

基于逆系统方法的广义非线性系统控制及电力系统应用

李春文^{1,2}, 刘艳红³, 陈铁军³, 吴热冰⁴, 李健勇⁵

(1. 清华大学自动化系, 北京 100084; 2. 河南省信息化电器重点实验室, 河南 郑州 450002;
3. 郑州大学电气工程学院, 河南 郑州 450001; 4. 普林斯顿大学 Frick实验室, 普林斯顿 NJ 08544;
5. 郑州轻工业学院计算机学院, 河南 郑州 450002)

摘要: 对一般广义非线性系统的反馈线性化问题, 通过将代数变量视为虚拟输入, 给出了构造性递归求逆算法, 实现了系统的精确反馈线性化. 作为该算法的应用, 讨论了带有非线性负荷的三节点电力系统的励磁控制问题, 设计了非线性励磁控制器. 仿真结果表明了方法的有效性.

关键词: 广义非线性系统; 逆系统方法; 反馈线性化; 电力系统

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Feedback control of nonlinear singular systems with application to power systems: an inverse system method

LI Chun-wen^{1,2}, LIU Yan-hong³, CHEN Tie-jun³, WU Re-bing⁴, LI Jian-yong⁵

(1. Department of Automation, Tsinghua University, Beijing 100084, China;
2. Key Laboratory of Informationed Electric Apparatus in Henan State, Zhengzhou Henan 450002, China;
3. School of Electrical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou Henan 450001, China;
4. Frick Laboratory, Princeton University, Princeton NJ 08544, USA;
5. School of Computer and Communication Engineering, Zhengzhou Institute of Light Industry, Zhengzhou Henan 450002, China)

Abstract: For the exact feedback linearization of general nonlinear singular systems, by taking the algebraic variables as virtual inputs, a recursion inverse algorithm is introduced in this paper. As an application of the proposed method, the excitation control of a three-node power system with nonlinear load is discussed. Simulation results also illustrate the effectiveness of the control strategy.

Key words: nonlinear singular systems; inverse system method; feedback linearization; power systems

1 引言 (Introduction)

电力系统、机器人系统等大型复杂系统在数学模型上都表现为广义非线性系统^[1~3]. 关于广义非线性系统分析的研究已经取得了不少成果^[1,2,4,5], 而系统综合方面的研究还不充分.

逆系统方法作为一种重要的非线性系统综合方法, 在线性化、跟踪和解耦控制中有广泛应用. 广义系统可逆性及逆系统的研究始于80年代末, 文献[6,7]分别对连续和离散微分代数线性系统的可逆性进行了研究. 文献[8]将非线性求逆算法推广到广义仿射非线性系统, 但由于求逆过程涉及到非线性方程组的求解和带入, 使得求逆算法难以实现. 文献[9]对一类广义非线性系统提出一种新的构造性求逆算法, 克服了非线性方程组的求解问题, 使得求逆算法对足够光滑的广义非线性系统成为可行.

本文将文献[9]提出的求逆算法推广到一般广义非线性系统, 给出了系统的构造性求逆算法, 并讨论了系统的反馈线性化问题. 作为广义系统逆系统方法的应用, 将构造性求逆算法应用于包含负荷的三节点电力系统的励磁控制问题^[10], 设计了非线性励磁控制器, 仿真结果验证了本文方法的有效性.

2 广义非线性系统逆系统方法(Inverse system method of nonlinear singular systems)

对一般广义非线性系统, 无法从代数方程中得到代数变量的隐式表达. 如果将系统代数变量看作虚拟输入量, 则在一定条件下可以得到系统代数变量和输入变量的一组独立的代数方程, 进而构造出逆系统的具体形式. 基于该思想, 本节将逆系统方法推广到一般广义非线性系统.

2.1 广义非线性系统的递归求逆算法(Incursive inverse algorithm for nonlinear singular systems)

考虑下面广义非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, z, u), 0 = g(x, z, u), \\ y = h(x, z, u). \end{cases} \quad (1)$$

其中 $x \in \mathbb{R}^n, z \in \mathbb{R}^s, u \in \mathbb{R}^m, y \in \mathbb{R}^r$ 分别为系统的状态变量、代数变量、输入变量和输出变量, $f(\cdot), g(\cdot), h(\cdot)$ 是充分可微的向量函数.

将系统(1)中代数方程和输出方程合并写为

$$0 = \begin{pmatrix} g(x, z, u) \\ h(x, z, u) - y \end{pmatrix} = \bar{h}(x, z, u, y). \quad (2)$$

并令

$$S_0: \begin{cases} \dot{x} = f(x, z, u), \\ \bar{h}(x, z, u, y) = 0, \end{cases} \quad (3)$$

其中 $x \in M_0 \subset \mathbb{R}^n, z \in J_0 \subset \mathbb{R}^s, u \in L_0 \subset \mathbb{R}^m, y \in N_0 \subset \mathbb{R}^r$. 下面递归地定义系统 S_k

$$S_k: \begin{cases} \dot{x} = f(x, z, u), \\ h_k(x, z, u, y, \dot{y}, \dots, y^{(k)}) = 0. \end{cases} \quad (4)$$

其中 $x \in M_k, z \in J_k, u \in L_k, [y, \dot{y}, \dots, y^{(k)}] \in N_k$.

记 $\mu_k = \max_{\Omega_k} \left\{ \text{rank} \frac{\partial h_k(\cdot)}{\partial(z, u)} \right\}$, 其中 $\Omega_k = [L_k, J_k, M_k, N_k]$. 令

$$\begin{aligned} \bar{\Omega}_{k+1} &= [L_{k+1}, J_{k+1}, M_{k+1}, \bar{N}_{k+1}], \\ M_{k+1} &= \left\{ x | x \in M_k, \text{rank} \frac{\partial h_k}{\partial(z, u)} = \mu_k \right\}, \\ J_{k+1} &= \left\{ z | z \in J_k, \text{rank} \frac{\partial h_k}{\partial(z, u)} = \mu_k \right\}, \\ L_{k+1} &= \left\{ u | u \in L_k, \text{rank} \frac{\partial h_k}{\partial(z, u)} = \mu_k \right\}, \\ \bar{N}_{k+1} &= \left\{ (y, \dot{y}, \dots, y^{(k)}) | (y, \dot{y}, \dots, y^{(k)}) \in N_k, \right. \\ &\quad \left. \text{rank} \frac{\partial h_k}{\partial(z, u)} = \mu_k \right\}. \end{aligned}$$

如果 $\mu_k < s + r$, 从 $h_k(\cdot)$ 中选取 μ_k 个相互独立的函数记为 $\bar{h}_k(\cdot)$, 将其余 $s + r - \mu_k$ 个函数记为 $\hat{h}_k(\cdot)$, 则一定存在 $(s + r - \mu_k) \times \mu_k$ 维变换矩阵 $E_k(x, z, u, y, \dot{y}, \dots, y^{(k)})$, 使得在 $\bar{\Omega}_{k+1}$ 中有

$$\frac{\partial \hat{h}_k}{\partial(z, u)} = E(\cdot) \frac{\partial \bar{h}_k}{\partial(z, u)}. \quad (5)$$

记 $h_k(\cdot) = [\bar{h}_k(\cdot) \ \hat{h}_k(\cdot)]^T$, 则(4)可以表示为

$$\frac{\partial \bar{h}_k(\cdot)}{\partial x} f(x, z, u) + \frac{\partial \bar{h}_k}{\partial(z, u)} (\dot{z}, \dot{u}) + \sum_{i=0}^k \frac{\partial \bar{h}_k}{\partial y^{(i)}} y^{(i+1)} = 0, \quad (6a)$$

$$\frac{\partial \hat{h}_k(\cdot)}{\partial x} f(x, z, u) + \frac{\partial \hat{h}_k}{\partial(z, u)} (\dot{z}, \dot{u}) + \sum_{i=0}^k \frac{\partial \hat{h}_k}{\partial y^{(i)}} y^{(i+1)} = 0. \quad (6b)$$

根据式(5) (6a)可化为

$$\begin{aligned} &\left(\frac{\partial \hat{h}_k}{\partial x} - E(\cdot) \frac{\partial \bar{h}_k}{\partial x} \right) f(x, z, u) + \\ &\left(\sum_{i=0}^k \frac{\partial \hat{h}_k}{\partial y^{(i)}} - E(\cdot) \sum_{i=0}^k \frac{\partial \bar{h}_k}{\partial y^{(i)}} \right) y^{(i+1)} = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

记

$$\begin{aligned} \tilde{h}_k(\cdot) &= \left(\frac{\partial \hat{h}_k}{\partial x} - E(\cdot) \frac{\partial \bar{h}_k}{\partial x} \right) f(x, z, u) + \\ &\left(\sum_{i=0}^k \frac{\partial \hat{h}_k}{\partial y^{(i)}} - E(\cdot) \sum_{i=0}^k \frac{\partial \bar{h}_k}{\partial y^{(i)}} \right) y^{(i+1)}, \end{aligned} \quad (8)$$

并令 $h_{k+1}(\cdot) = \begin{bmatrix} \bar{h}_k(\cdot) \\ \tilde{h}_k(\cdot) \end{bmatrix}$. 定义 S_{k+1} 为

$$S_{k+1}: \begin{cases} \dot{x} = f(x, z, u), \\ h_{k+1}(x, z, u, y, \dot{y}, \dots, y^{(k+1)}) = 0, \end{cases} \quad (9)$$

其中: $x \in M_{k+1}, z \in J_{k+1}, u \in L_{k+1}, [y, \dot{y}, \dots, y^{(k+1)}] \in N_{k+1}, N_{k+1} = \{(y, \dot{y}, \dots, y^{(k+1)}) | (x, z, u, y, \dots, y^{(k)}) \in \bar{\Omega}_{k+1}\}$. 若在有限步骤之内有 $\mu_k = s + r$, 记满足该条件的最小整数为系统的右相对阶 α . 至此可得 $s + r$ 个相对于 $[z^T, u^T]^T$ 独立的方程

$$h_\alpha(x, z, u, y, \dot{y}, \dots, y^{(\alpha)}) = 0. \quad (10)$$

根据隐函数定理, 有

$$[z^T, u^T] = h_\alpha^{-1}(x, z, u, y, \dot{y}, \dots, y^{(\alpha)}). \quad (11)$$

对式(11)按照 z 和 u 的维数作相应分划, 得

$$\begin{pmatrix} z \\ u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{h}_\alpha^{-1}(x, z, u, y, \dot{y}, \dots, y^{(\alpha)}) \\ \tilde{\tilde{h}}_\alpha^{-1}(x, z, u, y, \dot{y}, \dots, y^{(\alpha)}) \end{pmatrix}. \quad (12)$$

将式(11)代入(1)并作变量替换, 可构造出系统 $\hat{\Sigma}$:

$$\hat{\Sigma}: \begin{cases} \dot{\zeta} = f(\zeta, h_\alpha^{-1}(\zeta, z, w, v, \dot{v}, \dots, v^{(\alpha)})), \\ 0 = \hat{h}_\alpha(\zeta, z, w, v, \dot{v}, \dots, v^{(\alpha)}), \\ w = \tilde{\tilde{h}}_\alpha^{-1}(\zeta, z, v, \dot{v}, \dots, v^{(\alpha)}). \end{cases} \quad (13)$$

其中 $x \in \mathbb{R}^n, z \in \mathbb{R}^s, v \in \mathbb{R}^m, w \in \mathbb{R}^r$ 分别为系统的状态变量、代数变量、输入变量和输出变量.

由上述构造过程可知, 系统 $\hat{\Sigma}$ 是系统 Σ 的一个右逆系统.

2.2 伪线性系统(Pseudo-linear systems)

将右逆系统 $\hat{\Sigma}$ 串联在原系统 Σ 之前, 可以得到具有线性传递关系的系统. 但由于右逆系统中包含有纯微分环节, 在物理上是不可实现的, 从而不能利用它完成线性化设计. 通过输入重定义和动态补偿, 可

以得到下面能够实现的 α 阶积分逆系统:

$$\begin{cases} \dot{\xi} = A_{c0}\xi + B_{c0}\varphi, \\ \dot{x} = f(x, z, h_{\alpha}^{-1}(x, \xi, \varphi)), \\ 0 = g(x, z, u), \\ y = h(x, z, h_{\alpha}^{-1}(x, \xi, \varphi)). \end{cases} \quad (14)$$

其中:

$$\begin{aligned} \xi_i &= [v_i^{(\beta_i)}, v_i^{(\beta_i+1)}, \dots, v_i^{(\alpha_i-1)}]^T, \\ \varphi_i &= [v_1^{(\alpha_1)}, v_2^{(\alpha_2)}, \dots, v_r^{(\alpha_r-1)}]^T. \end{aligned}$$

进一步, 如果原系统和逆系统的状态结构相同, 同时原系统状态可测, 则通过状态替换以及输入重定义和串联积分动态补偿, 可以得到可实现的 α 阶积分逆系统. 将该 α 阶积分逆系统串联在原系统之前, 还可构成积分解耦伪线性系统.

3 基于广义非线性系统模型的电力系统励磁控制(Excitation control of power systems with nonlinear singular system model)

3.1 三节点电力系统控制数学模型(Mathematic model of a three-node power system)

考虑图1所示包含非线性负荷的电力系统^[10]:

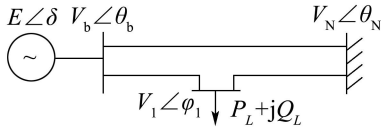


图1 三节点电力系统结构图

Fig. 1 Circuit configuration of a three-node power system

同步电机采用单轴模型时, 其动态方程可表示为

$$\dot{\delta} = \omega, \quad (15a)$$

$$\dot{\omega} = \frac{\omega_0}{H} P_m - D\omega - P_e \omega_0, \quad (15b)$$

$$\dot{E}'_q = \frac{x_d - x'_d}{T'_{d0}} K(\delta, E'_q, \theta_b, V_b, \varphi_l, V_l, V_f), \quad (15c)$$

其中:

$$\begin{aligned} K(\cdot) &= \frac{x_d}{x'_d(x_d - x'_d)} E'_q + \frac{1}{x'_d} V_b \cos(\delta - \theta_b) + \frac{1}{x_d - x'_d} V_f, \\ P_e &= \frac{x'_d - x_q}{2x'_d x_q} V_b^2 \sin 2(\delta - \theta_b) + \frac{1}{x'_d} E'_q V_b \sin(\delta - \theta_b). \end{aligned}$$

发电机机端母线节点及负荷节点母线应满足的潮流方程为

$$0 = g_b(\delta, E'_q, \theta_b, V_b, \varphi_l, V_l), \quad (16a)$$

$$0 = h_b(\delta, E'_q, \theta_b, V_b, \varphi_l, V_l), \quad (16b)$$

$$0 = g_l(\delta, E'_q, \theta_b, V_b, \varphi_l, V_l), \quad (16c)$$

$$0 = h_l(\delta, E'_q, \theta_b, V_b, \varphi_l, V_l). \quad (16d)$$

其中 g_b, h_b, g_l, h_l 分别为发电机极端母线和负荷母线上的有功功率和无功功率平衡方程, 其具体表达式以及上述各方程中变量的意义请参阅文献[10].

为了保持发电机功角稳定, 选择输出变量为

$$y = \delta - \delta_0. \quad (17)$$

令 $x = [\delta, \omega, E'_q]^T, z = [V_b, \theta_b, V_l, \theta_l]^T, u = V_f$. 综合式(16)(18), 图1所示电力系统的控制数学模型可表示为下面广义非线性系统

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, z) + p(x, z)u, \\ 0 = g(x, z), \\ y = \delta - \delta_0. \end{cases} \quad (18)$$

3.2 基于广义非线性系统模型电力系统励磁控制(Excitation control of power system based on nonlinear singular system model)

电力系统在正常运行条件下, $\frac{\partial g}{\partial z}$ 在运行点非奇异, 代数变量动态应满足

$$\dot{z} = -\left[\frac{\partial g}{\partial z}\right]^{-1} \frac{\partial g}{\partial x} [f(x, z) + p(x, z)u], \quad (19)$$

其中

$$\left[\frac{\partial g}{\partial z}\right]^{-1} \frac{\partial g}{\partial x} = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & 0 & \gamma_{13} \\ \gamma_{21} & 0 & \gamma_{23} \\ \gamma_{31} & 0 & \gamma_{33} \\ \gamma_{41} & 0 & \gamma_{43} \end{bmatrix}.$$

根据广义非线性系统的构造性逆系统方法, 可得

$$y^{(3)} = \frac{\omega_0}{H} \dot{P}_m - \frac{D}{H} \dot{\omega} - \frac{\omega_0}{H} \dot{P}_e, \quad (20)$$

从而

$$\begin{aligned} V_f &= \frac{x'_d T'_{d0}}{V_b \sin(\delta - \theta_b)} \left(\dot{P}_m - \frac{D\dot{\omega}}{\omega_0} - \frac{y^{(3)}}{\omega_0} - a\dot{V}_b + \right. \\ &\quad \left. b\dot{\theta}_b \right) - \frac{x_d E'_q}{x'_d T'_{d0}} - \frac{x_d - x'_d}{x'_d T'_{d0}} V_b \cos(\delta - \theta_b). \end{aligned} \quad (21)$$

其中:

$$\begin{aligned} a &= \frac{x'_d - x_q}{x'_d x_q} V_b \sin 2(\delta - \theta_b) + \frac{1}{x'_d} E'_q \sin(\delta - \theta_b), \\ b &= \frac{x'_d - x_q}{x'_d x_q} V_b^2 \cos 2(\delta - \theta_b) + \frac{1}{x'_d} V_b E'_q \cos(\delta - \theta_b). \end{aligned}$$

故系统是 $\alpha = 3$ 右可逆的. 令 $y^{(3)} = \varphi$, 对式(21)作变量替换. 假设系统输入机械功率保持不变, 同时考虑到 $\dot{\theta}_b = \Delta\omega_b$, 并有 $a \approx 0, b \approx -\frac{x'_d - x_q}{x'_d x_q} V_b^2 - \frac{1}{x'_d} V_b E'_q$, 可得励磁控制器

$$V_f = \frac{x'_d T'_{d0}}{V_b \sin(\delta - \theta_b)} \left(-\frac{D\dot{\omega}}{\omega_0} - \frac{\varphi}{\omega_0} \right) - \frac{T'_{d0}}{\sin(\delta - \theta_b)} \left(\frac{x'_d - x_q}{x_q} V_b + E'_q \right) \Delta\omega_b - \frac{x_d E'_q}{x'_d T'_{d0}} - \frac{x_d - x'_d}{x'_d T'_{d0}} V_b. \quad (22)$$

在该控制器作用下, 系统成为伪线性系统, 可依据线性系统理论设计控制器以实现预期控制效果. 按照最优控制理论可得系统的一个最优控制器如下

$$\varphi = -\Delta\delta - 2.29\Delta\omega - 2.14\Delta\dot{\omega}. \quad (23)$$

3.3 仿真研究(Simulation)

为了验证控制效果, 在电力系统专用仿真软件平台上对非线性最优励磁控制器^[11]与本文提出的励磁控制器进行仿真比较研究. 仿真参数见表1.

表1 电力系统仿真参数

Table 1 Network parameters of power systems

x_d	x'_d	x_q	H	D	T'_{d0}	x_L	x_T
2.160	0.265	0.23	8.0	3	8.632	0.4	0.12

假设系统在 $t = 0$ s 时发端高压母线发生三相短路接地, $t = 0.25$ s 后故障切除; $t = 2 \sim 3$ s 时负荷出现20%随机波动. 控制器的物理限制为 $\max |V_f| = 2.8$ p.u.. 仿真结果如图2和3所示.

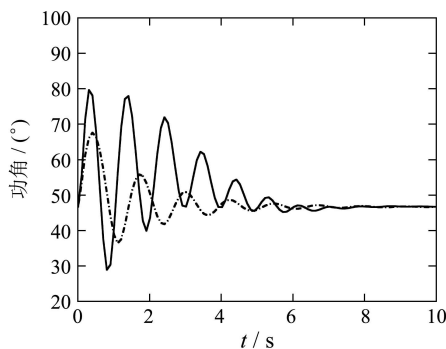


图2 功角响应曲线

Fig. 2 Response of the generator angle

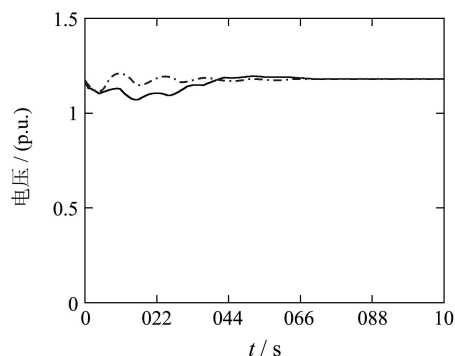


图3 负荷母线电压响应曲线

Fig. 3 Response of the load bus voltage

从仿真结果可以看出, 与非线性最优控制器相比, 本文提出的励磁控制器能够更好地提高系统的功角和电压稳定性.

4 结论(Conclusion)

本文首先讨论了广义非线性系统的构造性求逆算法, 给出了精确反馈线性化控制律, 然后将算法应用于具有负荷的三节点电力系统非线性励磁控制器设计. 仿真结果表明了该算法能有效提高电力系统的稳定性.

参考文献 (References):

- [1] VENKATASUBRAMANIAN V, SCHÄTTLER H, ZABORSZKY J. Dynamics of large constrained nonlinear systems-a taxonomy theory[J]. *Proceedings of the IEEE*, 1995, 83(11): 1530 – 1561.
- [2] DAVID J H, IVEN M Y M. Stability theory for differential algebraic systems with application to power systems[J]. *IEEE Trans on Circuits Syst*, 1990, 37(11): 1416 – 1423.
- [3] MCCLAMBOCH H N, WANG D W. Feedback stabilization and tracking of constrained robots[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1988, 33(5): 419 – 426.
- [4] RICARDO R. Double SIB points in differential-algebraic systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2003, 48(9): 1625 – 1629.
- [5] 刘永清, 邱卫根. 指数-2非线性广义系统的解及其稳定性[J]. *应用数学*, 1998, 11(3): 48 – 53.
(LIU Yongqing, QIU Weigen. Stability and solution of nonlinear index-2 tractable DAEs[J]. *Mathematica Application*, 1998, 11(3): 48 – 53.)
- [6] TAN S H, VANDEWALLE J. Inversion of singular systems[J]. *IEEE Trans on Circuits Systems*, 1988, 35(5): 583 – 587.
- [7] EITO HAMI M, LOVASSNAGY V, POWERS D L. On minimal order inverse of discrete-time descriptor systems[J]. *Int J of Control*, 1985, 41(4): 991 – 1004.
- [8] WANG J, LIU X P. On the invertibility of affine nonlinear singular control systems[C] // *Proc of the 16th American Control Conference*. Albuquerque: [s.n.], 1997: 3237 – 3241.
- [9] 吴热冰, 李春文, 刘艳红. 广义非线性系统的右可逆性[J]. *自动化学报*, 2003, 29(6): 927 – 931.
(WU Rebing, LI Chunwen, LIU Yanhong. Right invertibility of nonlinear singular systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2003, 29(6): 927 – 931.)
- [10] NIKOS A T, ARISTOTOLE A, PRAVIN P V. A structure preserving energy function for power system transient stability analysis[J]. *IEEE Trans on Circuit Systems*, 1985, 32(10): 1041 – 1049.
- [11] LU Q, SUN Y, XU Z, et al. Decentralized nonlinear optimal excitation control[J]. *IEEE Trans on Power Systems*, 1996, 11(4): 1957 – 1962.

作者简介:

李春文 (1958—), 男, 清华大学自动化系博士生导师, 研究兴趣为非线性系统控制、电力系统控制, E-mail: lcw@mails.tsinghua.edu.cn;

刘艳红 (1970—), 女, 博士, 研究兴趣为广义系统控制、非线性系统控制、电力系统控制, E-mail: liuyh99@mails.tsinghua.edu.cn;

陈铁军 (1954—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为复杂系统控制, E-mail: tchen@zzu.edu.cn;

吴热冰 (1976—), 男, 博士, 研究兴趣为非线性系统控制、量子控制, E-mail: rewu@princeton.edu;

李健勇 (1969—), 男, 硕士, 研究方向为信号处理与计算机仿真, E-mail: lijianrong@zzuli.edu.cn.