文章编号:1000-8152(2007)06-1033-05

### 考虑电磁铁故障的磁浮列车单悬浮模块的容错控制

龙志强,陈慧星,常文森

(国防科技大学机电工程与自动化学院,湖南长沙410073)

摘要:本文针对参数具有不确定性的磁浮列车单模块悬浮系统,利用线性矩阵不等式(LMI)方法,设计了对执行器失效具有完整性的容错控制器.同时考虑到工程实际的需要,引入权重概念对控制律进行修改,并利用数值方法 对新控制律作用下闭环系统的稳定性进行验证.对不同执行器故障模式下悬浮间隙的变化进行了仿真分析,结果 表明该方法对闭环系统的参数不确定性具有鲁棒性,对部分执行器失效具有容错能力.

关键词:容错控制;单悬浮模块;线性矩阵不等式;执行器失效

中图分类号: TP273 文献标识码: A

## Fault tolerant control on single suspension module of maglev train with electromagnet failure

LONG Zhi-qiang, CHEN Hui-xing, CHANG Wen-sen

(College of Mechaeronics Engineering and Automation, National University of Defense Technology,

Changsha Hunan 410073, China)

**Abstract:** A fault-tolerant controller is designed based on linear matrix inequality approach for single suspension module of Maglev train with parameters uncertainty and electromagnet failures. The conception of weight is adopted to modify the control law for the actual project requirements, and the stability of the close-loop system is then verified. The gap variation with different actuator failures is also simulated. The conclusions show that the close-loop system can adapt the parameters' uncertainty and some actuator failures.

Key words: fault tolerant control(FTC); single suspension module; LMI; actuator failures

### 1 引言(Introduction)

目前容错控制理论主要应用于航空航天、核工 业和化学工业等一些原则上不许失败的领域.考虑 到磁浮列车运行时对系统的安全性、可靠性要求高, 因此将容错控制理论成果应用到磁浮技术领域是 完全必要且必须的.电磁型磁浮列车<sup>[1]</sup>的核心问题 是悬浮控制问题,悬浮控制系统<sup>[2]</sup>除了对承载变化 和外部扰动具有较好的适应能力外,对系统的传感 器、执行器或者其他重要部件的故障也应具备容错 能力.目前悬浮控制系统的可靠性研究主要停留在 硬件冗余的层面上,这不仅提高了控制系统的硬件 成本,也使得实时检测和实时动态协调复杂化.

在文献[3~6]的基础上,本文将基于LMI的容错 控制理论应用到伴有有界参数摄动的不确定磁浮列 车的单模块悬浮系统.针对执行器可能失效的情况, 结合工程实际的控制模式,对直接采用LMI方法设 计的容错控制器进行了改进,从数值的角度证明改 进控制器的可行性,从仿真角度对改进的容错控制器进行了验证.

### 单模块悬浮系统建模(Modeling of the single suspension module)

CMS-3磁浮列车由4个转向架组成,每个转向架 包括左右两个电磁铁模块.单个悬浮模块分布有4个 电磁铁,其中电磁铁和斩波器一一对应,由两个控制 器独立控制.本文以两点支撑的单个电磁铁模块为 研究对象进行理论和仿真分析.

针对图1所示的单模块悬浮系统, 假定: 1) 忽略 绕组漏磁通; 2) 忽略磁铁芯和导轨中的磁阻, 即认为 磁势均匀降在气隙上.

设N为电磁铁绕组匝数, A为铁芯极面积, i(t)为 线圈电流, v(t)为控制线圈两端电压, 4a为转向架的 长度,  $M_C$ 为车厢在单悬浮模块的等效质量,  $M_B$ 为 转向架在单悬浮模块的等效质量,  $z_i(t)$ ,  $c_i(t)$ ,  $h_i(t)$ ,  $y_i(t)$ (i = 1, 2)分别表示绝对参考平面到电磁

收稿日期: 2005-11-28; 收修改稿日期: 2006-11-20.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60404003);湖南省自然科学基金资助项目(03JJY3108).

铁1,4的位移、电磁铁1,4的悬浮间隙、绝对参考平面到轨道的位移及绝对参考平面到车厢前后的距离. *x*<sub>10</sub>, *x*<sub>20</sub>分别为平衡时左右弹簧的静态长度, *k*, *c*分别为弹簧的弹性系数和阻尼器的阻尼系数, α为斩波器的增益, *F*<sub>1</sub>, *F*<sub>2</sub>, *F*<sub>3</sub>, *F*<sub>4</sub>分别为从左至右4个电磁铁在竖直方向产生的磁力, *F*<sub>5</sub>, *F*<sub>6</sub>, *F*<sub>7</sub>, *F*<sub>8</sub>分别为从左至右4个弹簧的弹力与阻尼器的阻尼力的合力,则单模块系统动力学模型:

1) 对于系统的平动,转向架、车厢在竖直方 向(以竖直向下方向为正)的动态方程为

$$\frac{1}{2}M_B(\ddot{z}_1 + \ddot{z}_2) = -F_1(i_1, c_1) - F_2(i_2, \frac{2c_1 + c_2}{3}) - F_3(i_3, \frac{c_1 + 2c_2}{3}) - F_4(i_4, c_2) + M_Bg + M_Cg - k[z_1(t) - y_1(t) - x_{10}] - c[\dot{z}_1(t) - \dot{y}_1(t)] + \dot{f}_d(t) - k[z_2(t) - y_2(t) - x_{20}] - c[\dot{z}_2(t) - \dot{y}_2(t)],$$
(1)
$$\frac{1}{2}M_C(\ddot{y}_1 + \ddot{y}_2) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sum_{j$$

$$k[z_{1}(t) - y_{1}(t) - x_{10}] + c[\dot{z}_{1}(t) - \dot{y}_{1}(t)] + k[z_{2}(t) - y_{2}(t) - x_{20}] + c[\dot{z}_{2}(t) - \dot{y}_{2}(t)] + \ddot{f}_{d}(t).$$
(2)





2) 对于系统的转动,转向架、车厢相对质心动点 的动量矩(以逆时针方向为正)方程为

$$\frac{8}{9}M_B(\ddot{z}_1 - \ddot{z}_2) = (F_3 - F_2) + 3(F_4 - F_1) + 3(F_5 + F_6 - F_7 - F_8), (3)$$
  

$$\frac{8}{9}M_C(\ddot{y}_1 - \ddot{y}_2) = 3(F_7 + F_8 - F_5 - F_6). \quad (4)$$
  
3) 对于电压关系,有

$$v_m(t) \approx R_m i_m(t) + \frac{\mu_0 N_m^2 A_m \dot{i}_m(t)}{2a_m(t)} - \frac{\mu_0 N_m^2 A_m i_m(t) \dot{a}_m(t)}{2[a_m(t)]^2}.$$
(5)

其中:  $a_1 = c_1, a_2 = \frac{2c_1 + c_2}{3}, a_3 = \frac{c_1 + 2c_2}{3}, a_4 = c_2, m = 1, 2, 3, 4.$ 4) 在系统静态平衡时,有力学方程  $M_Bg + M_Cg = F_1(i_{10}, a_{10}) + F_2(i_{20}, a_{20}) + F_3(i_{30}, a_{30}) + F_4(i_{40}, a_{40}).$  (6)

其中:  $F_m(i_{m0}, a_{m0}) = \frac{\mu_0 N^2 A}{4} [\frac{i_{m0}}{a_{m0}}]^2$  (m = 1, 2, 3, 4).

5) 各距离之间的相互关系(为简化问题, 暂时忽 略轨道的不平顺, 即 *h*(*t*) = *h*<sub>0</sub>为常数):

$$z_i(t) = c_i(t) + h_i(t) = c_i(t) + h_{i0}.$$
 (7)

其中:  $z_i 0 = c_i 0 + h_i 0$ ,  $\dot{z}_i(t) = \dot{c}_i(t)$ ,  $\ddot{z}_i(t) = \ddot{c}_i(t)$ , (i = 1, 2).

取 $x_1 = c_1, x_2 = c_2, x_3 = \dot{c}_1, x_4 = \dot{c}_2, x_5 = i_1,$  $x_6 = i_2, x_7 = i_3, x_8 = i_4, u_1 = v_1, u_2 = v_2,$  $u_3 = v_3, u_4 = v_4, U = \begin{bmatrix} u_1 u_2 u_3 u_4 \end{bmatrix}^T,$ 如忽略二 次系和外界对转向架的动态干扰力, 在系统平衡点 对式(1)~(7)线性化, 得到单模块悬浮系统的状态空 间方程为

$$\dot{X} = AX + BU. \tag{8}$$

其中:

第6期

$$\begin{split} t_1 &= \frac{1}{16M_B} (43k_{z1} + \frac{50k_{z2}}{3} + \frac{7k_{z3}}{3}), \\ t_2 &= \frac{1}{16M_B} (\frac{25k_{z2}}{3} + \frac{14k_{z3}}{3} - 11k_{z4}), \\ t_3 &= \frac{1}{16M_B} (-11k_{z1} + \frac{14k_{z2}}{3} + \frac{25k_{z3}}{3}), \\ t_4 &= \frac{1}{16M_B} (\frac{7k_{z2}}{3} + \frac{50k_{z3}}{3} + 43k_{z4}), \\ L_{0m} &= \frac{\mu_0 N^2 A}{2a_m}, \ k_{im} &= \frac{\mu_0 N^2 A i_{m0}}{2a_m^2}, \\ k_{zm} &= \frac{\mu_0 N^2 A i_{m0}^2}{2a_m^3} (m = 1, 2, 3, 4). \end{split}$$

2a<sub>m</sub>。 该系统是一个MIMO开环不稳定系统,同时有4 个电磁铁工作,因此可以充分利用电磁铁的冗余性 进行电磁铁或斩波器故障问题的容错控制分析.

## 3 基于LMI方法的容错控制器设计(FTC design based on LMI)

## **3.1** 容错控制设计方法分析(Theoretical analysis of FTC method)

由于建模误差、线性近似等因素的影响,单模 块悬浮系统模型存在一定程度的不确定性. 假设 ΔA为系统矩阵A的摄动阵,表示系统模型参数误 差,则考虑不确定性的单模块悬浮系统的状态空间 可描述为

$$\dot{X}(t) = (A + \Delta A(t))X(t) + BU(t).$$
(9)

其中:  $\Delta A$ 是未知且有界的定常矩阵, 同时可以表示为如下的范数有界形式 $\Delta A = DE(t)F$ , 其中 D, F为已知的定常矩阵, E为未知的定常阵且满 足 $E^{T}E \leq 1$ .

在单模块的磁浮列车悬浮系统中, 斩波器、电磁 铁等失效是执行器故障的主要来源<sup>[7]</sup>. 引入开关矩 阵  $L = \text{diag}\{l_1, l_2, l_3, l_4\}$ 表示执行器的可能失效, 其中, 当执行器 *i*正常时,  $l_i = 1$ ; 当执行器*i*完全失 效时,  $l_i = 0$ . 因此该悬浮模块共有16种故障模式, 对任意的故障模式L均有 $L \in \Omega$ ,  $\Omega$ 表示对角元素 为1和0的各种组合的对角矩阵的集合.

在执行器故障情况下若取状态反馈控制律为:  $U(t) = L(R(t) - \alpha KX(t)), \alpha$ 表示斩波器增益,则 闭环系统为

$$\dot{X}(t) = (A - \alpha BLK + DE(t)F)X(t) + BLR(t).$$
(10)

假设闭环方程(10)在平衡状态  $X_e$ 是渐近稳定的, 由Lyapunov稳定性理论可得

$$\dot{X}_e(t) = (A - \alpha BLK + DE(t)F)X_e(t) + BLR(t) = 0.$$
(11)

将方程(10)和(11)联立,得到闭环系统(10)的 Lyapunov稳定性等价形式:

$$\dot{x} = (A - \alpha BLK + DE(t)F)x.$$
(12)

其中 $x = X(t) - X_e(t)$ .

由文献[8], 若对于所有的 *E*:*E*<sup>T</sup>*E* ≤ 1, 存在正 定对称矩阵 *P*使得

$$P(A - \alpha BLK + DEF)^{\mathrm{T}} + (A - \alpha BLK + DEF)P < 0$$
(13)

成立,则闭环系统(12)是二次稳定的.

根据文献[9]所述的二次稳定与渐近稳定关系可 知,式(13)成立时,系统(12)为渐近稳定,从而该系统 对执行器失效具有完整性.

要使式(13)成立,当且仅当存在标量 $\varepsilon > 0$ 使得下式成立:

$$P(A - \alpha BLK)^{\mathrm{T}} + (A - \alpha BLK)P + \varepsilon DD^{\mathrm{T}} + \varepsilon^{-1}(FP)^{\mathrm{T}}(FP) < 0,$$
(14)

从而得到系统相应的LMI描述为

$$\begin{bmatrix} M & (FP)^{\mathrm{T}} \\ FP & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0.$$
 (15)

其中

$$\begin{split} M &= PA^{\mathrm{T}} + AP - \alpha PK^{\mathrm{T}}LB^{\mathrm{T}} - \\ \alpha BLKP + \varepsilon DD^{\mathrm{T}}. \end{split}$$

如果上式对于任意矩阵 $L \in \Omega$ 均存在正定解 $P > 0, \varepsilon > 0, 则闭环系统对于执行器失效具有完整性的容错能力.$ 

综上所述,单模块悬浮系统的容错控制器设计问题等价于LMI方程(15)的解 {*K*,*P*} 的存在问题.

# **3.2** 控制器参数的改进及稳定性验证(Controller parameters improvement and stability verification)

根据式(15),结合单模块的实际参数,求得一组 可行解K.记反馈矩阵的前4列各行向量为k<sub>1</sub>,k<sub>2</sub>,k<sub>3</sub>, k<sub>4</sub>,分别表示4个电磁铁对于悬浮间隙和速度的反馈 系数(不包含电流反馈系数).

实际控制系统中,图1所示,每个控制器同时控制 两个斩波器,即  $u_1 = u_2, u_3 = u_4$ ,这样1,2电磁铁对 和3,4电磁铁对的控制参数应是相同的,因此实际控 制中不能采用前面直接得到的控制矩阵*K*,而必须 进行适当调整.由于4点悬浮的单模块悬浮系统除了 力的平衡外最主要的就是力矩的平衡,而每个电磁 铁产生的电磁力大小、方向相同,因此力臂的大小 决定了每个电磁铁产生的力矩大小.这里以单悬浮 模块的质心作为支点,将每个电磁力作用点到支点 的距离与转向架长度的比值作为权重,整合得到新 的关于悬浮间隙和速度的控制矩阵:  $k_1', k_2', k_3', k_4',$ 即 $k_1' = k_2' = \frac{2k_1 + k_2}{3}, k_3' = k_4' = \frac{k_3 + 2k_4}{3}.$ 下面证明在新的控制律作用下,闭环系统对执行

下面证明在新的控制律作用下,闭环系统对执行 器失效仍然具有完整性.

CMS-3型磁浮列车单模块悬浮系统的具体物理 参数为

$$\begin{split} M_B &= 1000 \,\text{kg}, \ M_C = 2000 \,\text{kg}, \ A = 0.021 \,\text{m}^2, \\ N &= 324, \ \alpha = 320, \ \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}, \\ R &= 0.5 \,\Omega, \ i_{10} = i_{20} = i_{30} = i_{40} = 26 \,\text{A}, \\ k_{c1} &= k_{c2} = k_{c3} = k_{c4} = 0.12, \\ a_{10} &= a_{20} = a_{30} = a_{40} = 0.008 \,\text{m}, \end{split}$$

代入线性化矩阵(8), 得到特征矩阵A及B:

考虑到悬浮间隙的最大变化范围为±1 mm,则有 界摄动矩阵为Δ*A*:

 $\Delta A =$ 

0	0	0	0	0	0	0	0 ]
0	0	0	0	0	0	0	0
-0.76	0.34	0	0	-0.02 -	-0.01 -	-0.01	0.01
0.34	-0.76	0	0	0.01 -	-0.01 -	-0.01 -	-0.02
0	0	0.01	0	0.04	0	0	0
0	0	0.05	0.03	0	0.04	0	0
0	0	0.03	0.05	0	0	0.04	0
0	0	0	0.08	0	0	0	0.04

针对具体的单模块磁浮系统, 取D = F = I,  $\varepsilon = 0.0000115$ , 对式(15)的LMI方程进行求解, 得到 相应的控制律K:

得到修正后的控制律K'为

ł	K' =							
	-3117.3	1258.2 -	-77.6 - 19	0.3 0.3	120	0	0	
	-3117.3	1258.2 -	-77.6 - 19	0.3 0	0.12	0	0	
	1258.2 -	-3117.3 -	-19.3 - 77	6.0	0	0.12	0	
	1258.2 -	-3117.3 -	-19.3 - 77	6.0	0	0	0.12	

经验证,执行器故障模式为 $L_1$  = diag{0,1,1,1},  $L_2$  = diag{1,0,1,1},  $L_3$  = diag{0,1,1,0},  $L_4$  = diag{1,0,0,1},  $L_5$  = diag{1,0,1,0}时, 在控制律  $U(t) = L(R(t) - \alpha K'X(t))$ 作用下,不确定闭环系 统的系统矩阵  $A + \Delta A - \alpha BLK'$  是负定的,因而该 控制律能保证执行器故障情况下闭环系统稳定.

### 4 系统仿真及其结果(Simulation analysis)

结合3.2节的具体参数,对直接由LMI方法求解 得到的控制参数进行仿真,得到如图2和图3所示的 仿真曲线.



图 2 原参数下的阶跃响应图(间隙1) Fig. 2 Step response under old parameters(gap 1)



Fig. 3 Step response under various fault(gap 1)

由图2,3可知,依据LMI原理所设计的控制器对磁悬浮系统的执行器故障具有较强的容错能力.由

于单悬浮模块的对称性,1和4,2和3,(1.3)和(2.4)是 对称的故障对.1号故障和1,3号故障所对应的悬浮 间隙在阶跃输入情况下超调量大,调节时间长,动态 响应效果差;对阶跃响应峰值的比较,说明1,3号故 障对于乘坐的舒适性影响较大.

对依权重概念得到的控制律K'进行仿真,具体的仿真曲线如图4和图5所示.

从图4、图5可以看出:改进后的控制参数同样能够确保悬浮系统在电磁铁局部故障下实现稳定,同时降低了系统的超调量,提高了乘坐的舒适度.由 图5可知,由于修改后1和2,3和4的控制参数一致,所以(1.4)故障和(2.3)故障情况下的悬浮间隙变化情况一致;1号电磁铁故障和(1.3)电磁铁对故障对系统影响较大.



图 4 参数修改后的系统阶跃响应图(间隙1)

Fig. 4 Step response under new parameters(gap 1)



Fig. 5 Step response under various fault (gap 1)

### 5 结论(Conclusion)

本文针对单模块磁浮列车悬浮系统的容错控制 问题,采用线性矩阵不等式的方法,设计了容错控制 器.结合工程实际控制情况,利用力矩平衡的概念得 到了权重值,并以此对控制律进行了适当的修改,同 时结合具体的仿真结果得到如下结论: 1) 基于LMI方法所设计的容错控制器对于单模 块磁浮列车悬浮系统的部分电磁铁故障具备容错能 力.

2) 单模块悬浮结构的对称性使得所设计的控制器的控制参数也有很好的对称性,这充分说明可利用系统物理结构固有的冗余性设计所需要的容错控制器.

### 参考文献(References):

- SINHA P K. Electromagnetic Suspension: Dynamics and Control[M]. New York: Peter Peregrinus Ltd, 1987: 40 – 60.
- [2] 龙志强,郝阿明,曹承侃. 降低参数灵敏度的磁浮列车鲁棒控制器 设计[J]. 控制理论与应用, 2004, 21(3): 804 – 808.
  (LONG zhiqiang, HAO Aming, CAO Chengkan. Sensitivity constrained robust controller design of suspension controller for Maglev train[J]. Control Theory & Applications, 2004, 21(3): 804 – 808.)
- [3] 俞立. 鲁棒控制-线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京: 清华大学 出版社, 2002: 30-50.
  (YU li. Robust Control-LMI Process Method[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002: 30-50.)
- [4] 周东华, DING X. 容错控制理论及其应用[J]. 自动化学报, 2000, 26(6): 788 797.
  (ZHOU Donghua, DING X. Theory and applications of fault tolerant control[J]. Acta Automatica Sinica, 2000, 26(2): 788 797.)
- [5] 王福利, 张颖伟. 容错控制[M]. 沈阳: 东北大学出版社, 2003: 43-55.

(WANG Fuli, ZHANG Yinwei. *Fault Tolerant Control*[M]. Shenyang: Northeast University Press, 2003: 43 – 55.)

- [6] 胡寿松, 孙金生, 李军. 鲁棒容错控制系统设计[J]. 控制理论与应用, 1994, 11(3): 376 380.
  (HU Shousong, SUN Jinsheng, LI Jun. Robust fault tolerant control design[J]. *Control Theory & Applications*, 1994, 11(3): 376 380.)
- [7] SUNG H K, CHO H J, YOO M H, et al. Fault tolerant control of electromagnetic levitation system[C] // Proc of the 18th Magnetically Levitated System and Linear Drives. Shanghai: Shanghai Press, 2004, 2: 676 – 689.
- [8] KHARGONEKAR P P, PETERSEN I R, ZHOU KEMIN. Robust stabilization of uncertain linear systems: quadratic stabilizability and  $H_{\infty}$  control theory[J]. *IEEE Trans on Automatica Control*, 1990, 35(3): 356 361.
- [9] 吴刚, 李军, 王执铨. 基于LMI方法的不确定连续系统容错控制器 设计[J]. 计算技术与自动化, 2003, 22(2): 86-88.
  (WU Gang, LI Jun, WANG Zhiquan. Design method for fault-tolerant controller of uncertain continuous systems based on LMI theory[J]. *Computing Technology and Automation*, 2003, 22(2): 86-88.)

#### 作者简介:

龙志强 (1967—), 男, 教授, 目前研究方向为故障诊断与容错

控制技术、磁浮列车控制技术, E-mail: zhqlong@263.net;

**陈慧星** (1980—), 男, 博士研究生, 目前研究方向为磁悬浮控 制技术, E-mail: chx0808@sina.com;

**常文森** (1935—), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为机器 人控制、智能控制和磁悬浮控制, E-mail: maglev999@yahoo.com.cn.