第 24 卷第 5 期 控制理论与应用 Vol. 24 No. 5
2007 年 10 月 Control Theory & Applications Oct. 2007

文章编号: 1000−8152(2007)05−0861−05

一类离散切换模糊系统的稳定性

杨 红[1], 赵 军[2], 张 乐[1,2]

(1. 沈阳大学 信息工程学院, 辽宁 沈阳 110044; 2. 东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004)

摘要: 针对离散模糊系统, 提出一类离散切换模糊系统的稳定性问题. 使用切换技术及单Lyapunov函数、多Lyapunov函数方法构造出连续状态反馈控制器, 使得相应的闭环系统渐近稳定, 同时设计可以实现系统全局渐近稳定的切换律. 模型中的每个切换系统的子系统是离散模糊系统, 取常用的平行分布补偿PDC控制器, 主要条件以凸组合和矩阵不等式的形式给出, 具有较强的可解性. 计算机仿真结果表明设计方法的可行性与有效性.

关键词: 切换系统; 模糊系统; 单Lyapunov函数; 多Lyapunov函数; 切换律

中图分类号: TP273 **文献标识码**: A

Stability of a class of discrete switched fuzzy systems

YANG Hong[1], ZHAO Jun[2], ZHANG Le[1,2]

(1. School of Information Engineering, Shenyang University, Shenyang Liaoning 110044, China;
2. School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang Liaoning 110004, China)

Abstract: For a discrete fuzzy system, stability of discrete switched fuzzy systems is presented in this paper. Using the switching technique, single Lyapunov function and multiple Lyapunov functions method, the continuous state feedback controller is designed to ensure that the relevant closed-loop system is asymptotically stable. Moreover, switching strategy achieving global asymptotic stability of the discrete switched fuzzy system is given. In this model, each subsystem of switched system is a discrete fuzzy system, and a common parallel distributed compensation controller is presented. The main condition is also given in form of convex combinations and matrix inequalities which are more solvable. Finally, a simulation shows the feasibility and the effectiveness of the method.

Key words: switched system; fuzzy system; single Lyapunov function; multiple Lyapunov functions; switching law

1 引言(Introduction)

近些年来, 切换系统的稳定性方面的研究已取得了相当多的成果[1,2]. 如保证任意切换下系统渐近稳定的共同的Lyapunov函数[3], 多Lyapunov函数技术[4,5]等等. 同时, 在T-S模糊模型提出[6]的基础上, 文献[7]给出了在Lyapunov 意义下系统稳定的充分条件. 文献[8]通过划分子空间, 将非线性时变系统稳定问题转化为线性时不变系统的鲁棒控制问题.

如果切换系统的子系统为模糊系统, 则称为切换模糊系统. 目前, 关于切换模糊系统的研究结果却少有报道. 文献[9]将混杂系统和模糊多模型相结合, 提出一种模糊切换混杂系统的思想. 文献[10, 11]描述了由两级模糊规则组成的模糊切换系统模型. 系统根据前件变量在第2级模糊模型之间进行切换.

本文与上述文献中的系统模型不同, 提出一类新的离散切换模糊系统, 其切换系统中的每个子系统都是离散模糊模型. 这类离散切换模糊系统并没有分为两级结构, 而是在每个切换子系统之间进行切换. 本文首先给出离散切换模糊系统模型, 采用单Lyapunov函数和多Lyapunov函数研究其稳定性条件, 并设计出实现系统全局渐近稳定的切换策略.

2 问题描述(Problem statement)

考虑由N_σ条规则构成的离散切换模糊系统:

$$R^l_\sigma: \text{if } \bar{x}_1 \text{ is } M^l_{\sigma 1}, \ \cdots, \text{and } \bar{x}_p \text{ is } M^l_{\sigma p},$$
$$\text{then}$$
$$x(k+1)=A_{\sigma l}x(k)+B_{\sigma l}u_\sigma(k), l=1,2,\cdots,N_\sigma. \quad (1)$$

其中: 分段常值函数$\sigma=\sigma(x(k)):\{0,1,\cdots\}\rightarrow\{1,2,\cdots,m\}$是一个切换信号, $M^l_{\sigma 1},\cdots,M^l_{\sigma p}$是第$\sigma$个切换子系统中的模糊集, R^l_σ是第σ个切换子系统内的第l条模糊规则, N_σ是第σ个切换子系统内的模糊规则数, $u_\sigma(k)$ 表示第σ个切换子系统的输入量, $x(k)$ 是状态变量, $A_{\sigma l}$ 及$B_{\sigma l}$ 是第σ个切换子系统中的常数矩阵. $\bar{x}=[\bar{x}_1\ \bar{x}_2\ \cdots\ \bar{x}_p]$ 为前件变量.

收稿日期: 2005−03−23; 收修改稿日期: 2006−09−02.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60574013, 60274009).

对于第i个切换子系统:

$$R_i^l: \text{if } \bar{x}_1 \text{ is } M_{i1}^l \ \cdots \text{ and } \bar{x}_p \text{ is } M_{ip}^l, \\ \text{then} \\ x(k+1)=A_{il}x(k)+B_{il}u_i(k), l=1,2\cdots,N_i, \quad (2)$$

可以得到第i个切换子系统的全局模型:

$$x(k+1)=\sum_{l=1}^{N_i}\eta_{il}(\bar{x}(k))(A_{il}x(k)+B_{il}u_i(k)). \quad (3)$$

其中

$$0\leqslant \eta_{il}(\bar{x}(k))\leqslant 1, \sum_{l=1}^{N_i}\eta_{il}(\bar{x}(k))=1, \quad (4)$$

且

$$\eta_{il}(\bar{x}(k))=\prod_{\rho=1}^{p}M_{i\rho}^l(\bar{x}_\rho(k))/\sum_{l=1}^{N_i}\prod_{\rho=1}^{p}M_{i\rho}^l(\bar{x}_\rho(k)),$$

式中$M_{i\rho}^l(\bar{x}_\rho(k))$表示第$i$个子系统中$\bar{x}_\rho(k)$属于模糊集$M_{i\rho}^l$的隶属度.

3 主要结果(Main results)

3.1 单Lyapunov函数方法(Single Lyapunov function method)

对于每个子切换系统, 取$u_i(k)=\sum\limits_{l=1}^{N_i}\eta_{il}K_{il}x(k)$, 可以得到第$i$个切换子系统的全局模型:

$$x(k+1)=\sum_{l=1}^{N_i}\eta_{il}\sum_{r=1}^{N_i}\eta_{ir}(A_{il}+B_{il}K_{ir})x(k), \quad (5)$$

定理 1 假设存在一个正定矩阵P和常数$\lambda_{ij_i}>0$, 使得

$$\sum_{i=1}^{m}\lambda_{ij_i}[(A_{ij_i}+B_{ij_i}K_{i\vartheta_i})^{\mathrm T}P(A_{i\theta_i}+B_{i\theta_i}K_{iq_i})-P]<0, \\ j_i,\vartheta_i,\theta_i,q_i=1,2,\cdots,N_i \quad (6)$$

成立, 那么系统(1)在下面切换律下

$$\sigma=\sigma(x(k))=\mathrm{argmin}\{\overline{V}_i(x(k))\} \quad (7)$$

是渐近稳定的, 其中

$$\bar{V}_i(x(k))\triangleq \\ \max_{j_i,\vartheta_i,\theta_i,q_i}\{x^{\mathrm T}(k)[(A_{ij_i}+B_{ij_i}K_{i\vartheta_i})^{\mathrm T}P(A_{i\theta_i}+ \\ B_{i\theta_i}K_{iq_i})-P]x(k)<0, \\ j_i,\vartheta_i,\theta_i,q_i=1,2,\cdots,N_i\}.$$

证 由式(6)可知, 对于任意$x(k)\neq 0$有

$$\sum_{i=1}^{m}\lambda_{ij_i}x^{\mathrm T}(k)[(A_{ij_i}+B_{ij_i}K_{i\vartheta_i})^{\mathrm T}P(A_{i\theta_i}+B_{i\theta_i}K_{iq_i})- \\ P]x(k)<0, j_i,\vartheta_i,\theta_i,q_i=1,2,\cdots,N_i. \quad (8)$$

注意到对于任意$j_i,\vartheta_i,\theta_i,q_i\in\{1,2,\cdots,N_i\}$和$\lambda_{ij_i}>0$, 式(8)都成立. 则对于任意$j_i,\vartheta_i,\theta_i,q_i$至少存在一个$i$, 有

$$x^{\mathrm T}(k)[(A_{ij_i}+B_{ij_i}K_{i\vartheta_i})^{\mathrm T}P(A_{i\theta_i}+ \\ B_{i\theta_i}K_{iq_i})-P]x(k)<0, \quad (9)$$

可见有切换规则式(7)成立. 这里取Lyapunov函数为$V(x(k))=x^{\mathrm T}(k)Px(k)$. 则

$$\Delta V(x(k))=\sum_{l=1}^{N_i}\eta_{il}\sum_{r=1}^{N_i}\eta_{ir}\sum_{h=1}^{N_i}\eta_{ih}\sum_{s=1}^{N_i}\eta_{is}x^{\mathrm T}(k)[(A_{il}+ \\ B_{il}K_{ir})^{\mathrm T}P(A_{ih}+B_{ih}K_{is})-P]x(k), \quad (10)$$

考虑式(4)(9)有$x(k)\neq 0, \Delta V(x(k))<0$, 所以系统(1)在切换律(7)下是渐近稳定的.

3.2 多Lyapunov函数方法(Multiple Lyapunov functions method)

为简单起见, 假设$m=2$.

定理 2 假设存在两个非负或非正实数β_1,β_2及两个正定对称阵P_1,P_2, 使得不等式(11)和(12)成立, 则存在切换函数$\sigma=\sigma(x(k)):[0,+\infty)\to\{1,2\}$, 使系统(1)是渐近稳定的.

$$-(A_{1j_1}+B_{1j_1}K_{1\vartheta_1})^{\mathrm T}P_1(A_{1\theta_1}+B_{1\theta_1}K_{1g_1})+ \\ P_1+\beta_1(P_2-P_1)>0, \\ j_1,\vartheta_1,\theta_1,g_1=1,2,\cdots,N_i, \quad (11)$$

$$-(A_{2j_2}+B_{2j_2}K_{2\vartheta_2})^{\mathrm T}P_2(A_{2\theta_2}+B_{2\theta_2}K_{2g_2})+ \\ P_2+\beta_2(P_1-P_2)>0, \\ j_2,\vartheta_2,\theta_2,g_2=1,2,\cdots,N_i. \quad (12)$$

证 不失一般性, 假设$\beta_1,\beta_2\geqslant 0$, 取Lyapunov函数$V_i(x(k))=x^{\mathrm T}(k)P_ix(k), i=1,2$. 可得:

如果$x^{\mathrm T}(k)(P_1-P_2)x(k)\geqslant 0$, 且$x(k)\neq 0$, 有

$$x^{\mathrm T}(k)[(A_{1j_1}+B_{1j_1}K_{1\vartheta_1})^{\mathrm T}P_1(A_{1\theta_1}+B_{1\theta_1}K_{1g_1})- \\ P_1]x(k)<0, j_1,\vartheta_1,\theta_1,g_1=1,2,\cdots,N_i. \quad (13)$$

如果$x^{\mathrm T}(k)(P_2-P_1)x(k)\geqslant 0$, 且$x(k)\neq 0$, 有

$$x^{\mathrm T}(k)[(A_{2j_2}+B_{2j_2}K_{2\vartheta_2})^{\mathrm T}P_2(A_{2\theta_2}+B_{2\theta_2}K_{2g_2})- \\ P_2]x(k)<0, j_2,\vartheta_2,\theta_2,g_2=1,2,\cdots,N_i. \quad (14)$$

令

$$\Omega_1=\{x(k)\in\mathbb{R}^n|x^{\mathrm T}(k)(P_1-P_2)x(k)\geqslant 0, x(k)\neq 0\}, \quad (15)$$

$$\Omega_2=\{x(k)\in\mathbb{R}^n|x^{\mathrm T}(k)(P_2-P_1)x(k)\geqslant 0, x(k)\neq 0\}, \quad (16)$$

则$\Omega_1\bigcup\Omega_2=\mathbb{R}^n\setminus\{0\}$. 切换律为

$$\sigma=\sigma(x(k))=\begin{cases}1, x(k)\in\Omega_1,\\ 2, x(k)\in\Omega_2\setminus\Omega_1.\end{cases} \quad (17)$$

考虑系统(1), 当$x(k)\in\Omega_1$时,

$$\begin{aligned}&\Delta V_1(x(k))=\\&\sum_{l=1}^{N_i}\eta_{1l}\sum_{r=1}^{N_i}\eta_{1r}\sum_{h=1}^{N_i}\eta_{1h}\sum_{s=1}^{N_i}\eta_{1s}x^{\mathrm T}(k)\cdot\\&[(A_{1l}+B_{1l}K_{1r})^{\mathrm T}P_1(A_{1h}+B_{1h}K_{1s})-P_1]x(k).\end{aligned}\tag{18}$$

考虑式(4)(13)有对于任意$x(k)\neq 0,\Delta V_1(x(k))<0$. 同理, 当$x(k)\in\Omega_2\setminus\Omega_1$时, 有$\Delta V_2(x(k))<0$, 因而系统(1)在切换律(17)下是渐近稳定的.

注 1　切换模糊系统示意图如图1. Ω_i表示第i个切换子系统的状态区域, Ω_{il}表示Ω_i中的第l个模糊子区域. 实际上, 定理1,2中所研究的切换模糊系统是又在切换子区域上划分ℓ个模糊子区域$\Omega_{i1},\cdots,\Omega_{il},\cdots,\Omega_{i\ell}$, 即$\Omega_{il}$内的局部模型为$x(k+1)=A_{il}x(k)+B_{il}u_i(k)$. 每个切换子区域内的模型是由模糊隶属度函数连接的局部模型组成的. 这里, 使切换模糊系统稳定, 本文是对模糊子区域的模型而设计的切换律. 当模糊子区域内的局部模型满足切换规则时, 切换到Ω_i的子系统上, 从而保证切换模糊系统的稳定性.

对于离散切换模糊系统, 采用PDC控制器, 当模糊规则数较大时, 可能会造成求解正定对称矩阵P的困难. 因此, 下面需要寻找另一种稳定性条件.

假设 1　第i个切换子系统中的每一个前件变量$\bar x_1(k),\bar x_2(k)\cdots\bar x_p(k)$具有$q$个模糊集合, 即$M_{ij}^1,M_{ij}^2\cdots M_{ij}^q$, 且这些模糊集合是标准的, 一致的, 完备的模糊集, 其具有四边形隶属度函数[12].

假设 2　由$\bar x_j(k)(j=1,2,\cdots,p)$的一个输入数据产生一条模糊规则.

现在取每个模糊子区域$\Omega_{i1},\cdots,\Omega_{il},\cdots,\Omega_{i\ell}$里描述状态模型的模糊规则都是相同的一组$2^p$个, p为前件变量数. 这组2^p个模糊规则叫一个规则组. 即一个规则组的2^p个模糊规则描述了第i个切换子系统中第l个组(用G_{il}表示)的状态向量模型. 如图2(a)所示. 现在, 可以在每一个切换子系统中的每一组中寻找正定对称阵去满足系统的稳定性.

对于每个切换子系统采用与前面相同的PDC控制器, 则第r组的模型为

$$\begin{aligned}x(k+1)&=\sum_{l=1}^{\beta_i}\eta_{il}\sum_{s=1}^{\beta_i}\eta_{is}(A_{il}^r+B_{il}^rK_{is}^r)x(k)=\\&\sum_{l=1}^{\beta_i}\eta_{il}\sum_{s=1}^{\beta_i}\eta_{is}A_{ils}^rx(k),\end{aligned}\tag{19}$$

这里: A_{il}^r表示属于第r组的任何一个A_{il}矩阵, B_{il}^r,K_{is}^r的含义与A_{il}^r类似. $l=1,2\cdots\beta_i,\beta=2^p$, g是所分割的模糊子区域数, 为$(q-1)^p$.

同样, 假设$m=2$.

定理 3　若假设1和假设2成立, 系统满足式(20):

$$\max_{j_i,h_i,w_i}\|A_{ij_iw_i}^{h_i}-I\|_\infty<\frac{\varepsilon_i}{2L_i}.\tag{20}$$

并存在两个非负或非正实数α_1,α_2及正定对称阵$P_1^{h_1},P_2^{h_2}$, 且$P_1^{h_1}-P_2^{h_2}$同号, 使得下面不等式组(21)~(24)成立, 则存在切换函数$\sigma=\sigma(x(k)):[0,+\infty)\to\{1,2\}$, 使系统(1)是渐近稳定的.

其中:

$$\begin{aligned}&j_i,w_i=1,2,\cdots,\beta_i,j_i\leqslant w_i,\\&i=1,2,\cdots,m,h_i=1,2,\cdots,g.\end{aligned}$$

这里, $\tilde P_i^{h_i}$是G_{ih_i}的相邻组$\tilde G_{ih_i}$的正定对称矩阵,

$$\begin{aligned}S_{ij_iw_i}^{h_i}&=(A_{ij_iw_i}^{h_i}+A_{iw_ij_i}^{h_i})/2,\\A_{ij_iw_i}^{h_i}&=A_{ij_i}^{h_i}+B_{ij_i}^{h_i}K_{iw_i}^{h_i},\end{aligned}$$

且A_{ij_i}和K_{iw_i}同属于一个组中. $L_i\equiv\max\limits_z\|x_{icz}\|_\infty$, x_{icz}是属于切换子系统Ω_i中的模糊子区域的交叉点, 如图2(b)所示, $z=1,2\cdots N_i$, ε_i是第i个切换子系统中所有模糊集合M_{ij}^q的支撑集所跨距离的最小值.

$$-S_{1j_1w_1}^{h_1\,\mathrm T}P_1^{h_1}S_{1j_1w_1}^{h_1}+P_1^{h_1}+\alpha_1(P_2^{h_2}-P_1^{h_1})>0,\tag{21}$$
$$-S_{1j_1w_1}^{h_1\,\mathrm T}\tilde P_1^{h_1}S_{1j_1w_1}^{h_1}+P_1^{h_1}+\alpha_1(P_2^{h_2}-P_1^{h_1})>0,\tag{22}$$
$$-S_{2j_2w_2}^{h_2\,\mathrm T}P_2^{h_2}S_{2j_2w_2}^{h_2}+P_2^{h_2}+\alpha_2(P_1^{h_1}-P_2^{h_2})>0,\tag{23}$$
$$-S_{2j_2w_2}^{h_2\,\mathrm T}\tilde P_2^{h_2}S_{2j_2w_2}^{h_2}+P_2^{h_2}+\alpha_2(P_1^{h_1}-P_2^{h_2})>0.\tag{24}$$

证　类似于定理2证明, 从略.

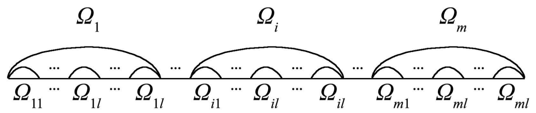

图 1　切换模糊系统示意图

Fig. 1　Sketch map of switched fuzzy system

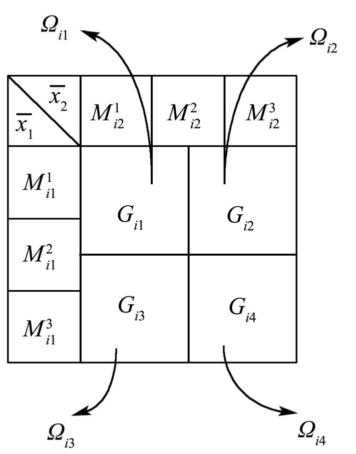

图 2(a)　第i个切换子系统的规则组

Fig. 2(a)　Rule group of the i-th switched subsystem

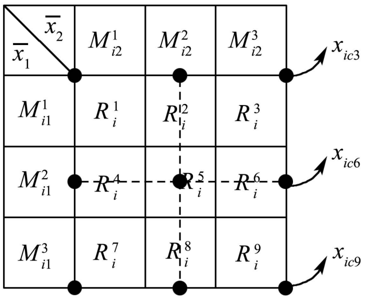

图 2(b) 第i个切换子系统的规则表

Fig. 2(b) Rule table of the i-th switched subsystem

注 2 定理3和定理1,2的不同之处是在于对第i个切换子系统中的模糊子区域划分上.定理2的划分方法可以减少求解正定对称矩阵P的保守性.

4 仿真例子(Example of simulation)

考虑下面离散切换模糊系统:

$$R_1^l: \text{if } \bar{x}_1(k) \text{ is } M_{11}^l, \bar{x}_2(k) \text{ is } M_{11}^l,$$
$$\text{then } x(k+1) = A_{1l}x(k) + B_{1l}u_1(k),$$
$$R_2^l: \text{if } \bar{x}_1(k) \text{ is } M_{21}^l, \bar{x}_2(k) \text{ is } M_{22}^l,$$
$$\text{then } x(k+1) = A_{2l}x(k) + B_{2l}u_2(k).$$

其中:

$$A_{11} = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.28 \\ -0.02 & 0.72 \end{bmatrix}, A_{12} = \begin{bmatrix} 0.89 & 0.19 \\ 0.05 & 0.82 \end{bmatrix},$$

$$A_{13} = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.28 \\ -0.02 & 0.72 \end{bmatrix}, A_{14} = \begin{bmatrix} 0.89 & 0.19 \\ 0.05 & 0.82 \end{bmatrix},$$

$$A_{15} = \begin{bmatrix} 0.85 & 0.2 \\ 0.09 & 0.85 \end{bmatrix}, A_{16} = \begin{bmatrix} 0.84 & 0.15 \\ 0.09 & 0.84 \end{bmatrix},$$

$$A_{17} = \begin{bmatrix} 0.88 & 0.18 \\ 0.05 & 0.81 \end{bmatrix}, A_{18} = \begin{bmatrix} 0.7 & -0.2 \\ -0.9 & -1 \end{bmatrix},$$

$$A_{19} = \begin{bmatrix} 0.84 & 0.10 \\ 0.11 & 0.84 \end{bmatrix}, A_{21} = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.28 \\ -0.02 & 0.72 \end{bmatrix},$$

$$A_{22} = \begin{bmatrix} 0.86 & 0.1 \\ 0.11 & 0.84 \end{bmatrix}, A_{23} = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.28 \\ -0.02 & 0.72 \end{bmatrix},$$

$$A_{24} = \begin{bmatrix} 0.85 & 0.1 \\ 0.11 & 0.85 \end{bmatrix}, A_{25} = \begin{bmatrix} 0.85 & 0.2 \\ 0.09 & 0.85 \end{bmatrix},$$

$$A_{26} = \begin{bmatrix} 0.87 & 0.11 \\ 0.21 & 0.88 \end{bmatrix}, A_{27} = \begin{bmatrix} 0.87 & 0.1 \\ 0.22 & 0.87 \end{bmatrix},$$

$$A_{28} = \begin{bmatrix} -0.7 & 0.3 \\ -0.28 & 0 \end{bmatrix}, A_{29} = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.28 \\ -0.02 & 0.72 \end{bmatrix},$$

$$B_{11} = \begin{bmatrix} -0.6 \\ 0.6 \end{bmatrix}, B_{12} = \begin{bmatrix} -0.6 \\ 0.2 \end{bmatrix}, B_{13} = \begin{bmatrix} -0.4 \\ -0.4 \end{bmatrix},$$

$$B_{14} = \begin{bmatrix} -0.4 \\ -0.4 \end{bmatrix}, B_{15} = \begin{bmatrix} -0.6 \\ 0.2 \end{bmatrix}, B_{16} = \begin{bmatrix} -0.5 \\ -0.3 \end{bmatrix},$$

$$B_{17} = \begin{bmatrix} -0.3 \\ -0.4 \end{bmatrix}, B_{18} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, B_{19} = \begin{bmatrix} -0.4 \\ 0.6 \end{bmatrix},$$

$$B_{21} = \begin{bmatrix} -0.4 \\ -0.3 \end{bmatrix}, B_{22} = \begin{bmatrix} -0.4 \\ -0.5 \end{bmatrix}, B_{23} = \begin{bmatrix} -0.4 \\ -0.4 \end{bmatrix},$$

$$B_{24} = \begin{bmatrix} -0.4 \\ -0.4 \end{bmatrix}, B_{25} = \begin{bmatrix} -0.6 \\ -0.2 \end{bmatrix}, B_{26} = \begin{bmatrix} -0.4 \\ -0.5 \end{bmatrix},$$

$$B_{27} = \begin{bmatrix} -0.3 \\ -0.8 \end{bmatrix}, B_{28} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, B_{29} = \begin{bmatrix} -0.3 \\ 0.8 \end{bmatrix}.$$

这里, 模糊集合如图3所示.

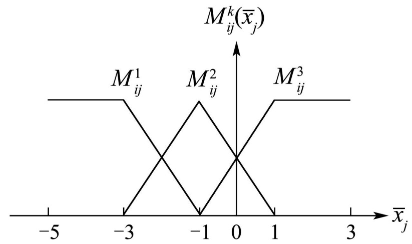

图 3 前件变量的隶属度函数

Fig. 3 Membership function of the premise variables

现将第i个切换子系统分成4个组, 如图2所示.

$$G_{i1} = \{R_i^1, R_i^2, R_i^4, R_i^5\},$$
$$G_{i2} = \{R_i^2, R_i^3, R_i^5, R_i^6\},$$
$$G_{i3} = \{R_i^4, R_i^5, R_i^7, R_i^8\},$$
$$G_{i4} = \{R_i^5, R_i^6, R_i^8, R_i^9\}.$$

根据式(20), $\max\limits_{j_i,h_i,w_i} \|A_{ij_iw_i}^{h_i} - I\|_\infty < 0.4, L_i = 5$, $\varepsilon_i = 4$. 如果$x(k)$在G_{ih_i}中, 则$x(k+1)$必定在G_{ih_i}中或在其相邻组$\tilde{G}_{ih_i}$中, 如$G_{ih_1} = \{G_{ih_2}, G_{ih_3}, G_{ih_4}\}$. 可得:

$$K_{11} = \begin{bmatrix} -0.5 & -0.2 \end{bmatrix}, K_{12} = \begin{bmatrix} -0.4 & -0.2 \end{bmatrix},$$
$$K_{13} = \begin{bmatrix} -0.5 & -0.2 \end{bmatrix}, K_{14} = \begin{bmatrix} -0.4 & -0.2 \end{bmatrix},$$
$$K_{15} = \begin{bmatrix} -0.2 & -0.2 \end{bmatrix}, K_{16} = \begin{bmatrix} -0.2 & -0.2 \end{bmatrix},$$
$$K_{17} = \begin{bmatrix} -0.4 & -0.2 \end{bmatrix}, K_{18} = \begin{bmatrix} -1 & -0.9 \end{bmatrix},$$
$$K_{19} = \begin{bmatrix} -0.3 & -0.2 \end{bmatrix}, K_{21} = \begin{bmatrix} -0.2 & -0.2 \end{bmatrix},$$
$$K_{22} = \begin{bmatrix} -0.4 & -0.2 \end{bmatrix}, K_{23} = \begin{bmatrix} -0.3 & -0.2 \end{bmatrix},$$
$$K_{24} = \begin{bmatrix} -0.3 & -0.2 \end{bmatrix}, K_{25} = \begin{bmatrix} -0.2 & -0.4 \end{bmatrix},$$
$$K_{26} = \begin{bmatrix} -0.2 & -0.2 \end{bmatrix}, K_{27} = \begin{bmatrix} -0.4 & -0.3 \end{bmatrix},$$
$$K_{28} = \begin{bmatrix} -1 & -0.9 \end{bmatrix}, K_{29} = \begin{bmatrix} -0.4 & -0.5 \end{bmatrix},$$

$$P_{11} = \begin{bmatrix} 0.2229 & 0.1032 \\ 0.1032 & 0.0629 \end{bmatrix}, P_{12} = \begin{bmatrix} 0.2101 & 0.0965 \\ 0.0965 & 0.0596 \end{bmatrix},$$

$$P_{13} = \begin{bmatrix} 0.2232 & 0.1035 \\ 0.1035 & 0.0624 \end{bmatrix}, P_{14} = \begin{bmatrix} 0.2021 & 0.0911 \\ 0.0911 & 0.0560 \end{bmatrix},$$

$$P_{21} = \begin{bmatrix} 0.1167 & 0.0231 \\ 0.0231 & 0.0107 \end{bmatrix}, P_{22} = \begin{bmatrix} 0.1259 & 0.0256 \\ 0.0256 & 0.0112 \end{bmatrix},$$

$$P_{23} = \begin{bmatrix} 0.1213 & 0.0242 \\ 0.0242 & 0.0109 \end{bmatrix}, P_{24} = \begin{bmatrix} 0.1213 & 0.0242 \\ 0.0242 & 0.0109 \end{bmatrix}.$$

对初始点$[1; 1]$, 采样时间$t = 0.1$, 仿真结果如图4.

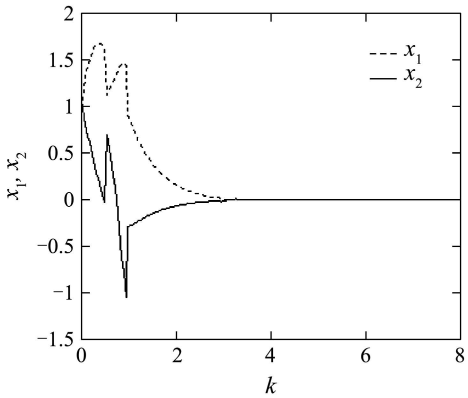

图 4 系统的状态响应曲线

Fig. 4 State response of the system

5 结论(Conclusion)

本文研究一类离散切换模糊系统的稳定性问题. 首先给出了离散切换模糊系统的概念, 把模糊系统和切换系统结合起来考虑问题, 把离散模糊系统作为切换系统的子系统, 设计其系统全局渐近稳定的切换律. 利用单Lyapunov函数及多Lyapunov函数, 考虑每个切换子系统的稳定性条件. 最后, 通过仿真例子, 验证了结论的正确性, 缩短了系统状态响应时间, 提高了系统的性能.

参考文献(References):

[1] ZHAO J, SPONG M W. Hybrid control for global stabilization of the cart-pendulum system[J]. *Automatica*, 2001, 37(12): 1941 – 1951.

[2] JOHANSSON M, RANTZER A. Computation of piecewise quadratic Lyapunov functions for hybrid systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1998, 43(4): 555 – 559.

[3] OOBA T, FUNAHASHI Y. On a common quadratic Lyapunov functions for widely distant systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1997, 42(12): 1697 – 1699.

[4] BRANICKY M S. Multiple Lyapunov functions and other analysis tools for switched and hybrid systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1998, 43(4): 475 – 482.

[5] BRANICKY M S. Stability of switched and hybrid systems[C] // *Proc of the 32th IEEE Conf on Decision and Control*. Lake Buena, Vista, USA: IEEE Press, 1994: 3498 – 3503.

[6] TAKAGI T, SUGENO M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control[J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics*, 1985, 15(1): 116 – 132.

[7] TANAKA K, SUGENO M. Stability analysis and design of fuzzy control systems[J]. *Fuzzy Set and Systems*, 1992, 45(2): 135 – 156.

[8] CAO S G, REES N W, FENG G. Stability analysis and design for a class of continuous time fuzzy control systems[J]. *Int J Control*, 1996, 64(6): 1069 – 1087.

[9] RAINER P, DIMITER D. Fuzzy switched hybrid systems-modeling and identification[C] *//Proc of the 1998 IEEE ISIC/CIRA/ISAS Joint Conf*. Gaithersburg, MD: IEEE Press, 1998: 130 – 135.

[10] KAZUO T, IWASAKI M, WANG H O. Switching control of an R/C hovercraft: stabilization and smooth switching[J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics*, 2001, 31(6): 853 – 863.

[11] CHOI D J, PARK P. State-feedback controller design for discrete-time switching fuzzy systems[C] // *Proc of the 41th IEEE Conf on Decision and Control*. Las Vegas, Nevada, USA: IEEE Press, 2002: 191 – 196.

[12] WAND W J, SUN C H. Relaxed Stability and Stabilization Conditions for a T-S Fuzzy Discrete System[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2005, 156(2): 208 – 225.

作者简介:

杨 红 (1978—), 女, 东北大学博士, 沈阳大学讲师, 研究方向为切换系统、混杂系统的稳定性, E-mail: cherryyh@126.com;

赵 军 (1957—) , 男, 东北大学教授, 博士生导师, 中国自动化学会控制理论委员会委员, 主要研究方向为混杂系统、非线性控制和鲁棒控制, E-mail: zdongbo@pub.In.cninfo.net;

张 乐 (1975—) , 男, 东北大学博士研究生, 沈阳大学讲师, 研究方向为模糊系统的稳定性和鲁棒控制, E-mail: snowise@126.com.