

基于幅值裕度和相位裕度的PID参数最优整定方法

欧林林¹, 顾诞英², 张卫东²

(1. 浙江工业大学 信息工程学院, 浙江 杭州 310032; 2. 上海交通大学 自动化系, 上海 200030)

摘要: 给出一种基于幅值裕度和相位裕度的PID参数最优整定方法. 首先, 基于改进的D-分割法确定满足幅值裕度和相位裕度要求的控制参数稳定域, 然后根据最大灵敏度函数、超调和调节时间定义控制器设计的目标函数, 在所得到的控制参数稳定域中计算出一组最优的控制参数值. 仿真结果表明, 该整定方法能够保证闭环系统具有强鲁棒性、良好的跟踪性能和抗干扰性能. 它不仅适用于稳定时滞对象, 而且还适用不稳定时滞对象.

关键词: PID控制器; 幅值裕度; 相位裕度; 时滞; 最优整定

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Optimal tuning method of PID controller based on gain margin and phase margin

OU Lin-lin¹, GU Dan-ying², ZHANG Wei-dong²

(1. College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou Zhejiang 310032, China;

2. Department of Automation, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200030, China)

Abstract: An optimal tuning method of PID controller based on gain margin and phase margin is proposed in this paper. The stability region of the controller parameters, which satisfies the required gain margin and phase margin, is first determined on the basis of the improved D-partition approach. Then, in the resultant stability region, the optimal control parameters are found in terms of the objective function related to maximal sensitivity function, overshoot and settling time. Simulation results also demonstrate that, the proposed tuning method ensures that the closed-loop system has strong robustness, good setpoint tracking performance and disturbance rejection performance. It is appropriate not only for stable plants with time delay but also for unstable time-delayed processes.

Key words: PID controller; gain margin; time delay; optimal tuning

1 引言(Introduction)

PID控制器因其结构简单、易于实现、适用范围广、鲁棒性好等优点, 在工业过程控制中得到了广泛的应用. PID控制器参数的调节与优化一直是控制领域广为关注的问题^[1,2]. 对于时滞系统中PID控制器的设计, 大多数方法都是采用有理传递函数来逼近时滞项, 然后根据不同的性能指标设计PID控制器^[3,4]. 但是, 由于时滞项逼近误差的存在, 采用此类PID控制器设计方法无法得到控制参数的最优值. 尽管已有一些文献提出基于幅值和相位裕度的PID参数整定方法^[5~7], 但大多都是通过对反正切函数进行近似获得PID控制器参数的调节公式或采用模糊神经网络辨识幅值和相位裕度与控制参数之间的关系, 因此采用这些方法很难获得能同时满足

系统标称性能和鲁棒性能要求的最优PID控制器.

本文基于幅值裕度和相位裕度, 给出了一种新的PID控制器鲁棒最优整定方法. 首先基于改进的D-分割法确定满足幅值裕度和相位裕度要求的控制参数稳定域, 然后, 用最大灵敏度函数、超调和调节时间来定义目标函数, 在所得到的控制参数稳定域中搜索出一组最优的PID控制参数值. 该整定方法不需要引入有理近似, 能够保证闭环系统具有良好的标称性能和鲁棒性能.

2 PID控制参数的稳定域(Stability region of PID control parameters)

考虑图1所示的单位反馈控制系统, 其中, $C(s)$ 为控制器, $G(s)$ 为被控对象. 在工业过程控制中, 大多数的被控对象都具有一阶惯性加纯时滞过程的动态

特性^[8], 因而 $G(s)$ 可以表示为

$$G(s) = \frac{k}{\tau s + 1} e^{-\theta s}, \quad (1)$$

$C(s)$ 为PID控制器

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s, \quad (2)$$

其中: k_p 为比例增益, k_i 为积分增益, k_d 为微分增益. 图1中单位反馈控制系统的闭环特征方程为

$$\delta(s; p) = k(k_d s^2 + k_p s + k_i) e^{-\theta s} + s(\tau s + 1) = 0, \quad (3)$$

其中向量 $p = (k_p, k_i, k_d)$.

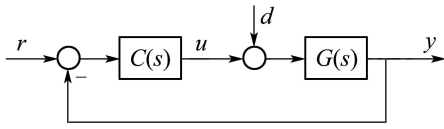


图1 单位反馈控制系统

Fig. 1 Unity feedback control system

定义 $A(s) = s(\tau s + 1)$, $B(s; p) = k(k_d s^2 + k_p s + k_i)$. 根据改进的D-分割法^[9], PID控制参数稳定域边界的集合为

$$\begin{aligned} \partial D = \partial D_0 \cup \partial D_\infty \cup \partial D_\omega = \\ \{p | \delta(0; p) = 0\} \cup \{p | \delta(\infty; p) = 0\} \cup \\ \{p | \delta(j\omega; p) = 0, \forall \omega \in (0, +\infty)\}, \end{aligned} \quad (4)$$

其中 ω 是下述方程的正实根

$$A(j\omega)A(-j\omega) - B(j\omega; p)B(-j\omega; p) = 0, \quad (5)$$

∂D_0 和 ∂D_∞ 称为奇异边界线; ∂D_ω 称为非奇异边界线. 由式(4)可得奇异边界线

$$\partial D_0 : k_i = 0, \quad \partial D_\infty : k_d = |\tau/k| \quad (6)$$

把 $s = j\omega$ 代入式(3)得

$$\begin{aligned} \delta_r + j\delta_i = -\tau\omega^2 + (kk_i - kk_d\omega^2) \cos(\theta\omega) + \\ kk_p\omega \sin(\theta\omega) + j[-(kk_i - kk_d\omega^2) \\ \sin(\theta\omega) + kk_p\omega \cos(\theta\omega) + \omega] = 0, \end{aligned} \quad (7)$$

其中 δ_r 和 δ_i 分别表示 $\delta(j\omega)$ 的实部和虚部. 式(7)又等价于

$$\begin{aligned} \delta_r^2 + \delta_i^2 = (\tau^2 + k^2 k_d^2) \omega^4 + (1 - 2k^2 k_i k_d + \\ k^2 k_p^2) \omega^2 + k^2 k_i^2 - 2(\tau k k_i \omega^2 - \tau k k_d \omega^4 - \\ k k_p \omega^2) \cos(\theta\omega) + (-\tau k k_p \omega^3 + 2k k_d \omega^3 - \\ 2k k_i \omega) \sin(\theta\omega) = 0, \end{aligned} \quad (8)$$

当 $|k k_d / \tau| \geq 1$ 时, 式(3)具有无穷多个右半平面根^[10]. 因此, 要保证闭环系统稳定, 必须满足不等式 $-\tau/k < k_d < \tau/k$. 由式(5)得:

$$(\tau^2 - k^2 k_d^2) \omega^4 + (1 + 2k^2 k_i k_d - k^2 k_p^2) \omega^2 - k^2 k_i^2 = 0. \quad (9)$$

由于 $\tau^2 - k^2 k_d^2 > 0$, 因此解方程(9)可得

$$\omega = \sqrt{\frac{k^2 k_p^2 - 2k^2 k_i k_d - 1 + f}{2(\tau^2 - k^2 k_d^2)}}. \quad (10)$$

其中:

$$f = \sqrt{(1 + 2k^2 k_i k_d - k^2 k_p^2)^2 + 4k^2 k_i^2 (\tau^2 - k^2 k_d^2)},$$

把式(10)代入式(8)则可得到与 ω 无关的非奇异边界线. 由该非奇异边界线和奇异边界线(6)所包围的区域即为PID控制参数的稳定域. 当 k_p , k_i 和 k_d 中的任意一个固定时, 根据式(6)(8)(10)都可以确定其它两个控制参数的稳定域. 由于 k_d 的值必须位于区间 $(-\tau/k, \tau/k)$ 中, 因此在本文中把 k_d 作为遍历的控制参数.

3 基于幅值裕度和相位裕度的PID参数最优整定方法(Optimal tuning of PID controller based on gain margin and phase margin)

把幅值-相位测试方法^[11]和上述确定控制参数稳定域的方法相结合, 可以得到满足幅值裕度和相位裕度要求的控制参数区域. 在图1所示的控制系统的前向通道中引入幅值-相位测试器 $Ae^{-j\phi}$ 得到控制系统的闭环特征方程

$$\begin{aligned} \delta'(s) = 1 + Ae^{-j\phi} C(s) G(s) = \\ s(\tau s + 1) + kA(k_d s^2 + k_p s + k_i) e^{-(\theta s + \phi)} = 0, \end{aligned} \quad (11)$$

由式(11)可知, 当 $A = 1$ 时, ϕ 是系统的相位裕度, 当 $\phi = 0$ 时, A 是系统的幅值裕度. 从而把求解满足幅值裕度和相位裕度要求的控制参数问题转化为求解控制参数稳定域的问题. 与上述确定控制参数稳定域的方法类似, 根据式(4)可得

$$\begin{cases} \partial D'_0 : k_i = 0, \\ \partial D'_\infty : k_d = \pm \frac{\tau e^\phi}{kA}, \\ \partial D'_\omega : (\tau^2 + A^2 k^2 k_d^2) \omega^4 + (1 - 2A^2 k^2 k_i k_d + A^2 k^2 k_p^2) \omega^2 + A^2 k^2 k_i^2 - 2(\tau A k k_i \omega^2 - A k k_p \omega^2 - \\ A \tau k k_d \omega^4) \cos(\theta\omega + \phi) + (-A \tau k k_p \omega^3 + \\ 2A k k_d \omega^3 - 2A k k_i \omega) \sin(\theta\omega + \phi) = 0, \end{cases} \quad (12)$$

其中

$$\omega = \sqrt{\frac{k_0^2 k_p^2 - 2k_0^2 k_i k_d - 1 + f'}{2(\tau^2 - k_0^2 k_d^2)}}, \quad (13)$$

这里:

$$k_0 = Ake^{-\phi},$$

$$f' = \sqrt{(1+2k_0^2k_i k_d - k_0^2k_p^2)^2 + 4k_0^2k_i^2(\tau^2 - k_0^2k_d^2)}.$$

令 $\phi = 0$, 则由 $\partial D'_0$, $\partial D'_\infty$ 和 $\partial D'_\omega$ 组成的稳定边界所包围的区域为幅值裕度大于 A 的区域. 同样, 令 $A = 1$, 则由 $\partial D'_0$, $\partial D'_\infty$ 和 $\partial D'_\omega$ 组成的边界所包围的区域为相位裕度大于 ϕ 的区域. 这两个区域和稳定域的交集即为幅值裕度大于 A 且相位裕度大于 ϕ 的稳定区域.

幅值裕度和相位裕度仅是系统的鲁棒性指标, 在设计控制器时, 还期望系统具有良好的输入跟踪性能和干扰抑制性能. 输入跟踪性能通常用超调量、调节时间来衡量, 超调量和调节时间越小, 输入跟踪性能就越好; 干扰抑制性能通常用最大灵敏度函数来衡量, 最大灵敏度函数越小, 系统的抗干扰性能越好.

定义目标函数为

$$F(k_p, k_i, k_d) = w_1\sigma + w_2t_s + w_3M_s, \quad (14)$$

其中: σ 为超调, t_s 为调节时间, M_s 为最大灵敏度函数, w_1, w_2 和 w_3 为权系数, 并满足 $w_1 + w_2 + w_3 = 1$. 通过调整权系数的大小可以对系统的不同控制品质进行加权优化. 把满足增益裕度和相位裕度指标的控制参数稳定域表示为 M , 则对于区间 $(-|\tau/k|, |\tau/k|)$ 中的每个 k_d 值, 约束优化问题可以表示为

$$\begin{cases} \min (F(k_p, k_i)), \\ \text{s.t. } (k_p, k_i) \in M, \end{cases} \quad (15)$$

从而, 通过求解优化问题(15)可以得到一组最优的控制参数值.

4 仿真实例(Simulation example)

考虑文献[4]中的一阶稳定时滞过程

$$G(s) = \frac{1}{s+1}e^{-s}.$$

假定要求系统的幅值裕度和相位裕度满足 $5 \text{ dB} \leq G_m \leq 10 \text{ dB}$, $P_m \geq 60^\circ$.

由以上讨论知, 仅当 $k_d \in (-1, 1)$ 时, PID 控制器才能够镇定该时滞过程. 在区间 $(-1, 1)$ 中选取 $k_d = 0.26$, 然后根据式(8)和式(12)可以确定满足幅值裕度和相位裕度要求的 (k_p, k_i) 稳定域, 如图2中的阴影部分所示, 最后求解优化问题(15), 可得 $k_p = 0.9013$, $k_i = 0.6233$. 将所得到的PID控制器与Toscano设计的PID控制器^[4]作比较, 在 $t = 0 \text{ s}$ 和 $t = 15 \text{ s}$ 时分别加入单位阶跃输入和单位反向阶跃扰动信号, 所得到的系统响应如图3所示. 同时, 给出了模型参数发

生摄动时(如 k, τ 和 θ 均增大10%)系统的输出响应, 如图4所示. 由图3和图4可见, 在这两种情况下, 采用本文方法所得到的给定值响应和抗干扰响应都明显优于Toscano方法.

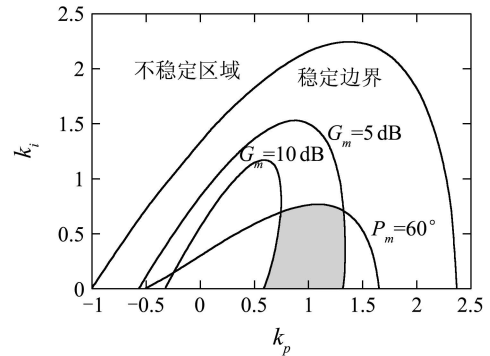


图2 满足 $5 \text{ dB} \leq G_m \leq 10 \text{ dB}$, $P_m \geq 60^\circ$ 的控制参数稳定域
Fig. 2 Stability region of the control parameters satisfying $5 \text{ dB} \leq G_m \leq 10 \text{ dB}$, $P_m \geq 60^\circ$

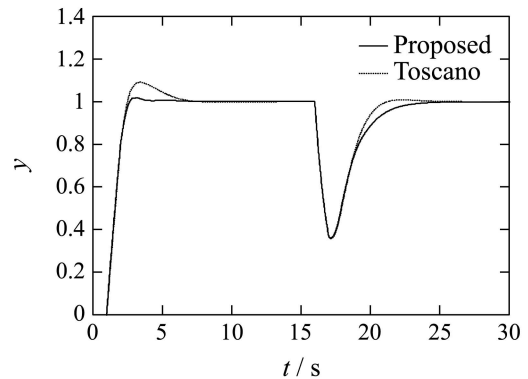


图3 模型精确时闭环系统的输出响应
Fig. 3 Output response in the nominal case

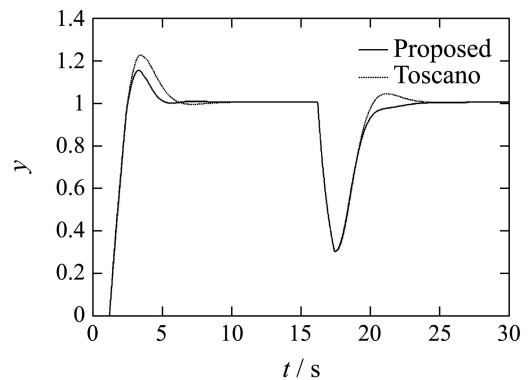


图4 模型参数摄动时闭环系统的输出响应
Fig. 4 Output response in the perturbed case

当在 k_d 的可允许区间内取值时, 如果期望系统具有更小的扰动响应峰值, 则需把 k_d 的值取的大一些; 如果期望系统具有更小的超调, 则需把 k_d 的值取的小一些^[12]. 例如, 考虑 $k_d = 0.1$ 和 $k_d = 0.3$ 两种情

况下采用本文方法设计PID控制器所得到的系统输出响应。经计算,当 $k_d = 0.1$ 时, $k_p = 0.5$, $k_i = 0.42$, 当 $k_d = 0.3$ 时, $k_p = 0.95$, $k_i = 0.64$ 。由图5中的系统输出响应曲线可知,与 $k_d = 0.1$ 时的系统响应相比,当 $k_d = 0.3$ 时,系统具有更小的扰动响应峰值,但却出现了超调现象。

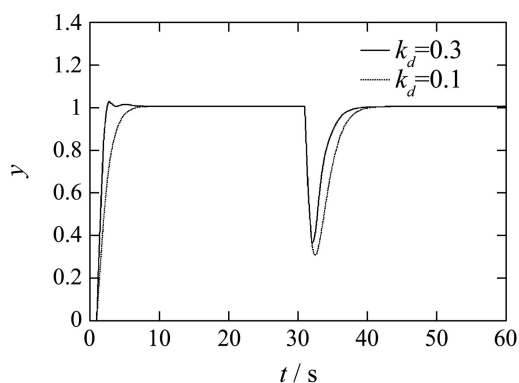


图5 不同 k_d 值对应的闭环系统输出响应

Fig. 5 Output response corresponding to different k_d values

5 结论(Conclusions)

本文根据改进的D-分割法及与最大灵敏度、超调和调节时间有关的目标函数,给出一种基于幅值裕度和相位裕度的PID参数最优整定方法。采用该方法设计的PID控制器不仅能够保证闭环系统获得期望的幅值裕度和相位裕度而且能够得到较好的跟踪性能和抗干扰性能。该方法的主要优点是避免了时滞项有理近似的引入,适用于稳定和不稳定时滞对象。最后的仿真实例验证了该方法的优越性。

参考文献(References):

- [1] 王伟, 张晶涛, 柴天佑. PID参数先进整定方法综述[J]. 自动化学报, 2000, 26(3): 347 – 355.
(WANG Wei, ZHANG Jingtao, CHAI Tianyou. A survey of advanced PID parameter tuning methods[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2000, 26(3): 347 – 355.
- [2] 谭文, 刘吉臻. 典型工业过程的 H_∞ 控制[J]. 控制理论与应用, 1999, 16(5): 682 – 686.

- (TAN Wen, LIU Jizhen. H_∞ control for typical industrial processes[J]. *Control Theory & Applications*, 1999, 16(5): 682 – 686.
- [3] MORARI M, ZAFIRIOU E. *Robust Process Control*[M]. NY: Prentice Hall, 1989.
- [4] TOSCANO R. A simple robust PI/PID controller design via numerical optimization approach[J]. *J of Process Control*, 2005, 15(1): 81 – 88.
- [5] HO W K, HANG C C, CAO L S. Tuning of PID controllers based on gain and phase margin specification[J]. *Automatica*, 1995, 31(3): 497 – 502.
- [6] HO W K, LEE T H, HAN H P, et al. Self-tuning IMC-PID controller with gain and phase margins assignment[J]. *IEEE Trans on Control System Technology*, 2001, 9(3): 535 – 541.
- [7] LEE C H. A Survey of PID Controller Design Based on Gain and Phase Margins[J]. *Int J of Computational Cognition*, 2004, 2(3): 63 – 100.
- [8] SHINSKEY F G. *Process Control Systems*[M]. New York: McGraw Hill Book Company, 1967.
- [9] HWANG C, HWANG J H. Stabilization of first-order plus dead-time unstable processes using PID controllers[J]. *IEE Proceedings: Control Theory and Applications*, 2004, 151(1): 89 – 94.
- [10] XU H, DATTA A, BHATTACHARYA S P. PID stabilization of LTI plants with time-delay[C] // *Proc of the IEEE Conf on Decision and Control*. Piscataway, NJ, USA: IEEE Press, 2003, 4: 4038 – 4043.
- [11] CHANG C H, HAN K W. Gain margins and phase margins for control systems with adjustable parameters[J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 1990, 13(3): 404 – 408.
- [12] SHAFIEI Z, SHENTON A T. Frequency-domain design of PID controllers for stable and unstable systems with time delay[J]. *Automatica*, 1997, 33(12): 2223 – 2232.
- [13] LEE Y, LEE J, PARK S. PID controller tuning for integrating and unstable processes with time delay[J]. *Chemical Engineering Science*, 2000, 55(17): 3481 – 3493.

作者简介:

欧林林 (1980—), 女, 2006年毕业于上海交通大学, 获博士学位, 现为浙江工业大学信息工程学院讲师, 主要研究领域为时滞系统的稳定性分析和设计以及过程鲁棒控制理论与应用, E-mail: oulinlin1980@163.com;

张卫东 (1967—), 男, 1996年毕业于浙江大学, 获博士学位。现为上海交通大学自动系教授, 主要研究领域为鲁棒控制、现场总线和网络控制系统等;

顾诞英 (1979—), 女, 现在上海交通大学自动化系攻读博士学位, 主要研究领域为过程鲁棒控制理论、闭环辨识和建模等。