文章编号: 1000−8152(2007)06−1038−05

一类不确定广义时滞系统的鲁棒耗散控制

杨 丽[1,2], 张庆灵[2], 杨晓光[2,3], 刘佩勇[2]

(1. 辽宁大学 数学系, 辽宁 沈阳 110036; 2. 东北大学 系统科学研究所, 辽宁 沈阳 110004;
3. 大连海事大学 数学系, 辽宁 大连 116026)

摘要: 将耗散不确定性引入到不确定广义系统中, 在状态空间下, 通过线性矩阵不等式(LMI)的方法, 研究了一类不确定广义时滞系统的鲁棒耗散控制问题. 给出了此类不确定广义系统严格耗散的充分条件, 然后设计了此类不确定广义系统的鲁棒耗散控制器, 最后通过数值算例验证了定理的可行性.

关键词: 耗散不确定性; 鲁棒稳定; 耗散控制器
中图分类号: TP273　　　**文献标识码**: A

Robust dissipative control for a class of singular time-delay systems with uncertainties

YANG Li[1,2], ZHANG Qing-ling[2], YANG Xiao-guang[2,3], LIU Pei-yong[2]

(1. Department of Mathematics, Liaoning University, Shenyang Liaoning 110036, China;
2. Institute of Systems Science, Northeastern University, Shenyang Liaoning 110004, China;
3. Department of Mathematics, Dalian Maritime University, Dalian Liaoning 116026, China)

Abstract: The notion of dissipative uncertainties is proposed for singular systems with uncertainties. In state space, the robust dissipative control problem for a class of singular time-delay systems with uncertainties is discussed by using the linear matrices inequalities(LMI). The sufficient condition of strict dissipativity for this kind of singular systems is then obtained, the robust dissipative controller for the class of singular systems with uncertainties is also given. Finally, the feasibility of the theorems is testified by the numerical example.

Key words: dissipative uncertainties; robust stability; dissipative controller

1 引言(Introduction)

耗散性系统理论自20世纪70年代提出以来, 在系统稳定性研究过程中起到重要的作用, 它的实质是存在一个非负的能量函数, 使得系统能量损耗总是小于能量的供给率. H_∞控制和无源控制都是耗散控制的特例[1]. 而且基于耗散性的控制理论不但可以提供解决H_∞控制和正实控制问题的统一框架, 还能揭示很多更深刻的内容. 同时, 广义时滞系统广泛存在于客观世界, 由于各种原因, 使得系统又不可避免地存在种种不确定性, 从而不确定广义时滞系统的研究得到了人们的广泛关注[2~4]. 而且, 不确定信息的描述通常是范数有界性描述和正实性描述, 这两种描述都有它们各自的保守性, 范数有界性描述只考虑增益性, 正实性描述只考虑不确定性的相位, 因此就需要一种描述方法兼顾这两方面的信息. 文[5]提出的耗散不确定性就是这种描述方法, 它为笔者描述实际系统的不确定性提供了一种更一般, 更灵活的方法. 并且, 这种方法已经被推广到离散的时滞系统中, 文[6]利用线性矩阵不等式的方法, 考虑了耗散不确定性, 研究了线性离散系统的鲁棒严格耗散控制问题. 而广义系统和正常系统相比结构更为复杂, 因此, 本文在状态空间下, 将耗散不确定性引入到广义系统中, 讨论了一类具有状态时滞的不确定线性广义系统严格耗散控制问题, 并给出了鲁棒耗散控制器的设计方法.

2 系统描述与预备知识(System description and prelimianries)

考虑如下的广义时滞系统

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = Ax(t) + A_d x(t-d) + B\omega(t)\,, \\ z(t) = Cx(t) + C_d x(t-d) + D\omega(t)\,. \end{cases} \tag{1}$$

其中: E是奇异矩阵, A, B, C, D, A_d, C_d都是适当维

收稿日期: 2005−01−24; 收修改稿日期: 2006−12−05.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60574011).

数的定常矩阵, $x(t)\in\mathbb{R}^n$是状态向量, $z(t)\in\mathbb{R}^q$是输出向量, $\omega(t)\in\mathbb{R}^p$是外部输入向量, 且$\omega(t)\in L_2(0,\infty)$, $d>0$是时滞常量, $\eta(t)$是初始状态向量.

对系统(1)选取的二次能量供给率为

$$r(\omega,z)=<z,Qz>_T+2<z,S\omega>_T+<\omega,R\omega>_T, \tag{2}$$

其中: $<u,v>=\int_0^T u^{\mathrm T}v\mathrm{d}t$, Q,R为给定对称矩阵, S为给定的适当维数的矩阵.

定义 1 系统(1)称为严格(Q,S,R)–耗散的, 如果对任何$T>0$, 存在某一常数$\alpha>0$, 在零初始条件下, 满足以下条件:

$$r(\omega,z)\leqslant-\alpha<\omega,\ \omega>_T. \tag{3}$$

定义 2[7] 设系统(1)的李雅普诺夫函数为

$$L(x,t)=x^{\mathrm T}E^{\mathrm T}Px+\int_{t-d}^{t}x(\tau)^{\mathrm T}Vx(\tau)\mathrm{d}\tau. \tag{4}$$

其中: $P\in\mathbb{R}^{n\times n}$, $V\in\mathbb{R}^{n\times n}$, 且$E^{\mathrm T}P=P^{\mathrm T}E$, $V>0$. 如果存在一常数$\varepsilon>0$, 使得李雅普诺夫函数(4)对时间t的导数满足

$$\dot L(x,t)\leqslant-\varepsilon\|x\|^2, \tag{5}$$

则系统(1)称为二次稳定的.

一般地, 对于Q,S,R的选取有下列假设:

假设 1.1 $Q\geqslant 0$.

假设 1.2 $R+D^{\mathrm T}S+S^{\mathrm T}D+D^{\mathrm T}QD<0$.

3 鲁棒耗散控制(Robust dissipative control)

3.1 耗散不确定性(Dissipative uncertainties)

在系统(1)中引入不确定性, 具体如下:

$$\begin{cases}E\dot x(t)=Ax(t)+A_dx(t-d)+\\ \qquad B\omega(t)+\sum\limits_{i=1}^{L}H_ip_i(t),\\ z(t)=Cx(t)+C_dx(t-d)+\\ \qquad D\omega(t)+\sum\limits_{i=1}^{L}H_{zi}p_i(t),\\ q_i(t)=F_ix(t)+F_{di}x(t-d)+\\ \qquad F_{\omega i}\omega(t)+\sum\limits_{j=1}^{L}F_{pi,j}p_j(t),\\ x(t)=\eta(t),\ t\in[-d,0].\end{cases} \tag{6}$$

其中: $p_i(t)\in\mathbb{R}^{k_i}$和$q_i(t)\in\mathbb{R}^{h_i}$为不确定性变量, $H_i,H_{zi},F_i,F_{di},F_{\omega i}$及$F_{pi,j}$分别是适当维数的实常数矩阵.

将文[6]中定义的耗散不确定性引入到广义系统有

定义 3 对于系统(6), 若各不确定性变量$p_i(t)$和$q_i(t)$分别满足下列二次型耗散不等式:

$$<p_i,Q_ip_i>_T+2<p_i,S_iq_i>_T+<q_i,R_iq_i>_T\leqslant 0,\ i=1,2,\cdots,L, \tag{7}$$

则称系统具有耗散不确定性, 式中Q_i,S_i,R_i为适当维数的权矩阵, 且Q_i,R_i对称. 令

$$\hat Q=\mathrm{diag}\{Q_1,\cdots,Q_L\},\ \hat S=\mathrm{diag}\{S_1,\cdots,S_L\},$$
$$\hat R=\mathrm{diag}\{R_1,\cdots,R_L\},\ p=[p_1^{\mathrm T},\cdots,p_L^{\mathrm T}]^{\mathrm T},$$
$$q=[q_1^{\mathrm T},\cdots,q_L^{\mathrm T}]^{\mathrm T},$$

则不等式(7)成立意味着

$$<p,\hat Qp>_T+2<p,\hat Sq>_T+<q,\hat Rq>_T\leqslant 0. \tag{8}$$

耗散不确定性是已被广泛讨论的范数有界不确定性和正实不确定性的广义化. 明显地, 无论不确定性的已知信息如何充分, 范数有界描述只考虑不确定性的增益, 而正实性描述只考虑不确定性的相位, 因此在不确定系统鲁棒控制的分析与综合中都引入了较大的保守性. 耗散不确定性可兼顾两方面信息, 提供了更一般和灵活的对实际系统的描述的方法[6]. 本文将耗散不确定性推广到广义系统中, 用这种更灵活的描述实际系统的方法来刻画广义系统中的不确定信息.

一般情形对Q_i,S_i,R_i有下列假设:

假设 2.1 $Q_i+S_iF_{pi}+F_{pi}^{\mathrm T}S_i^{\mathrm T}+F_{pi}^{\mathrm T}R_iF_{pi}>0$.

假设 2.2 $R_i\leqslant 0,\ i=1,2,\cdots,L$.

3.2 鲁棒耗散性分析(Analysis of robust dissipation)

定义 4 不确定系统如果对于所允许的不确定性渐近稳定且严格(Q,S,R)–耗散的, 则称该系统是鲁棒稳定且严格(Q,S,R)–耗散的.

为了叙述简洁, 引入如下简写符号:

$$H=[H_1\cdots H_L],\ H_z=[H_{z1}\cdots H_{zL}],$$
$$F=[F_1^{\mathrm T}\cdots F_L^{\mathrm T}]^{\mathrm T},\ F_d=[F_{d1}^{\mathrm T}\cdots F_{dL}^{\mathrm T}]^{\mathrm T},$$
$$F_\omega=[F_{\omega1}^{\mathrm T}\cdots F_{\omega L}^{\mathrm T}]^{\mathrm T},\ F_p=[F_{p1}^{\mathrm T}\cdots F_{pL}^{\mathrm T}]^{\mathrm T},$$
$$F_{pi}=[F_{pi,1}\cdots F_{pi,L}],\ i=1,\cdots,L,$$
$$\zeta=[x^{\mathrm T}(t)\ \ x^{\mathrm T}(t-d)\ \ \omega^{\mathrm T}(t)\ \ p^{\mathrm T}(t)]^{\mathrm T}.$$

引理 1[8] 如果不确定广义系统二次稳定, 则该广义系统鲁棒稳定.

为了简化定理的证明过程, 引入如下符号:

$$\varXi=\begin{bmatrix}A^{\mathrm T}P+P^{\mathrm T}A+V & P^{\mathrm T}A_d & P^{\mathrm T}B & P^{\mathrm T}H\\ A_d^{\mathrm T}P & -V & 0 & 0\\ B^{\mathrm T}P & 0 & 0 & 0\\ H^{\mathrm T}P & 0 & 0 & 0\end{bmatrix},$$

$$\Gamma=\begin{bmatrix} C^{\mathrm T}QC & C^{\mathrm T}QC_d & C^{\mathrm T}QD+C^{\mathrm T}S & C^{\mathrm T}QH_z\\ C_d^{\mathrm T}QC & C_d^{\mathrm T}QC_d & C_d^{\mathrm T}QD+C_d^{\mathrm T}S & C_d^{\mathrm T}QH_z\\ \Gamma_{31} & \Gamma_{32} & \Gamma_{33} & \Gamma_{34}\\ H_z^{\mathrm T}QC & H_z^{\mathrm T}QC_d & H_z^{\mathrm T}QD+H_z^{\mathrm T}S & H_z^{\mathrm T}QH_z \end{bmatrix}.$$

其中:

$$\Gamma_{31}=D^{\mathrm T}QC+S^{\mathrm T}C,\ \Gamma_{32}=D^{\mathrm T}QC_d+S^{\mathrm T}C_d,$$
$$\Gamma_{33}=D^{\mathrm T}QD+S^{\mathrm T}D+D^{\mathrm T}S+R,$$
$$\Gamma_{34}=D^{\mathrm T}QH_z+S^{\mathrm T}H_z,$$
$$\Omega(Q_i,S_i,R_i,F_i,F_{di},F_{\omega i},F_{pi})=$$
$$\begin{bmatrix} F_i^{\mathrm T}R_iF_i & F_i^{\mathrm T}R_iF_{di} & F_i^{\mathrm T}R_iF_{\omega i} & F_i^{\mathrm T}S_{ii}^{\mathrm T}+F_i^{\mathrm T}R_iF_{pi}\\ F_{di}^{\mathrm T}R_iF_i & F_{di}^{\mathrm T}R_iF_{di} & F_{di}^{\mathrm T}R_iF_{\omega i} & F_{di}^{\mathrm T}S_{ii}^{\mathrm T}+F_{di}^{\mathrm T}R_iF_{pi}\\ F_{\omega i}^{\mathrm T}R_iF_i & F_{\omega i}^{\mathrm T}R_iF_{di} & F_{\omega i}^{\mathrm T}R_iF_{\omega i} & F_{\omega i}^{\mathrm T}S_{ii}^{\mathrm T}+F_{\omega i}^{\mathrm T}R_iF_{pi}\\ \Omega_{41} & \Omega_{42} & \Omega_{43} & \Omega_{44} \end{bmatrix}.$$

其中:

$$\Omega_{41}=S_{ii}+F_i,\ \Omega_{42}=S_{ii}F_{di}+F_{pi}^{\mathrm T}R_iF_{di},$$
$$\Omega_{43}=S_{ii}F_{\omega i}+F_{pi}^{\mathrm T}R_iF_{\omega i},$$
$$\Omega_{44}=Q_{ii}+S_{ii}F_{pi}+F_{pi}^{\mathrm T}S_{ii}^{\mathrm T}+F_{pi}^{\mathrm T}R_iF_{pi},$$

且

$$Q_{ii}=\mathrm{diag}\{0_1\ \cdots\ 0_{i-1}\ Q_i\ 0_{i+1}\ \cdots\ 0_L\},$$
$$S_{ii}^{\mathrm T}=\mathrm{diag}\{0_1\ \cdots\ 0_{i-1}\ S_i^{\mathrm T}\ 0_{i+1}\ \cdots\ 0_L\}.$$

定理 1 给定对称矩阵Q,R和矩阵S, 且$Q=Q^{\mathrm T}>0$, 如果存在矩阵P, $V>0$和标量$\lambda_i>0$, $i=1,2,\cdots,L$, 使得下列LMI成立:

$$E^{\mathrm T}P=P^{\mathrm T}E\geqslant 0,$$
$$\Theta=\begin{bmatrix}\Theta_{11} & \Theta_{12}\\ \Theta_{12}^{\mathrm T} & \Theta_{22}\end{bmatrix}<0. \tag{9}$$

其中:

$$\Theta_{11}=\Xi+$$
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & C^{\mathrm T}S & -F^{\mathrm T}(\lambda_s\hat S)^{\mathrm T}\\ 0 & 0 & C_d^{\mathrm T}S & -F_d^{\mathrm T}(\lambda_s\hat S)^{\mathrm T}\\ S^{\mathrm T}C & S^{\mathrm T}C_d & D^{\mathrm T}S+S^{\mathrm T}D+R & \Lambda_1\\ -\lambda_s\hat SF & -\lambda_s\hat SF_d & H_z^{\mathrm T}S-\lambda_s\hat SF_\omega & \Lambda_2 \end{bmatrix},$$
$$\Lambda_1=S^{\mathrm T}H_z-F_\omega^{\mathrm T}(\lambda_s\hat S)^{\mathrm T},$$
$$\Lambda_2=-\lambda_Q\hat Q-\lambda_S\hat SF_p-F_p^{\mathrm T}\hat S^{\mathrm T}\lambda_S,$$
$$\Theta_{12}^{\mathrm T}=\begin{bmatrix} Q^{\frac12}C & Q^{\frac12}C_d & Q^{\frac12}D & Q^{\frac12}H_z\\ \hat R_-^{\frac12}F & \hat R_-^{\frac12}F_d & \hat R_-^{\frac12}F_\omega & \hat R_-^{\frac12}F_p\end{bmatrix},$$
$$\Theta_{22}=\begin{bmatrix}-I & 0\\ 0 & -\lambda_R^{-1}\end{bmatrix}.$$

其中: $\hat R_-=-\hat R$, $\lambda_Q,\lambda_S,\lambda_R$是关于$\lambda_i$的适当维数的块对角矩阵, 则系统(6)对于容许的不确定性, 在假设条件下是鲁棒稳定且严格(Q,S,R)–耗散的.

证 系统(6)的李雅普诺夫函数为

$$L(x,t)=x^{\mathrm T}E^{\mathrm T}Px+\int_{t-d}^{t}x(\tau)^{\mathrm T}Vx(\tau)\mathrm d\tau, \tag{10}$$

则有

$$\dot L(x,t)=\dot x^{\mathrm T}E^{\mathrm T}Px+x^{\mathrm T}E^{\mathrm T}P\dot x+x^{\mathrm T}Vx-x^{\mathrm T}(t-d)Vx(t-d)=\zeta^{\mathrm T}\Xi\zeta. \tag{11}$$

其中$\zeta=[x^{\mathrm T}\ \ x_d^{\mathrm T}\ \ \omega^{\mathrm T}\ \ p^{\mathrm T}]^{\mathrm T}$.

对于所有的$\zeta\neq 0$, 由假设2.1, 若$[x^{\mathrm T}\ \ x_d^{\mathrm T}\ \ \omega^{\mathrm T}]=0$, 而$p\neq 0$, 则不可能存在$\zeta$满足: $\zeta^{\mathrm T}\Omega\zeta<0$, 因此更严格地讲是对于所有的$[x^{\mathrm T}\ \ x_d^{\mathrm T}\ \ \omega^{\mathrm T}]\neq 0$, 当

$$\zeta^{\mathrm T}\Omega\zeta\leqslant 0 \tag{12}$$

成立时, 不等式(7)成立.

因此, 根据S-procedure[9], 如果存在$\lambda_1\geqslant 0,\cdots,\lambda_L\geqslant 0$, 使得

$$\Xi+\Gamma-\sum_{i=1}^{L}\lambda_i\Omega<0, \tag{13}$$

则

$$\zeta^{\mathrm T}(\Xi+\Gamma)\zeta<0, \tag{14}$$

且式(12)同时成立, 即系统(6)具有耗散的不确定性.

因此存在$\alpha>0$, 使得$\zeta^{\mathrm T}(\Xi+\Gamma)\zeta\leqslant-\alpha\omega^{\mathrm T}\omega$, 而

$$\zeta^{\mathrm T}(\Xi+\Gamma)\zeta=\dot L(x,t)+\zeta^{\mathrm T}\Gamma\zeta, \tag{15}$$

两边积分有

$$L(x,t)+r(\omega,z)\leqslant-\alpha<\omega,\omega>_T,$$

由定理中的条件可得$L(x,t)\geqslant 0$, 所以$r(\omega,z)\leqslant-\alpha<\omega,\omega>_T$, 因此, 系统(6)是鲁棒耗散的.

而且, 若$\omega=0$, 则由式(14)和式(15)可以得到

$$\dot L(x,t)+(Cx+Cx_d+H_zp)^{\mathrm T}Q(Cx+Cx_d+H_zp)<0,$$

则$\dot L(x,t)<0$, 因此, 存在$\varepsilon>0$, 使得$\dot L(x,t)\leqslant-\varepsilon\|x\|^2$, 则广义系统(6)是二次稳定的. 进而, 由引理1, 广义系统(6)是鲁棒稳定的.

令$\lambda_R=\mathrm{diag}\{\lambda_1I_{h_1},\cdots,\lambda_LI_{h_r}\}$, $\lambda_Q=\lambda_S=\mathrm{diag}\{\lambda_1I_{k_1},\cdots,\lambda_LI_{k_r}\}$, 则式(13)可以表示为

$$\Gamma+\Gamma-\Omega(\lambda_Q\hat Q,\lambda_S\hat S,\lambda_R\hat R,F,F_d,F_\omega,F_p)<0.$$

由假设2.2, 得$\hat R_-=-\hat R>0$. 再由引理2, 即可得到式(9). 证毕.

3.3 鲁棒耗散控制器设计(Robust dissipative controller design)

考虑如下不确定广义系统

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = Ax(t) + A_d x(t-d) + B\omega(t) + \\ \qquad B_2 u(t) + \sum\limits_{i=1}^{L} H_i p_i(t)\ , \\ z(t) = Cx(t) + C_d x(t-d) + D\omega(t) + \\ \qquad D_2 u(t) + \sum\limits_{i=1}^{L} H_{zi} p_i(t)\ , \\ q_i(t) = F_i x(t) + F_{di} x(t-d) + F_{\omega i}\omega(t) + \\ \qquad F_{ui} u(t) + \sum\limits_{j=1}^{L} F_{pi,j} p_j(t)\ , \\ x(t) = \eta(t)\ ,\ \ t \in [-d, 0]. \end{cases} \tag{16}$$

其中$u(t) \in \mathbb{R}^l$是控制输入向量.

定义 5　给定对称矩阵Q, R和矩阵S, 对于系统设计一个线性反馈控制器使得相应的闭环系统鲁棒稳定且严格$(Q, S, R) - -$耗散, 则称该反馈控制器是鲁棒耗散控制器.

设系统(16)的状态反馈控制器为

$$u(t) = Kx(t), \tag{17}$$

则其闭环系统为

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = \bar{A}x(t) + A_d x(t-d) + \\ \qquad B\omega(t) + \sum\limits_{i=1}^{L} H_i p_i(t)\ , \\ z(t) = \bar{C}x(t) + C_d x(t-d) + \\ \qquad D\omega(t) + \sum\limits_{i=1}^{L} H_{zi} p_i(t)\ , \\ q_i(t) = \bar{F}_i x(t) + F_{di} x(t-d) + \\ \qquad F_{\omega i}\omega(t) + \sum\limits_{j=1}^{L} F_{pi,j} p_j(t)\ , \\ x(t) = \eta(t),\ t \in [-d, 0]. \end{cases} \tag{18}$$

其中:

$$\bar{A} = A_2 + B_2 K, \bar{C} = C + D_2 K,\ \bar{F}_i = F_i + F_{ui} K.$$

则由定理1, 如果

$$E^{\mathrm{T}} P = P^{\mathrm{T}} E \geqslant 0,\ \bar{\Theta} = \begin{bmatrix} \bar{\Theta}_{11} & \bar{\Theta}_{12} \\ \bar{\Theta}_{12}^{\mathrm{T}} & \bar{\Theta}_{22} \end{bmatrix},$$

其中:

$$\bar{\Theta}_{11} = \\ \bar{\Xi} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \bar{C}^{\mathrm{T}} S & -\bar{F}^{\mathrm{T}}(\lambda_s \hat{S})^{\mathrm{T}} \\ 0 & 0 & C_d^{\mathrm{T}} S & -F_d^{\mathrm{T}}(\lambda_s \hat{S})^{\mathrm{T}} \\ S^{\mathrm{T}}\bar{C} & S^{\mathrm{T}} C_d & D^{\mathrm{T}} S + S^{\mathrm{T}} D + R & \Lambda_1 \\ -\lambda_s \hat{S}\bar{F} & -\lambda_s \hat{S} F_d & H_z^{\mathrm{T}} S - \lambda_s \hat{S} F_\omega & \Lambda_2 \end{bmatrix},$$

$$\bar{\Xi} = \begin{bmatrix} \bar{A}^{\mathrm{T}} P + P^{\mathrm{T}} \bar{A} + V & P^{\mathrm{T}} A_d & P^{\mathrm{T}} B & P^{\mathrm{T}} H \\ A_d^{\mathrm{T}} P & -V & 0 & 0 \\ B^{\mathrm{T}} P & 0 & 0 & 0 \\ H^{\mathrm{T}} P & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{\Theta}_{12}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} Q^{\frac{1}{2}}\bar{C} & Q^{\frac{1}{2}} C_d & Q^{\frac{1}{2}} D & Q^{\frac{1}{2}} H_z \\ \hat{R}_-^{\frac{1}{2}}\bar{F} & \hat{R}_-^{\frac{1}{2}} F_d & \hat{R}_-^{\frac{1}{2}} F_\omega & \hat{R}_-^{\frac{1}{2}} F_p \end{bmatrix},$$

且$\bar{\Theta}_{22} = \Theta_{22}$, Λ_1, Λ_2的表达式参见定理1, 则系统(16)是鲁棒稳定且严格(Q, S, R)-耗散的. 将式$\bar{\Theta} < 0$分别左乘$\mathrm{diag}\{(P^{-1})^{\mathrm{T}}, I_1, I_2, \lambda_S^{-1}, I_3, I_4\}$, 右乘$\mathrm{diag}\{P^{-1}, I_1, I_2, \lambda_S^{-1}, I_3, I_4\}$, 并且令$X = P^{-1}$, $K = WX^{-1}, \alpha_S = \lambda_S^{-1}$, 因此可得

$$\begin{bmatrix} \Pi_{11} & * & * & * & * & * & * \\ A_d^{\mathrm{T}} & -V & * & * & * & * & * \\ \Pi_{31} & -SC_d & D^{\mathrm{T}}S + S^{\mathrm{T}}D + R & * & * & * & * \\ \Pi_{41} & -\alpha_S \hat{S} F_d & \alpha_S H_z^{\mathrm{T}} S - \hat{S} F_\omega & \Pi_{44} & * & * & * \\ \Pi_{51} & Q^{\frac{1}{2}} C_d & Q^{\frac{1}{2}} D & Q^{\frac{1}{2}} H_z \alpha_S & -I & * & * \\ \Pi_{61} & \hat{R}_-^{\frac{1}{2}} F_d & \hat{R}_-^{\frac{1}{2}} F_\omega & \hat{R}_-^{\frac{1}{2}} F_p \alpha_S & 0 & -\lambda_R^{-1} & * \\ X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -V \end{bmatrix} < 0, \tag{19}$$

其中:

“$*$”表示关于对角线的对称的项,

$\Pi_{11} = (AX + B_2 W)^{\mathrm{T}} + (AX + B_2 W)$,

$\Pi_{31} = B^{\mathrm{T}} + S^{\mathrm{T}}(CX + D_2 W)$,

$\Pi_{41} = \alpha_S H - \hat{S}(FX + F_u W)$,

$\Pi_{44} = -\hat{Q}\alpha_S - \hat{S} F_p \alpha_S - \alpha_S F_p^{\mathrm{T}} \hat{S}^{\mathrm{T}}$,

$\Pi_{51} = Q^{\frac{1}{2}}(CX + D_2 W)$, $\Pi_{61} = \hat{R}_-^{\frac{1}{2}}(FX + F_u W)$.

综上, 可以得到下面的定理:

定理 2　给定对称矩阵Q, R和矩阵S, 且$Q = Q^{\mathrm{T}} > 0$, 如果系统(16)在状态反馈控制器(17)作用下的闭环系统(18)使得LMI(19)和LMI(20)有可行解X, $V > 0, W, \alpha_S, \lambda_R$,

$$X^{\mathrm{T}} E^{\mathrm{T}} = EX \geqslant 0, \tag{20}$$

则系统(16)在状态反馈控制器(17)作用下的闭环系统是二次稳定的且是鲁棒耗散的, 并且若不等式(19)和(20)的可行解为X_*, W_*, 则$u = Kx = W_* X_*^{-1} x$为鲁棒耗散的状态反馈控制器.

4　数值仿真(Numerical simulation)

例　系统(16)中的参数为

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\ A = \begin{bmatrix} -32 & -10 \\ 0 & -52 \end{bmatrix},$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 3 \\ 0 & -10 & 0 \end{bmatrix},\ A_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix},$$

$$C_d = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ -0.5 & -1.5 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 \\ 2.5 & 1 \end{bmatrix},$$

$$C=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & -1\\ 1 & 0\end{bmatrix},\ D=\begin{bmatrix}0 & -1\\ -1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix},\ D_2=\begin{bmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 1\end{bmatrix},$$

$$H_z=\begin{bmatrix}5 & 0 & 4 & 2.5\\ 0 & 5 & 2.5 & -3.5\\ 0 & 0 & 0 & -5\end{bmatrix},\ F=\begin{bmatrix}-4 & 0\\ 1 & 0\\ -1 & 2\\ 3 & 0\end{bmatrix},$$

$$F_d=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\\ 0 & 2\\ 0 & 3\end{bmatrix},\ F_p=\begin{bmatrix}1 & 0 & 1 & 1\\ 0 & 1 & -1 & -2\\ -1 & 0 & 5 & 1\\ 0 & 1 & 3 & 2\end{bmatrix},$$

$$F_\omega=\begin{bmatrix}1 & -1\\ 2 & 1\\ 2 & 0\\ 3 & 1\end{bmatrix},\ F_u=\begin{bmatrix}0 & 3 & 0\\ 0 & 1 & 1\\ 2 & 1 & 0\\ 0 & 2 & 1\end{bmatrix},\ S_1=\begin{bmatrix}-5 & 0\\ -1 & -3\end{bmatrix},$$

$$S_2=\begin{bmatrix}-3 & -4\\ -2 & -1\end{bmatrix},\ Q_1=Q_2=\begin{bmatrix}408.39 & 0\\ 0 & 408.39\end{bmatrix},$$

$$R_1=R_2=\begin{bmatrix}-1.5 & 0\\ 0 & -1.5\end{bmatrix},\ H=\begin{bmatrix}2 & 0.5 & 0 & 1\\ 0 & 0.05 & 1 & 1.5\end{bmatrix},$$

并且给定

$$Q=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix},\ S=\begin{bmatrix}0 & -10\\ 10 & -1\\ 0 & -10\end{bmatrix},\ R=\begin{bmatrix}-50 & 0\\ 0 & -90\end{bmatrix},$$

则利用MATLAB中的LMI工具箱, 可以解得线性矩阵不等式(19)和(20)有可行解:

$$\lambda_1=0.0494,\ \lambda_2=0.0251,\ \alpha_1=0.9924,$$

$$\alpha_2=0.4250,\ W=\begin{bmatrix}-52.9515 & -16.6474\\ 14.0784 & 20.2295\\ 39.7661 & 1.0076\end{bmatrix},$$

$$X=\begin{bmatrix}5.0888 & 0\\ 17.4039 & 24.2907\end{bmatrix},$$

$$V=1.0e+003*\begin{bmatrix}0.0024 & 0.0032\\ 0.0032 & 2.9580\end{bmatrix},$$

因此, 可求得系统(16)的耗散的状态反馈控制器为

$$u=\begin{bmatrix}-8.0615 & -0.6853\\ -0.0817 & 0.8328\\ 7.6725 & 0.0415\end{bmatrix}x.$$

5 结束语(Conclusion)

本文将耗散不确定性引入到广义系统中, 利用了二次型供给率研究了一类不确定广义系统的鲁棒耗散控制问题, 得到了一个LMI形式的系统耗散性的充分条件, 并考虑了具有状态时滞的不确定广义系统在状态反馈控制器作用下的闭环系统耗散性的充分条件, 并给出了鲁棒耗散控制器的设计方法. 但是, 广义系统的结构相对于正常系统复杂, 关于广义系统的鲁棒耗散控制问题的结果就很繁琐, 同时本文的结论都是通过解线性矩阵不等式得到的, 因此, 由于线性矩阵不等式的可解性的限制, 本文还有一定的保守性, 减小这种保守性将是笔者进一步的研究工作.

参考文献(References):

[1] 关新平, 华长春, 段广仁. 不确定时滞系统的鲁棒耗散性研究[J]. 系统工程与电子技术, 2002, 24(1): 48 – 51.
(GUAN Xinping, HUA Changchun, DUAN Guangren. Robust dissipation control of uncertain time-delay system[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2002, 24(1): 48 – 51.)

[2] 李志虎, 邵惠鹤, 王景成. 线性时滞系统的耗散控制[J]. 控制理论与应用, 2001, 18(5): 838 – 842.
(LI Zhihu, SHAO Huihe, WANG Jingcheng. Dissipative control for linear time–delay systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2001, 18(5): 838 – 842.)

[3] 董心壮, 张庆灵, 郭凯, 等. 不确定离散广义系统的鲁棒无源控制[J]. 系统工程与电子技术, 2003, 25(10): 1253 – 1255.
(DONG Xinzhuang, ZHANG Qingling, GUO Kai, et al. Robust passive control for discrete singular systems with uncertain parameters[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2003, 25(10): 1253 – 1255.)

[4] LIU Yongqing, XIE Xiangsheng. Robust stability of uncertain singular systems with time delay[J]. *J of South China University of Technology*, 1996, 24(5): 44 – 50.

[5] XIE Shoulie, XIE Lihua. Robust dissipative control for linear systems with dissipative uncertainty and nonlinear perturbation[J]. *Systems & Control Letters*, 1997, 29(5): 255 – 268.

[6] 刘飞, 苏宏业, 褚健. 线性离散时滞系统鲁棒严格耗散控制[J]. 自动化学报, 2002, 28(6): 897 – 903.
(LIU Fei, SU Hongye, CHU Jian. Robust stricily dissipative control for linear discrete time-delay systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2002, 28(6): 897 – 903.)

[7] 张秀华, 张庆灵. 带有不确定性的离散广义系统的二次稳定性[J]. 东北大学学报, 2002, 23(4): 318 – 320.
(ZHANG Xiuhua, ZHANG Qingling. Quadratic stability for an uncertain discrete descriptor system[J]. *J of Northeastern University*, 2002, 23(4): 318 – 320.)

[8] 张庆灵, 杨冬梅. 不确定广义系统的分析与综合[M]. 沈阳: 东北大学出版社, 2003.
(ZHANG Qingling, YANG Dongmei. *Analysis and Synthesis for Uncertain Descriptor Systems*[M]. Shenyang: Northeastern University Press, 2003.)

[9] 俞立. 鲁棒控制－线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
(YU Li. *Robust Control-Linear Matrix Inequality Method*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.)

作者简介:

杨 丽 (1977—), 女, 讲师, 研究方向为广义系统理论、耗散控制, E-mail: yangli2923@163.com;

张庆灵 (1956—), 男, 教授, 主要研究方向为广义系统理论、鲁棒控制等;

杨晓光 (1959—), 女, 副教授, 主要研究方向为广义系统、鲁棒控制;

刘佩勇 (1975—), 女, 讲师, 主要研究方向为生物控制、无源控制等.