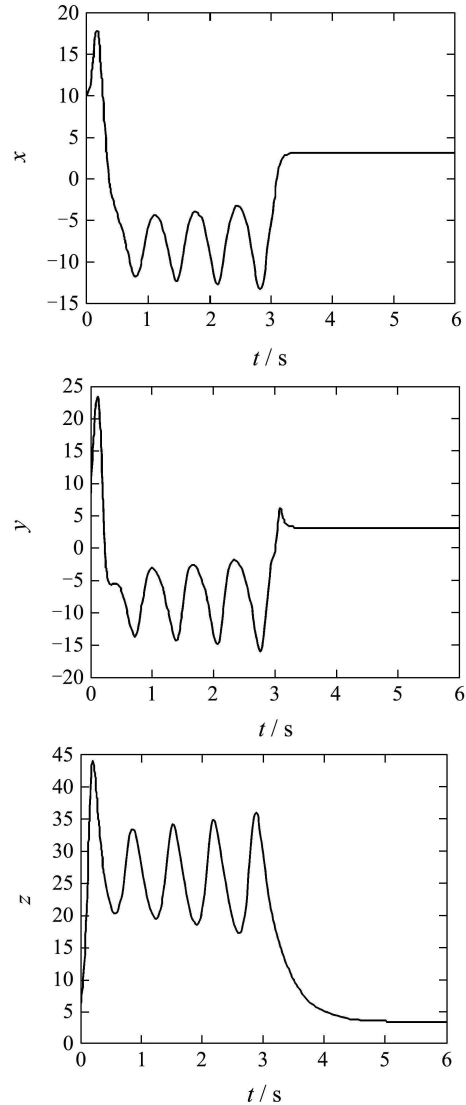


图3 考虑不确定性、无测量噪声的Lorenz系统控制

Fig. 3 Lorenz system control with uncertainty and without measurement noise

4.3 考虑不确定性以及测量噪声时Lorenz系统的控制(Lorenz system control with uncertainty and measurement noise)

给用于建模的数据中添加均值为0、方差为测量值幅值的0.001的白噪声, 同时系统存在(20)描述的不确定性时, 用带有噪声的数据建立SVM回归模型. 采用基于SVM的自适应逆控制方法控制Lorenz系统从初始状态 $(x_0, y_0, z_0) = (10, 6, 6)$ 到给定状态 $(x_r, y_r, z_r) = (3, 3, 3.5)$.

SVM回归的参数同上, 仿真结果如图4所示, 控制输入 u 在 $t = 3$ s时施加, 在存在不确定性和测量噪声时, 系统状态同样可以很好的被控制到设定状态(3, 3, 3.5). 由图3和图4可见, 当考虑系统的不确定性和测量噪声时, 基于SVM的自适应逆控制方法对Lorenz混沌系统的控制仍然有效.

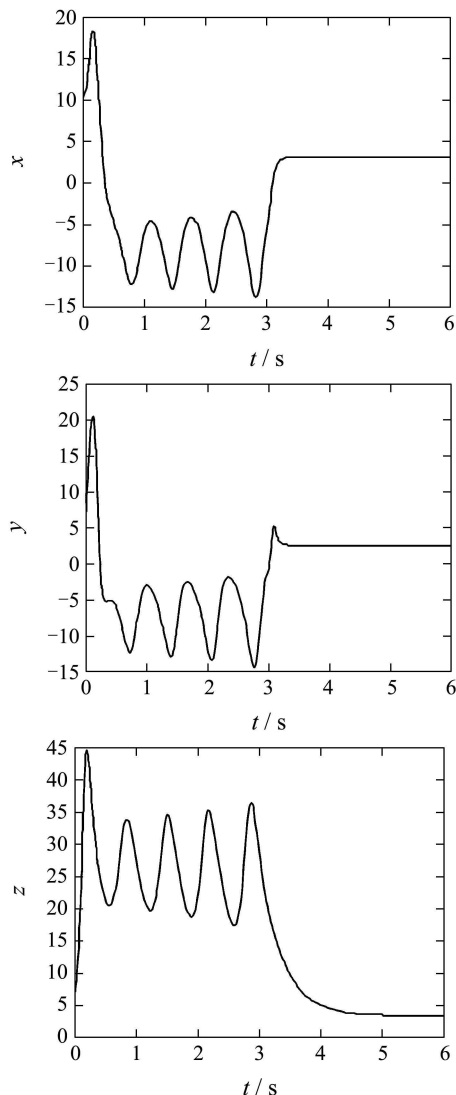


图4 考虑不确定性和测量噪声时Lorenz系统的控制

Fig. 4 Lorenz system control with uncertainty and measurement noise

5 结论(Conclusions)

以统计学习理论为理论基础的支持向量机, 由于引进了Mercer函数, 可实现强大的非线性逼近功能, 这保证了回归估计支持向量机在非线性系统辨识及控制中的应用. 本文针对一类典型的非线性混沌系统, 将自适应逆控制和支持向量机回归有机的结合起来, 并将该方法应用于Lorenz系统的控制, 不需要了解对象太多的先验知识, 只需要了解被控对象的输入输出数据就可以对系统进行控制, 而且对带有不确定性和测量噪声的混沌系统仍然可以完成有效的控制. 仿真结果表明该方法是有效的和可行的. 这

是混沌控制中的一种重要的新方法, 具有重要的研究意义.

参考文献(References):

- [1] CHEN G, DONG X. *From Chaos to Order: Perspectives, Methodologies and Applications*[M]. Singapore: World Scientific, 1998.
- [2] UETA T, CHEN G. Bifurcation analysis of Chen's attractor[J]. *Int J of Bifurcat Chaos*, 2000, 10(9): 1917 – 1931.
- [3] OTT E, GREBOGI C, YORKE J A. Controlling chaos[J]. *Physical Review Letters*, 1990, 64(11): 1196 – 1199.
- [4] FUH C C, TUNG P C. Controlling chaos using differential geometric method[J]. *Physical Review Letters*, 1995, 75(16): 2952 – 2955.
- [5] SANCHEZ E N, PEREZ J P, MARTINEZ M, CHEN G. Chaos stabilization: an inverse optimal control approach[J]. *Latin Am Appl Res: Int J*, 2002, 32(1): 111 – 115.
- [6] YASSEN M T. Adaptive control and synchronization of a modified Chua's circuit system[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2003, 135(1): 113 – 128.
- [7] LU J, ZHANG S. Controlling Chen's chaotic attractor using backstepping design based on parameters identification[J]. *Physics Letters A*, 2001, 286(2/3): 148 – 152.
- [8] 陆益民, 毛宗源, 张波. 基于免疫算法的混沌多模型微扰控制[J]. *控制理论与应用*, 2004, 21(1): 30 – 34.
(LU Yimin, MAO Zongyuan, ZHANG Bo. Multi-model solution for chaos control based on the immune algorithm[J]. *Control Theory & Applications*, 2004, 21(1): 30 – 34.)
- [9] 刘丁, 钱富才, 任海鹏, 等. 离散混沌系统的最小能量控制[J]. *物理学报*, 2004, 53(7): 2074 – 2079.
(LIU Ding, QIAN Fucui, REN Haipeng, et al. Energy minimization control for a discrete chaotic system[J]. *Acta Physica Sinica*, 2004, 53(7): 2074 – 2079.)
- [10] 刘涵, 刘丁, 任海鹏. 基于最小二乘支持向量机的混沌控制[J]. *物理学报*, 2005, 54(9): 4019 – 4025.
(LIU Han, LIU Ding, REN Haipeng. Chaos Control based on least square support vector machines[J]. *Acta Physica Sinica*, 2005, 54(9): 4019 – 4025.)
- [11] 修春波, 刘向东, 张宇河. 混沌优化与模糊控制在混沌控制中的应用[J]. *控制理论与应用*, 2005, 22(1): 63 – 71.
(XIU Chunbo, LIU Xiangdong, ZHANG Yuhe. Applications of chaos optimization and fuzzy control in chaos control[J]. *Control Theory & Applications*, 2005, 22(1): 63 – 71.)
- [12] 刘涵, 刘丁. 基于模糊sigmoid核的支持向量回归建模[J]. *控制理论与应用*, 2006, 23(2): 204 – 208.
(LIU Han, LIU Ding. Support vector regression based on fuzzy sigmoid kernel[J]. *Control Theory & Applications*, 2006, 23(2): 204 – 208.)
- [13] VAPNIK V. *The Nature of Statistical Learning Theory*[M]. New York: Springer-Verlag, 1999.
- [14] VAPNIK V. An overview of statistical learning theory[J]. *IEEE Trans on Neural Network*, 1999, 10(5): 988 – 999.
- [15] OSUNA E, FREUND R, GIROSI F. An improved training algorithm for support vector machines[C] // *Proc of IEEE Neural Networks for Signal Processing*. CA: IEEE Press, 1997, 276 – 285.
- [16] HUNT K J, SBARBARO D. Neural networks foe nonlinear internal model control[J]. *IEE Proc-D*, 1991, 138(5): 431 – 438.

作者简介:

刘涵 (1972—), 男, 工学博士, 副教授, 研究方向为复杂系统建模与控制、机器学习、智能信息处理等, E-mail: liuhan@xaut.edu.cn;

刘丁 (1957—), 男, 教授, 博士生导师, 现任西安理工大学校长, 研究方向为智能控制、复杂系统建模等.