文章编号: 1000−8152(2007)06−1025−04

含有不灵敏区有界不确定非线性系统的鲁棒跟踪控制

胡剑波, 辛海良

(空军工程大学 工程学院, 陕西 西安 710038)

摘要: 针对具有控制输入不灵敏区及有界不确定性的非线性系统, 研究其鲁棒跟踪问题. 利用变结构控制方法和自适应参数估计方法, 在同时存在的参数、结构及干扰的不确定性和未知控制输入不灵敏区的情形下, 提出了鲁棒控制律设计方法, 并提出克服控制信号抖动的改进算法. 所提出的控制律可以保证闭环系统的一致终结有界, 并且算法比较简单, 便于实现. 用数字仿真方法验证了所得控制律设计方法的有效性.

关键词: 不灵敏区; 非线性系统; 鲁棒控制

中图分类号: TP13　　**文献标识码**: A

Robust tracking control of nonlinear systems with dead-zones and norm-bounded uncertainties

HU Jian-bo, XIN Hai-liang

(Engineering College, Air Force University of Engineering, Xi'an Shaanxi 710038, China)

Abstract: The robust tracking control problem for a class of nonlinear systems with unknown dead-zones and norm-bounded uncertainties is studied in this paper. Firstly, the robustness against structural and parametrical uncertainties, unknown disturbances and unknown dead-zones are considered. The adaptive variable structure controller is then proposed based on adaptive control method and variable structure control approach. The improved control law is given to avoid the chattering, and ensure that the closed system is ultimately asymptotically bounded. Finally, simulation results confirm that the performance is satisfactory.

Key words: dead-zones; nonlinear; robust control

1 引言(Introduction)

近年来, 非线性系统的鲁棒控制问题引起了众多学者的研究兴趣, 并已取得许多研究成果. 如文献[1,2]中, 利用耗散系统理论, 通过Hamilton-Jacobi方程来描述H_∞控制, 取得了很大的成功. 利用反馈线性化方法[3], 通过非奇异状态变换和控制输入变换将非线性系统精确线性化来处理非线性系统也比较成功. 然而, 在实际系统中, 系统模型不可避免地存在不确定性和控制输入的未知不灵敏区. 因此, 对于一般的非线性系统, 研究一种对系统的不确定性和输入不灵敏区具有鲁棒性的控制方法是一个很重要的课题.

不灵敏区(死区)是常规的非线性特性, 它一般包含在控制机构中, 位于控制系统的输入端. 在线性系统中, 不灵敏区将会导致无法消除的稳态误差, 并降低系统的动态品质[4]. 在实际系统中, 不灵敏区特性参数是不易精确测定的, 并且可能是时变的. 为了解决这一问题, TAO G等采用控制器之后串接不灵敏区估计逆模型的方法, 为线性系统设计了不灵敏区逆函数自适应控制[5,6], 这种控制律的结构十分复杂, 并且较难推广到非线性系统. 事实上, 控制输入端所含有的不灵敏区会导致系统控制输入增益的改变和有界匹配不确定性的引入, 对此可以利用变结构控制方法来解决.

当非线性系统分别存在参数不确定性和结构不确定性时, 较好的方法是分别用自适应控制和变结构控制来进行处理. 为此, 本文将进一步考虑一类同时具有未知控制输入不灵敏区和不确定参数、结构及干扰的非线性系统, 结合自适应方法和变结构控制方法, 设计其鲁棒跟踪控制器, 保证闭环系统的一致终结有界, 达到提高控制精度及控制品质的目的.

2 问题的描述(Problem statement)

考虑含有控制输入不灵敏区和有界不确定性的二阶非线性系统:

收稿日期: 2005−11−02; 收修改稿日期: 2006−09−13.
基金项目: 军队科研重点项目; 军队技术基础项目.

$$\begin{cases} \ddot{x}(t)+\sum\limits_{i=1}^{p}a_if_i(x(t),\dot{x}(t))=bu(t)+d(t),\\ u(t)=D(\nu(t))=\\ \qquad \begin{cases} m(\nu(t)-b_r), \nu(t)\geqslant b_r>0,\\ 0, \qquad\qquad b_l<\nu(t)<b_r,\\ m(\nu(t)-b_l), \nu(t)\leqslant b_l<0. \end{cases} \end{cases} \tag{1}$$

其中: $x(t)$为所关注的输出, 假设$\dot{x}(t)$可测量. $u(t)$是不可测的不灵敏区输出标量, $\nu(t)$为不灵敏区输入量标量; $f_i(x(t),\dot{x}(t))$为非线性函数; a_i, b为未知常数, 且b 的符号已知, 不妨设$b>0$; $d(t)$为系统所受到的未知外部干扰. 对上述非线性系统引入如下假设:

假设 1 函数$f_i=f_i(x(t),\dot{x}(t))$为非线性函数, 且不严格知道, 仅知道它的估计$\hat{f}_i=\hat{f}_i(x(t),\dot{x}(t))$. 假设关于$f_i(x(t),\dot{x}(t))$的估计误差以某个已知函数$F_i=F_i(x(t),\dot{x}(t))$为界, 即

$$|\ \hat{f}_i-f_i\ |\leqslant F_i.$$

假设 2 不灵敏区的参数m,b_r,b_l均有界, 且为常数或慢时变参数, 并且已知$m>0,b_r>0,b_l<0$, 但是其数值未知.

假设 3 参数a_i是有界的, 即存在正常数θ_i, 使得$|a_i|<\theta_i$, 但是a_i 数值未知.

假设 4 参数mb的下界已知, 即存在正常数β, 使得$mb\geqslant\beta$, 但是其数值未知.

假设 5 存在未知常数D, 使得$|d(t)|\leqslant D$.

于是根据假设1~5, 系统(1)可以描述为

$$\begin{cases} \ddot{x}(t)+\sum\limits_{i=1}^{p}a_if_i(x(t),\dot{x}(t))=bm\nu(t)+d(t)+d_0(t),\\ d_0(t)=\begin{cases} -bmb_r, \quad \nu(t)\geqslant b_r>0,\\ -bm\nu(t), \ b_l<\nu(t)<b_r,\\ -bmb_l, \quad \nu(t)\leqslant b_l<0. \end{cases} \end{cases} \tag{2}$$

显然$|d_0(t)|\leqslant\max(bmb_r,-bmb_l)=D_0$. 因此, 系统(1)等效于下列系统:

$$\begin{cases} \ddot{x}(t)+\sum\limits_{i=1}^{p}a_if_i(x(t),\dot{x}(t))=b_1\nu(t)+d_1(t),\\ b_1=mb,\\ d_1(t)=d(t)+d_0(t),\\ |d_1(t)|\leqslant D_0+D=D_1. \end{cases} \tag{3}$$

本文的控制任务是: 利用自适应参数估计和变结构控制器相结合的设计方法, 选择合适的控制律$\nu(t)$, 使得在同时存在参数不确定性和非参数不确定性及输入不灵敏区的情形下, 系统(1)的输出能够跟踪期望的输出.

3 主要结果(Main results)

令: 跟踪误差为$\tilde{x}=x-x_{\rm d}$. 定义一个时变的含有积分项的切换函数

$$s=s(x,t)=\dot{\tilde{x}}+2\lambda\tilde{x}+\lambda^2\int_0^t\tilde{x}{\rm d}t, \tag{4}$$

其中λ为一个严格正常数. 令: $H=-\ddot{x}_d+2\lambda\dot{\tilde{x}}+\lambda^2\tilde{x}$, 根据系统(1)的等效系统(3), 可以得到

$$\dot{s}(x,t)=b_1\nu+d_1-\sum_{i=1}^{p}a_if_i+H,$$

所以能实现$\dot{s}(x,t)=-k_0s,k_0>0$的连续控制律为

$$\nu=b_1^{-1}[\sum_{i=1}^{p}a_if_i-d_1-H-k_0s].$$

于是, 结合自适应控制方法和变结构控制方法, 有如下定理:

定理 1 对于满足假设1 ~ 5的具有不灵敏区和参数、结构、扰动不确定性的非线性系统(1), 引入切换函数(4), 如果构造如下自适应变结构控制律:

$$\begin{cases} \nu(t)=\sum\limits_{i=1}^{p}(\hat{\alpha}_i\hat{f}_i-k_i{\rm sgn}\ s)-\hat{b}_1^{-1}H-\\ \qquad \hat{\rho}{\rm sgn}\ s-k_0s,\\ \dot{\hat{a}}_i=-\hat{f}_is, \dot{\hat{b}}_1^{-1}=Hs, \dot{\hat{\rho}}=q(-\sigma\hat{\rho}+|s|),\\ k_i=\dfrac{1}{\beta}(\theta_iF_i+\eta), \end{cases} \tag{5}$$

其中: $\sigma>0,q>0,\eta\geqslant0,k_0>0$为任意正数. $\hat{\alpha}_i$为$\alpha_i=b_1^{-1}a_i$ 的估计值; $\hat{b}_1^{-1}$为b_1^{-1}的估计值; $\hat{\rho}$为$\rho=b_1^{-1}D_1$的估计.

那么, 闭环系统(1)(5)的跟踪误差$\tilde{x}$是一致终结有界的.

证 定义如下的Lyapunov函数:

$$V=\frac{1}{2}[s^2+\sum_{i=1}^{p}b_1(\hat{\alpha}_i-\alpha_i)^2+b_1(\hat{b}_1^{-1}-b_1^{-1})^2+ q^{-1}b_1(\hat{\rho}-\rho)^2].$$

因为系统(1)等效于系统(3), 所以可根据闭环系统(3)(5)来分析闭环系统(1)(5)的稳定性, 可以得出

$$\begin{aligned}&\dot{V}=\\ &s\dot{s}+\sum_{i=1}^{p}(b_1\hat{\alpha}_i-a_i)\dot{\hat{\alpha}}_i+(b_1\hat{b}_1^{-1}-1)\dot{\hat{b}}_1^{-1}+\\ &q^{-1}(b_1\hat{\rho}-D_1)\dot{\hat{\rho}}=\\ &-b_1k_0s^2+\sum_{i=1}^{p}(b_1\hat{\alpha}_i\hat{f}_i-a_if_i)s-b_1\sum_{i=1}^{p}k_i|s|+\\ &(1-b_1\hat{b}_1^{-1})Hs+d_1(t)s+\sum_{i=1}^{p}(b_1\hat{a}_i-a_i)\dot{\hat{\alpha}}_i-\\ &b_1\hat{\rho}|s|+(b_1\hat{b}_1^{-1}-1)\dot{\hat{b}}_1^{-1}+q^{-1}(b_1\hat{\rho}-D_1)\dot{\hat{\rho}}\leqslant\\ &-b_1k_0s^2+\sum_{i=1}^{p}\theta_iF_i|s|+(D_1-b_1\hat{\rho})|s|-\end{aligned}$$

$$b_1\sum_{i=1}^{p}k_i|s|+q^{-1}(b_1\hat{\rho}-D_1)\dot{\hat{\rho}}\leqslant$$
$$-b_1k_0s^2-p\eta|s|+(D_1-b_1\hat{\rho})\sigma\hat{\rho}\leqslant$$
$$-b_1k_0s^2-p\eta|s|-\frac{1}{2}\sigma b_1^{-1}(D_1-b_1\hat{\rho})^2+\frac{1}{2}b_1^{-1}\sigma D_1^2.$$

根据文献[7]中关于一致终结有界的定义及判断方法, 可以得出s是一致终结有界的, 进一步根据式(4), 可以得出$\tilde{x}(t)$也是一致终结有界的.

定理1中所给出的控制律中, 存在符号函数, 不易实现且容易引起控制信号的抖动. 为此需要用符号函数的近似函数来得到相应的近似控制律. 定理2给出了使闭环系统具有一致终结有界性能的近似控制律.

定理 2　对于满足假设1~5的具有不灵敏区和参数、结构、扰动不确定性的非线性系统(1), 引入切换函数(4), 如果构造如下自适应变结构控制律:

$$\begin{cases}\nu(t)=\sum_{i=1}^{p}[\hat{\alpha}_i\hat{f}_i-k_ich(s)]-\hat{b}_1^{-1}H-\hat{\rho}ch(s)-k_0s,\\ \dot{\hat{\alpha}}_i=-\hat{f}_is,\dot{\hat{b}}_1^{-1}=Hs,\dot{\hat{\rho}}=q(-\sigma\hat{\rho}+sch(s)),\\ k_i=\dfrac{1}{\beta}(\theta_iF_i+\eta),\\ ch(s)=\begin{cases}\dfrac{1-\mathrm{e}^{(-\mu s)}}{1+\mathrm{e}^{(\mu s)}},\mu>0,|s|<\xi,\\ \operatorname{sgn}s,\qquad |s|\geqslant\xi>0,\end{cases}\end{cases}\tag{6}$$

其中: $\sigma>0,q>0,\eta>0,k_0>0$为任意正数, $\hat{\alpha}_i$为$\alpha_i=b_1^{-1}a_i$的估计值, $\hat{b}_1^{-1}$为b_1^{-1}的估计值, $\hat{\rho}$为$\rho=D_1$的估计.

那么, 闭环系统(1)(5)的跟踪误差$\tilde{x}$是一致终结有界的.

证　可以按照定理1同样的证明方法来证明定理2.

4　仿真算例(Simulation example)

考虑如下具有不灵敏区的有界不确定性非线性系统:

$$\ddot{x}+a_1\delta(t)\dot{x}+a_2k(t)x^2=bD(\nu(t))+d(t).$$

其中: 不灵敏区的参数实际值$m=1,b_r=1.3,b_l=-1.4$未知, 但知道$m>0.5,b_r>0,b_l<0$. 系统模型中的实际参数$a_1=1,a_2=10,b=2$未知但知道其界限,分别为$\theta_1=3,\theta_2=14,\beta=1$. 式中$\delta(t)=1.3,k(t)=2.6$ 未知但知道其满足$1\leqslant\delta(t)\leqslant2,2\leqslant k(t)\leqslant3$, 因而可以取: $\hat{f}_1=1.5\dot{x}$, $F_1=0.5|\dot{x}|,\hat{f}_2=2.5x^2,F_2=0.5x^2$. 扰动$d(t)=2\sin(2t)$未知但知道其界限$D=2$. 期望轨迹为: $x_{\rm d}=\sin\dfrac{t}{2}$, 系统初值为: $x(0)=1,\dot{x}(0)=0.2$. 选取$\lambda=2,\eta=0,k_0=0.1,\mu=10$, 闭环系统的仿真结果如图1所示, 参数估计结果如图2所示. 仿真结果表明, 非线性系统在同时存在控制输入不灵敏区和参数、结构不确定性时, 采用由定理1,2给出的控制方法, 能够实现非线性系统的输出渐近跟踪. 改进的控制算法可以避免控制信号的抖动, 保证跟踪误差的一致终结有界.

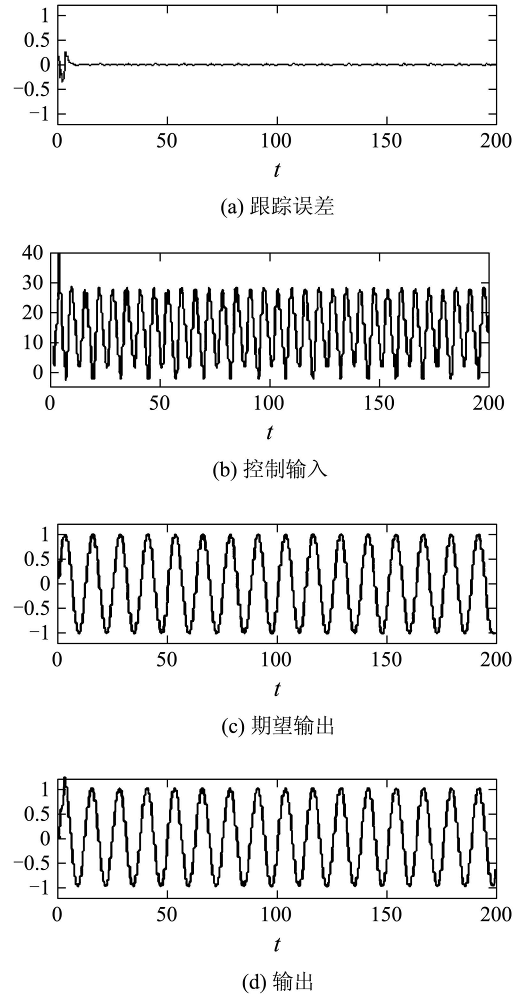
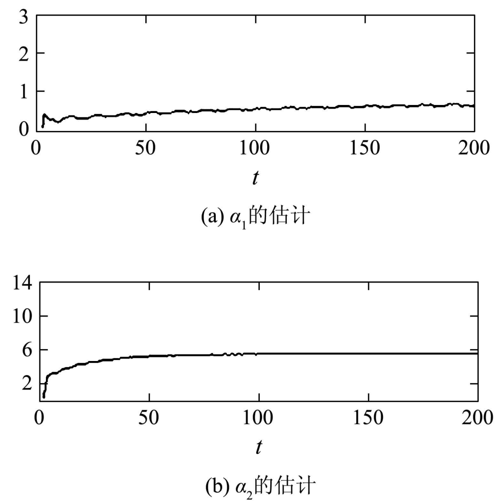


图 1　闭环系统仿真结果

Fig. 1　Simulation results of the closed-loop system



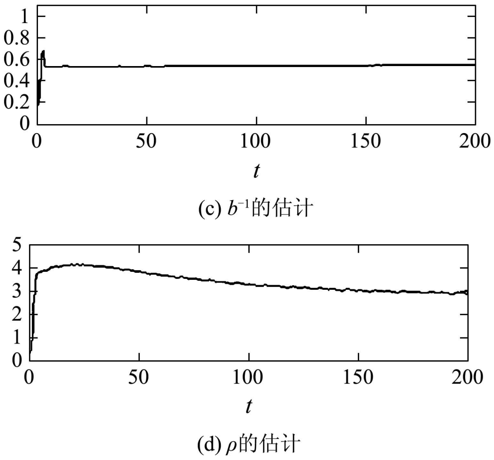


图 2 参数估计结果

Fig. 2 Results of the parameter estimation

5 结论(Conclusion)

本文针对具有不灵敏区的有界不确定非线性系统, 利用自适应控制方法和变结构控制方法, 在不灵敏区和不确定性满足文中假设1～5的条件下, 提出了保证非线性系统输出跟踪误差一致终结有界的输出跟踪鲁棒控制器. 由于上述条件在实际系统中较容易满足, 因此本文所提出的设计方法能得到较广泛的应用.

参考文献 (References):

[1] ISIDORI A, KANG W. H_∞ control via measurement feedback general nonlinear systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1996, 40(3): 466 – 472.

[2] BYRNES C L, ISIDORI A, WILLEMS J C. Passivity feedback equivalence and the global stabilization of minimum phase nonlinear systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1991, 36(12): 1228 – 1240.

[3] 斯洛廷J J E, 李卫平. 应用非线性控制[M]. 北京: 国防工业出版社, 1992.
(SI Luoting J J E, LI Weiping. *Application of Nonlinear System Control*[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1992.)

[4] 高为炳. 非线性控制系统导论[M]. 北京: 科学出版社, 1998.
(GAO Weibing. *Conspectus of Nonlinear System Control*[M]. Beijing: Beijing Science Press, 1998.)

[5] TAO G, KOKOTOVIC P V. Discrete-time adaptive control of systems with unknown dead-zones[J]. *Int J Control*, 1994, 61(1): 1 – 17.

[6] TAO G, KOKOTOVIC P V. Adaptive control of plants with unknown dead-zones[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1994, 39(1): 59 – 68.

[7] 黄琳. 稳定性理论[M]. 北京: 北京大学出版社, 1992, 7: 16 – 43.
(HUANG Lin. *A Theory of Stability*[M]. Beijing: Beijing University Press, 1992, 7: 16 – 43.)

作者简介:

胡剑波 (1965—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为变结构控制、工业控制和飞行控制等, E-mail: autosys@vip.sina.com;

辛海良 (1982—), 男, 研究生, 主要研究领域为先进控制理论及其应用, E-mail: zzlang314@163.com.