

基于 Backstepping 方法的全车液压主动悬挂最优控制设计

刘震¹, 祝晓才², 罗成², 胡德文²

(1. 中国人民解放军 63999 部队, 北京 100094; 2. 国防科技大学 机电工程与自动化学院, 湖南长沙 410073)

摘要: 设计先进的悬挂系统是提高车辆性能的重要途径之一. 本文针对并联式液压主动悬挂系统建立了较为详细的 7 自由度全车非线性模型, 并根据其结构特点提出了线性二次型最优控制与 Backstepping 方法相结合的控制策略. 仿真结果证明, 利用该控制策略, 主动悬挂系统既可以满足悬挂行程约束, 又可以有效的提高乘坐舒适性; 而且, 与相同条件下的被动悬挂相比, 车辆性能有明显改善.

关键词: 主动悬挂; 全车模型; 液压装置; 最优控制; Backstepping 设计

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Backstepping-based optimal control design of hydraulic active suspension applied to a full-car model

LIU Zhen¹, ZHU Xiao-cai², LUO Cheng², HU De-wen²

(1. The Unit 63999 of the Chinese People's Liberation Army, Beijing 100094, China;

2. College of Mechatronics and Automation, National University of Defense Technology, Changsha Hunan 410073, China)

Abstract: It is a main way to improve the performance of the cars by designing advanced suspension systems. The detailed seven degrees-of-freedom nonlinear model of full-car parallel hydraulic active suspension is built. A new active suspension control strategy using the combination of optimal control and backstepping technique is presented based on the system structure characteristic. Simulation results are also given to demonstrate that the control strategy is effective, and the performance of the active suspension is obviously superior to the passive suspension in the same condition.

Key words: active suspension; full-car model; hydraulic actuator; optimal control; Backstepping design

1 引言(Introduction)

长期以来, 在汽车上普遍采用的是由弹簧和阻尼组成的被动悬挂, 它只能被动地存储和吸收外界能量, 仅在很窄的频带上具有好的减振性能, 并不能主动适应不同的道路以及车辆行驶状况, 极大制约了车辆性能的进一步改善. 随着汽车速度的提高以及对汽车产品的乘坐舒适性、操纵稳定性等综合性能的高要求, 人们越来越关注性能优越的主动悬挂. 在过去的二三十年间, 许多学者对主动悬挂控制系统进行了理论研究^[1,2]. 但到目前为止, 主动悬挂的理论依然还不很成熟, 主要的研究工作和发展趋势集中在如下两个方面^[2]: 一是继续研究开发低能耗、低造价的悬挂系统; 另一方面是借助现代控制理论的发展和应用, 探讨和设计一些结构相对简单、控制效果较好的控制器.

本文选取全车并联式主动悬挂系统作为研究对

象, 建立了充分考虑液压装置动力学特性的七自由度全车主动悬挂非线性模型. 针对模型中因液压装置引入的非线性项, 提出了线性二次型最优控制与 Backstepping 方法^[3,4]相结合的控制策略. 同时, 给出了仿真结果并作了分析.

2 主动悬挂模型的建立(Modeling of active suspension)

对于主动悬挂控制的研究, 一般采用的是 1/4 或 1/2 车辆模型, 但是考虑到前后轮输入之间的时间滞后、左右轮辙之间的相干关系等因素, 建立具有真实性的全车数学模型^[5]可以在实际应用中更好地满足人们的需要.

系统的物理模型如图 1 所示. 4 个车轮以及车轴通过并联结构的弹簧、阻尼器和液压装置与车体相连. 与被动悬挂相比, 主动悬挂添加了液压装置提供主动控制力.

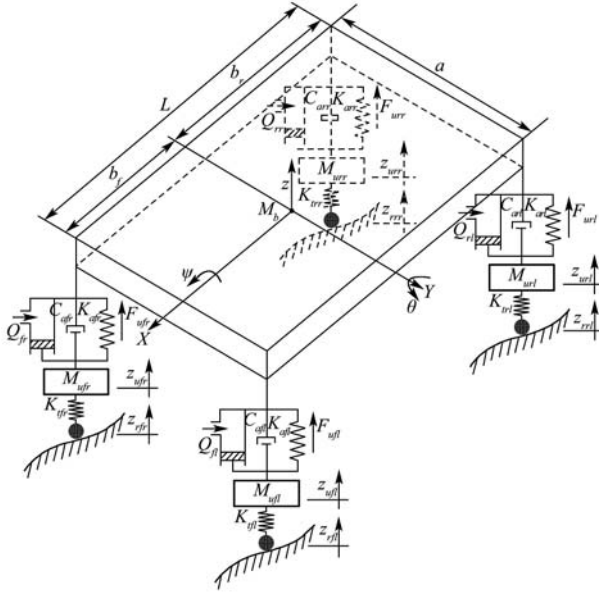


图1 全车主动悬挂模型

Fig. 1 The full-car active suspension model

2.1 运动方程(Motion equations)

假设车体俯仰角 θ 和侧倾角 φ 非常小. 由刚体的运动规律, 各车轮处的车体位移 $z_{sfl}, z_{sfr}, z_{srl}, z_{srr}$ 为:

$$\begin{aligned} z_{sfl} &\approx z - b_f\theta + 0.5a\varphi, \\ z_{sfr} &\approx z - b_f\theta - 0.5a\varphi, \\ z_{srl} &\approx z + b_r\theta + 0.5a\varphi, \\ z_{srr} &\approx z + b_r\theta - 0.5a\varphi. \end{aligned} \quad (1)$$

其中: z 是车体重心的升降位移, b_f 和 b_r 是车体的重心到前后轮的轴距, a 是左右轮的轮距.

对各车轮处的车体进行受力分析, 其垂直方向的平衡力 $F_{ufl}, F_{ufr}, F_{url}$ 和 F_{urr} 为:

$$\begin{aligned} F_{ufl} &= u_{afl} - K_{afl}(z_{sfl} - z_{ufl}) - \\ &\quad C_{afl}(\dot{z}_{sfl} - \dot{z}_{ufl}), \\ F_{ufr} &= u_{ufr} - K_{ufr}(z_{sfr} - z_{ufr}) - \\ &\quad C_{ufr}(\dot{z}_{sfr} - \dot{z}_{ufr}), \\ F_{url} &= u_{arl} - K_{arl}(z_{srl} - z_{url}) - \\ &\quad C_{arl}(\dot{z}_{srl} - \dot{z}_{url}), \\ F_{urr} &= u_{arr} - K_{arr}(z_{srr} - z_{urr}) - \\ &\quad C_{arr}(\dot{z}_{srr} - \dot{z}_{urr}). \end{aligned} \quad (2)$$

其中: $K_{afl}, K_{ufr}, K_{arl}$ 和 K_{arr} 是左前、右前、左后、右后的主弹簧刚度系数, $C_{afl}, C_{ufr}, C_{arl}$ 和 C_{arr} 是左前、右前、左后、右后的主阻尼系数, $z_{afl}, z_{ufr}, z_{arl}$ 和 z_{arr} 是各簧下质量的位移, $u_{afl}, u_{ufr}, u_{arl}$ 和 u_{arr} 是各液压装置提供的主动控制力.

以车辆静止时的平衡状态位置作为重心位移和角位移的原点, 则由牛顿-欧拉法则得出车体的运动

方程:

$$\begin{cases} M_b \ddot{z} = F_{ufl} + F_{ufr} + F_{url} + F_{urr}, \\ J_y \ddot{\theta} = -F_{ufl}(b_f \cos \theta + 0.5a \sin \theta \sin \varphi) - \\ \quad F_{ufr}(b_f \cos \theta - 0.5a \sin \theta \sin \varphi) + \\ \quad F_{url}(b_r \cos \theta - 0.5a \sin \theta \sin \varphi) + \\ \quad F_{urr}(b_r \cos \theta + 0.5a \sin \theta \sin \varphi) \approx \\ \quad -F_{ufl}b_f - F_{ufr}b_f + F_{url}b_r + F_{urr}b_r, \\ J_x \ddot{\varphi} = 0.5a \cos \varphi (F_{ufl} - F_{ufr} + F_{url} - F_{urr}) \approx \\ \quad 0.5a (F_{ufl} - F_{ufr} + F_{url} - F_{urr}). \end{cases} \quad (3)$$

同样可以得出各簧下质量的运动方程:

$$\begin{cases} M_{ufl} \ddot{z}_{ufl} = -u_{afl} + K_{afl}(z_{sfl} - z_{ufl}) + \\ \quad C_{afl}(\dot{z}_{sfl} - \dot{z}_{ufl}) - K_{tfl}(z_{ufl} - z_{rfl}), \\ M_{ufr} \ddot{z}_{ufr} = -u_{ufr} + K_{ufr}(z_{sfr} - z_{ufr}) + \\ \quad C_{ufr}(\dot{z}_{sfr} - \dot{z}_{ufr}) - K_{tfr}(z_{ufr} - z_{rfr}), \\ M_{url} \ddot{z}_{url} = -u_{arl} + K_{arl}(z_{srl} - z_{url}) + \\ \quad C_{arl}(\dot{z}_{srl} - \dot{z}_{url}) - K_{trl}(z_{url} - z_{rrl}), \\ M_{urr} \ddot{z}_{urr} = -u_{arr} + K_{arr}(z_{srr} - z_{urr}) + \\ \quad C_{arr}(\dot{z}_{srr} - \dot{z}_{urr}) - K_{trr}(z_{urr} - z_{rrr}). \end{cases} \quad (4)$$

其中: M_b 是车体质量, J_x 和 J_y 是车体绕质心的横向与纵向转动惯量, $M_{ufl}, M_{ufr}, M_{url}$ 和 M_{urr} 是簧下质量, $K_{tfl}, K_{tfr}, K_{trl}$ 和 K_{trr} 是各车轮的轮胎弹性系数, $z_{rfl}, z_{rfr}, z_{trl}$ 和 z_{trr} 是各车轮受到的路面激励.

2.2 液压装置动力学特性(Hydraulic dynamics)

在已存的许多文献中, 通常将液压装置看作理想元件或者简化为线性环节来处理, 文献[6,7]的研究工作表明这在实际中很难实现: 一方面液压装置高度非线性且有自身的饱和特性, 很难达到理想化的要求; 另一方面其产生作动力的能力严重地依赖于车体运动. 因此, 在建模中有必要进一步分析液压装置的动力学特性.

假定各液压装置完全一致, 参照文献[6~8], 液压装置提供的主动控制力 $u_{afl}, u_{ufr}, u_{arl}$ 和 u_{arr} 分别为:

$$\begin{cases} u_{afl} = S \cdot P_{Lfl}, u_{ufr} = S \cdot P_{Lfr}, \\ u_{arl} = S \cdot P_{Lrl}, u_{arr} = S \cdot P_{Lrr}. \end{cases} \quad (5)$$

其中: S 是液压缸活塞面积, $P_{Lfl}, P_{Lfr}, P_{Lrl}$ 和 P_{Lrr} 是活塞压降, 其微分及各液压缸流量(Q_{fl}, Q_{fr}, Q_{rl} 和 Q_{rr})为:

$$\begin{aligned} \frac{V_t}{4b_e} \dot{P}_{Lfl} &= Q_{fl} - C_{tp}P_{Lfl} - S(\dot{z}_{sfl} - \dot{z}_{ufl}), \\ Q_{fl} &= \text{sgn}[P_s - \text{sgn} z_{vfl}P_{Lfl}]C_d w_{vfl} \cdot \\ &\quad \sqrt{\frac{1}{\rho} |P_s - \text{sgn} z_{vfl}P_{Lfl}|}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{V_t}{4b_e} \dot{P}_{Lfr} &= Q_{fr} - C_{tp} P_{Lfr} - S(\dot{z}_{sfr} - \dot{z}_{ufr}), \\
Q_{fr} &= \text{sgn}[P_s - \text{sgn } z_{vfr} P_{Lfr}] C_d w z_{vfr} \cdot \\
&\quad \sqrt{\frac{1}{\rho} |P_s - \text{sgn } z_{vfr} P_{Lfr}|}, \\
\frac{V_t}{4b_e} \dot{P}_{Lrl} &= Q_{rl} - C_{tp} P_{Lrl} - S(\dot{z}_{srl} - \dot{z}_{url}), \\
Q_{rl} &= \text{sgn}[P_s - \text{sgn } z_{vrl} P_{Lrl}] C_d w z_{vrl} \cdot \\
&\quad \sqrt{\frac{1}{\rho} |P_s - \text{sgn } z_{vrl} P_{Lrl}|}, \\
\frac{V_t}{4b_e} \dot{P}_{Lrr} &= Q_{rr} - C_{tp} P_{Lrr} - S(\dot{z}_{srr} - \dot{z}_{urr}), \\
Q_{rr} &= \text{sgn}[P_s - \text{sgn } z_{vrr} P_{Lrr}] C_d w z_{vrr} \cdot \\
&\quad \sqrt{\frac{1}{\rho} |P_s - \text{sgn } z_{vrr} P_{Lrr}|}. \quad (6)
\end{aligned}$$

其中: V_t 是总容量, β_e 是有效体积系数, C_{tp} 是活塞总的泄漏因子, C_d 是流出系数, w 是伺服阀面积梯度, ρ 是液体密度, P_s 是提供压降. 伺服阀位移 (z_{vfl} , z_{vfr} , z_{vrl} 和 z_{vrr}) 由相应的电压或电流输入 (u_{fl} , u_{fr} , u_{rl} 和 u_{rr}) 控制, 它们的关系由时间常数为 τ 的线性滤波器来近似:

$$\begin{cases} \dot{z}_{vfl} = \frac{1}{\tau} (-z_{vfl} + u_{fl}), \dot{z}_{vfr} = \frac{1}{\tau} (-z_{vfr} + u_{fr}), \\ \dot{z}_{vrl} = \frac{1}{\tau} (-z_{vrl} + u_{rl}), \dot{z}_{vrr} = \frac{1}{\tau} (-z_{vrr} + u_{rr}). \end{cases} \quad (7)$$

2.3 状态空间模型(State-space model)

选择状态

$$\begin{aligned}
x_1 &= z, x_2 = \dot{z}, x_3 = \theta, \\
x_4 &= \dot{\theta}, x_5 = \varphi, x_6 = \dot{\varphi}, \\
x_7 &= z_{sfl} - z_{ufl}, x_8 = \dot{z}_{ufl}, x_9 = \mu P_{Lfl}, \\
x_{10} &= z_{vfl}, x_{11} = z_{sfr} - z_{ufr}, x_{12} = \dot{z}_{ufr}, \\
x_{13} &= \mu P_{Lfr}, x_{14} = z_{vfr}, x_{15} = z_{srl} - z_{url}, \\
x_{16} &= \dot{z}_{url}, x_{17} = \mu P_{Lrl}, x_{18} = z_{vrl}, \\
x_{19} &= z_{srr} - z_{urr}, x_{20} = \dot{z}_{urr}, \\
x_{21} &= \mu P_{Lrr}, x_{22} = z_{vrr},
\end{aligned}$$

其中 $\mu = 10^{-7}$ 是调节常数, 用来提高数字精度. 由式 (1)~(7) 写出状态空间方程:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2, \\
\dot{x}_2 &= -\frac{C_{afl} + C_{afr} + C_{arl} + C_{arr}}{M_b} x_2 + \\
&\quad \frac{b_f C_{afl} + b_f C_{afr} - b_r C_{arl} - b_r C_{arr}}{M_b} x_4 - \\
&\quad \frac{a C_{afl} - a C_{afr} + a C_{arl} - a C_{arr}}{2 M_b} x_6 - \\
&\quad \frac{K_{afl}}{M_b} x_7 + \frac{C_{afl}}{M_b} x_8 + \frac{S}{\mu M_b} x_9 - \frac{K_{afr}}{M_b} x_{11} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\quad \frac{C_{afr}}{M_b} x_{12} + \frac{S}{\mu M_b} x_{13} - \frac{K_{arl}}{M_b} x_{15} + \frac{C_{arl}}{M_b} x_{16} + \\
&\quad \frac{S}{\mu M_b} x_{17} - \frac{K_{arr}}{M_b} x_{19} + \frac{C_{arr}}{M_b} x_{20} + \frac{S}{\mu M_b} x_{21}, \\
\dot{x}_3 &= x_4, \\
\dot{x}_4 &= \frac{b_f C_{afl} + b_f C_{afr} - b_r C_{arl} - b_r C_{arr}}{J_y} x_2 - \\
&\quad \frac{b_f^2 C_{afl} + b_f^2 C_{afr} + b_r^2 C_{arl} + b_r^2 C_{arr}}{J_y} x_4 + \\
&\quad \frac{ab_f C_{afl} - ab_f C_{afr} - ab_r C_{arl} + ab_r C_{arr}}{2 J_y} x_6 + \\
&\quad \frac{b_f K_{afl}}{J_y} x_7 - \frac{b_f C_{afl}}{J_y} x_8 - \frac{b_f S}{\mu J_y} x_9 + \\
&\quad \frac{b_f K_{afr}}{J_y} x_{11} - \frac{b_f C_{afr}}{J_y} x_{12} - \frac{b_f S}{\mu J_y} x_{13} - \\
&\quad \frac{b_r K_{arl}}{J_y} x_{15} + \frac{b_r C_{arl}}{J_y} x_{16} + \frac{b_r S}{\mu J_y} x_{17} - \\
&\quad \frac{b_r K_{arr}}{J_y} x_{19} + \frac{b_r C_{arr}}{J_y} x_{20} + \frac{b_r S}{\mu J_y} x_{21}, \\
\dot{x}_5 &= x_6, \\
\dot{x}_6 &= -\frac{a C_{afl} - a C_{afr} + a C_{arl} - a C_{arr}}{2 J_x} x_2 + \\
&\quad \frac{ab_f C_{afl} - ab_f C_{afr} - ab_r C_{arl} + ab_r C_{arr}}{2 J_x} x_4 - \\
&\quad \frac{a^2 C_{afl} + a^2 C_{afr} + a^2 C_{arl} + a^2 C_{arr}}{4 J_x} x_6 - \\
&\quad \frac{a K_{afl}}{2 J_x} x_7 + \frac{a C_{afl}}{2 J_x} x_8 + \frac{a S}{2 \mu J_x} x_9 + \\
&\quad \frac{a K_{afr}}{2 J_x} x_{11} - \frac{a C_{afr}}{2 J_x} x_{12} - \frac{a S}{2 \mu J_x} x_{13} - \\
&\quad \frac{a K_{arl}}{2 J_x} x_{15} + \frac{a C_{arl}}{2 J_x} x_{16} + \frac{a S}{2 \mu J_x} x_{17} + \\
&\quad \frac{a K_{arr}}{2 J_x} x_{19} - \frac{a C_{arr}}{2 J_x} x_{20} - \frac{a S}{2 \mu J_x} x_{21}, \\
\dot{x}_7 &= x_2 - b_f x_4 + 0.5 a x_6 - x_8, \\
\dot{x}_8 &= -\frac{K_{tfl}}{M_{ufl}} x_1 + \frac{C_{afl}}{M_{ufl}} x_2 + \frac{b_f K_{tfl}}{M_{ufl}} x_3 - \\
&\quad \frac{b_f C_{afl}}{M_{ufl}} x_4 - \frac{a K_{tfl}}{2 M_{ufl}} x_5 + \frac{a C_{afl}}{2 M_{ufl}} x_6 + \\
&\quad \frac{K_{afl} + K_{tfl}}{M_{ufl}} x_7 - \frac{C_{afl}}{M_{ufl}} x_8 - \frac{S}{\mu M_{ufl}} x_9 + \\
&\quad \frac{K_{tfl}}{M_{ufl}} z_{rfl}, \\
\dot{x}_9 &= -\mu \alpha S (x_2 - b_f x_4 + 0.5 a x_6 - x_8) - \\
&\quad \beta x_9 + \mu \gamma x_{10} w_1, \\
\dot{x}_{10} &= \frac{1}{\tau} (-x_{10} + u_{fl}), \\
\dot{x}_{11} &= x_2 - b_f x_4 - 0.5 a x_6 - x_{12},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dot{x}_{12} &= -\frac{K_{tfr}}{M_{ufr}}x_1 + \frac{C_{ufr}}{M_{ufr}}x_2 + \frac{b_f K_{tfr}}{M_{ufr}}x_3 - \\
&\quad \frac{b_f C_{ufr}}{M_{ufr}}x_4 + \frac{aK_{tfr}}{2M_{ufr}}x_5 - \frac{aC_{ufr}}{2M_{ufr}}x_6 + \\
&\quad \frac{K_{ufr} + K_{tfr}}{M_{ufr}}x_{11} - \frac{C_{ufr}}{M_{ufr}}x_{12} - \\
&\quad \frac{S}{\mu M_{ufr}}x_{13} + \frac{K_{tfr}}{M_{ufr}}z_{rfr}, \\
\dot{x}_{13} &= -\mu\alpha S(x_2 - b_f x_4 - 0.5ax_6 - x_{12}) - \\
&\quad \beta x_{13} + \mu\gamma x_{14}w_2, \\
\dot{x}_{14} &= \frac{1}{\tau}(-x_{14} + u_{fr}), \\
\dot{x}_{15} &= x_2 + b_r x_4 + 0.5ax_6 - x_{16}, \\
\dot{x}_{16} &= -\frac{K_{trl}}{M_{url}}x_1 + \frac{C_{arl}}{M_{url}}x_2 - \frac{b_r K_{trl}}{M_{url}}x_3 + \\
&\quad \frac{b_r C_{arl}}{M_{url}}x_4 - \frac{aK_{trl}}{2M_{url}}x_5 + \frac{aC_{arl}}{2M_{url}}x_6 + \\
&\quad \frac{K_{arl} + K_{trl}}{M_{url}}x_{15} - \frac{C_{arl}}{M_{url}}x_{16} - \\
&\quad \frac{S}{\mu M_{url}}x_{17} + \frac{K_{trl}}{M_{url}}z_{rrl}, \\
\dot{x}_{17} &= -\mu\alpha S(x_2 + b_r x_4 + 0.5ax_6 - x_{16}) - \\
&\quad \beta x_{17} + \mu\gamma x_{18}w_3, \\
\dot{x}_{18} &= \frac{1}{\tau}(-x_{18} + u_{rl}), \\
\dot{x}_{19} &= x_2 + b_r x_4 - 0.5ax_6 - x_{20}, \\
\dot{x}_{20} &= -\frac{K_{trr}}{M_{urr}}x_1 + \frac{C_{arr}}{M_{urr}}x_2 - \frac{b_r K_{trr}}{M_{urr}}x_3 + \\
&\quad \frac{b_r C_{arr}}{M_{urr}}x_4 + \frac{aK_{trr}}{2M_{urr}}x_5 - \frac{aC_{arr}}{2M_{urr}}x_6 + \\
&\quad \frac{K_{arr} + K_{trr}}{M_{urr}}x_{19} - \frac{C_{arr}}{M_{urr}}x_{20} - \\
&\quad \frac{S}{\mu M_{urr}}x_{21} + \frac{K_{trr}}{M_{urr}}z_{rrr}, \\
\dot{x}_{21} &= -\mu\alpha S(x_2 + b_r x_4 - 0.5ax_6 - x_{20}) - \\
&\quad \beta x_{21} + \mu\gamma x_{22}w_4, \\
\dot{x}_{22} &= \frac{1}{\tau}(-x_{22} + u_{rr}).
\end{aligned}$$

其中:

$$\alpha = \frac{4\beta_e}{V_t}, \beta = \alpha C_{tp}, \gamma = \alpha C_d w \sqrt{\frac{1}{\rho}},$$

$$w_1 = \operatorname{sgn}[P_s - \operatorname{sgn} x_{10} \frac{x_9}{\mu}] \sqrt{\left| P_s - \operatorname{sgn} x_{10} \frac{x_9}{\mu} \right|},$$

$$w_2 = \operatorname{sgn}[P_s - \operatorname{sgn} x_{14} \frac{x_{13}}{\mu}] \sqrt{\left| P_s - \operatorname{sgn} x_{14} \frac{x_{13}}{\mu} \right|},$$

$$w_3 = \operatorname{sgn}[P_s - \operatorname{sgn} x_{18} \frac{x_{17}}{\mu}] \sqrt{\left| P_s - \operatorname{sgn} x_{18} \frac{x_{17}}{\mu} \right|},$$

$$w_4 = \operatorname{sgn}[P_s - \operatorname{sgn} x_{22} \frac{x_{21}}{\mu}] \sqrt{\left| P_s - \operatorname{sgn} x_{22} \frac{x_{21}}{\mu} \right|}.$$

3 控制系统设计(Control design)

衡量悬挂性能的主要指标是车体的垂直振动加速度、悬挂挠度和轮胎动载荷. 最优控制可以根据状态变量通过评价指标最小化得到最优的综合控制指标, 非常适合于多目标的控制, 被广泛应用于主动悬挂, 并取得了不少成果^[9~11]. 但在本文的状态方程中, 由于考虑液压装置动力学特性引入了非线性项, 并不能直接利用最优控制设计控制器. 与文献[12]相同, 将系统分为内外环分别进行控制设计. 外环根据目标需求设计二次型指标下的最优控制器. 内环利用 Backstepping 方法对非线性项进行补偿.

3.1 最优控制器设计(Design of optimal controller)

将非线性项 $x_{10}w_1$, $x_{14}w_2$, $x_{18}w_3$ 和 $x_{22}w_4$ 作为假想的控制量 \tilde{u}_{fl} , \tilde{u}_{fr} , \tilde{u}_{rl} 和 \tilde{u}_{rr} , 选取 $X = [x_1, \dots, x_9, x_{11}, \dots, x_{13}, x_{15}, \dots, x_{17}, x_{19}, \dots, x_{21}]^T$ 作为外环的状态变量, 则外环状态方程可以写为:

$$\dot{X} = AX + B\tilde{u} + \Gamma z_r. \quad (8)$$

其中: $\tilde{u} = [\tilde{u}_{fl}, \tilde{u}_{fr}, \tilde{u}_{rl}, \tilde{u}_{rr}]^T$ 为假想控制输入, $z_r = [z_{rfl}, z_{rfr}, z_{rrl}, z_{rrr}]^T$ 为路面激励, A , B 和 Γ 是相应的矩阵. 很明显, 这是一个带干扰输入的线性定常系统.

与常规最优控制的性能指标不同, 本文在性能指标中不仅约束状态变量和控制输入而且包含加速度项约束, 性能指标函数定义如下:

$$J = \int_0^\infty (x^T Q x + \tilde{u}^T R \tilde{u} + z_s^T N z_s) dt. \quad (9)$$

其中: $z_s = [\ddot{z}_{sfl}, \ddot{z}_{sfr}, \ddot{z}_{srl}, \ddot{z}_{srr}]^T = LX$, L 可以直接利用状态方程得到, Q , R 和 N 是权系数矩阵. 式(9)可以进一步写为

$$J = \int_0^\infty (x^T Q_n x + \tilde{u}^T R \tilde{u}) dt. \quad (10)$$

式中 $Q_n = Q + L^T N L$.

由线性优化控制理论, 可以得到使性能指标函数值达到最小的最优控制律为:

$$\tilde{u} = -KX. \quad (11)$$

式中: $K = R^{-1} B^T P$, 矩阵 P 是下面代数 Riccati 方程的解

$$AP + A^T P - PBR^{-1} B^T P + Q_n = 0. \quad (12)$$

在最优控制设计中, 权系数矩阵(Q , R 和 N)的选取对于系统的最终性能至关重要^[11]. 它们的取值通常是凭借经验反复试凑得到. 本文的研究发现, 在最优控制泛函指标中, 各项的权重系数与相对应的状态变量变化幅值的乘积基本相等, 根据状态变量

大致的幅值范围就可以确定权系数的大致取值范围, 大大缩减了工作量。

3.2 Backstepping 设计(Backstepping design)

Backstepping 方法将复杂的非线性系统分解成不超过系统阶数的子系统, 然后为每个子系统设计部分的 Lyapunov 函数和中间虚拟控制律, 前面的子系统用后面子系统的虚拟控制达到镇定, 逐步后推完成整个控制律的设计^[4]。

在内环, 只需进行一步后推^[3,4]就可以选取实际的控制律 $u = [u_{fl}, u_{fr}, u_{rl}, u_{rr}]^T$ 。

定义误差变量:

$$z \triangleq \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{10}w_1 - \tilde{u}_{fl} \\ x_{14}w_2 - \tilde{u}_{fr} \\ x_{18}w_3 - \tilde{u}_{rl} \\ x_{22}w_4 - \tilde{u}_{rr} \end{bmatrix}.$$

其导数为

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\tau}(-x_{10} + u_{fl})w_1 - \frac{1}{2|w_1|}|x_{10}|[-\frac{\beta}{\mu}x_9 - \alpha S(x_2 - b_f x_4 + 0.5ax_6 - x_8) + \gamma x_{10}w_1] - \dot{\tilde{u}}_{fl} \\ \frac{1}{\tau}(-x_{14} + u_{fr})w_2 - \frac{1}{2|w_2|}|x_{14}|[-\frac{\beta}{\mu}x_{13} - \alpha S(x_2 - b_f x_4 - 0.5ax_6 - x_{12}) + \gamma x_{14}w_2] - \dot{\tilde{u}}_{fr} \\ \frac{1}{\tau}(-x_{18} + u_{rl})w_3 - \frac{1}{2|w_3|}|x_{18}|[-\frac{\beta}{\mu}x_{17} - \alpha S(x_2 + b_r x_4 + 0.5ax_6 - x_{16}) + \gamma x_{18}w_3] - \dot{\tilde{u}}_{rl} \\ \frac{1}{\tau}(-x_{22} + u_{rr})w_4 - \frac{1}{2|w_4|}|x_{22}|[-\frac{\beta}{\mu}x_{21} - \alpha S(x_2 + b_r x_4 - 0.5ax_6 - x_{20}) + \gamma x_{22}w_4] - \dot{\tilde{u}}_{rr} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

选择控制律 u 为

$$u = \begin{bmatrix} \frac{\tau}{w_1} \left\{ \frac{x_{10}w_1}{\tau} + \frac{1}{2|w_1|}|x_{10}| \left[-\frac{\beta}{\mu}x_9 - \alpha S(x_2 - b_f x_4 + 0.5ax_6 - x_8) + \gamma x_{10}w_1 \right] + \dot{\tilde{u}}_{fl} - c_1 z_1 \right\} \\ \frac{\tau}{w_2} \left\{ \frac{x_{14}w_2}{\tau} + \frac{1}{2|w_2|}|x_{14}| \left[-\frac{\beta}{\mu}x_{13} - \alpha S(x_2 - b_f x_4 - 0.5ax_6 - x_{12}) + \gamma x_{14}w_2 \right] + \dot{\tilde{u}}_{fr} - c_2 z_2 \right\} \\ \frac{\tau}{w_3} \left\{ \frac{x_{18}w_3}{\tau} + \frac{1}{2|w_3|}|x_{18}| \left[-\frac{\beta}{\mu}x_{17} - \alpha S(x_2 + b_r x_4 + 0.5ax_6 - x_{16}) + \gamma x_{18}w_3 \right] + \dot{\tilde{u}}_{rl} - c_3 z_3 \right\} \\ \frac{\tau}{w_4} \left\{ \frac{x_{22}w_4}{\tau} + \frac{1}{2|w_4|}|x_{22}| \left[-\frac{\beta}{\mu}x_{21} - \alpha S(x_2 + b_r x_4 - 0.5ax_6 - x_{20}) + \gamma x_{22}w_4 \right] + \dot{\tilde{u}}_{rr} - c_4 z_4 \right\} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

其中 c_1, c_2, c_3 和 c_4 是正常数. 式 (13) 转化为

$$\dot{z}^T = [-c_1 z_1, -c_2 z_2, -c_3 z_3, -c_4 z_4]^T.$$

取 Lyapunov 函数为 $V_i = \frac{1}{2}z_i^2, i = 1, 2, 3, 4$,

则 $\dot{V}_i = -c_i z_i^2 \leq 0$, 即控制律(14)可以保证

$$x_{10}w_1 \rightarrow \tilde{u}_{fl}, x_{14}w_2 \rightarrow \tilde{u}_{fr},$$

$$x_{18}w_3 \rightarrow \tilde{u}_{rl}, x_{22}w_4 \rightarrow \tilde{u}_{rr}.$$

4 仿真研究(Simulation)

仿真中参数^[5,8]如下:

$$M_b = 1500 \text{ kg}, J_y = 2160 \text{ kg/m}^2, J_x = 460 \text{ kg/m}^2,$$

$$M_{ufl} = M_{ufr} = M_{url} = M_{urr} = 59 \text{ kg},$$

$$a = 3 \text{ m}, b_f = 1.4 \text{ m}, b_r = 1.7 \text{ m},$$

$$K_{tfl} = K_{tfr} = K_{trl} = K_{trr} = 190000 \text{ N/m},$$

$$K_{afl} = K_{ufr} = 35000 \text{ N/m},$$

$$C_{afl} = C_{ufr} = 1000 \text{ N/(m} \cdot \text{s}^{-1}),$$

$$K_{arl} = K_{arr} = 38000 \text{ N/m},$$

$$C_{arl} = C_{arr} = 1100 \text{ N/(m} \cdot \text{s}^{-1}),$$

$$S = 3.35 \times 10^{-4} \text{ m}^2, P_s = 10342500 \text{ Pa},$$

$$\tau = 1/30 \text{ s}, \alpha = 4.515 \times 10^{13} \text{ N/m}^5,$$

$$\beta = 1 \text{ s}^{-1}, \gamma = 1.545 \times 10^9 \text{ N/m}^{5/2} \text{ kg}^{1/2}.$$

同时, 假定悬架行程约束为 $\pm 0.08 \text{ m}$, 伺服阀位移约束为 $\pm 0.01 \text{ m}$.

权系数矩阵取为

$$N = \text{diag}\{10, 10, 10, 10\},$$

$$R = \text{diag}\{1, 1, 1, 1\},$$

$$Q = \text{diag}\{10000, 0, 10000, 0, 10000, 0, 10, 0, 10, 0, 0, 0, 10, 0, 0, 10, 0, 0\},$$

另外取

$$c_1 = 1000, c_2 = 1000, c_3 = 1000, c_4 = 1000.$$

与文献[7]类似, 路面输入选择存在简单颠簸的特定路面. 假设车辆直线运动, 右前轮、右后

轮始终保持在水平面运动,左前轮处存在一个幅度 4 cm 凹陷和一个幅度 8 cm 的凸起,表示为

$$z_{rfl}(t) = \begin{cases} -0.02(1 - \cos(8\pi t)), & 0.5 \leq t \leq 0.75, \\ 0.04(1 - \cos(8\pi t)), & 1.25 \leq t \leq 1.5, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases} \quad (15)$$

左后轮处的路面用左前轮激励的延迟形式表示, $z_{rrl}(t) = z_{rfl}(t - l/v)$, 其中, $l = b_f + b_r$ 是前后车轴距离, $v = 20 \text{ m/s}$ 是行驶速度。

仿真结果如图 2~图 5 所示。图中,主动悬挂结果为实线,相同条件下的被动悬挂结果为虚线。从图 2 可以看出,车辆经过假定路面时,与被动悬挂相比,采用本文的控制策略,俯仰角以及侧倾角得到明显抑制,说明主动悬挂能很好地提高车辆的抗纵倾、抗侧倾的能力,大大加强了车辆的操纵性能;另外,图 2 中显示车体的升降位移和车体质心垂直方向加速度明显降低,加速度的收敛过程要比被动悬挂快的多,结合图 3,各车轮处的车体垂直方向加速度也得到很好的抑制,这意味着主动悬挂比被动悬挂有效地提高了乘车舒适性;从图 4 看到,悬挂行程没有超出约束,即不会撞击限位挡块,满足了行驶平顺性要求;图 5 中,伺服阀位移控制在饱和约束内,则说明实际的控制输入可以满足控制需要。

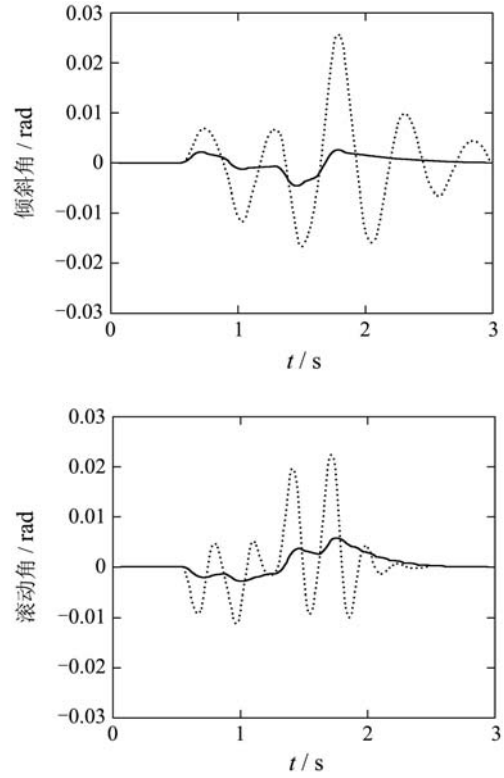
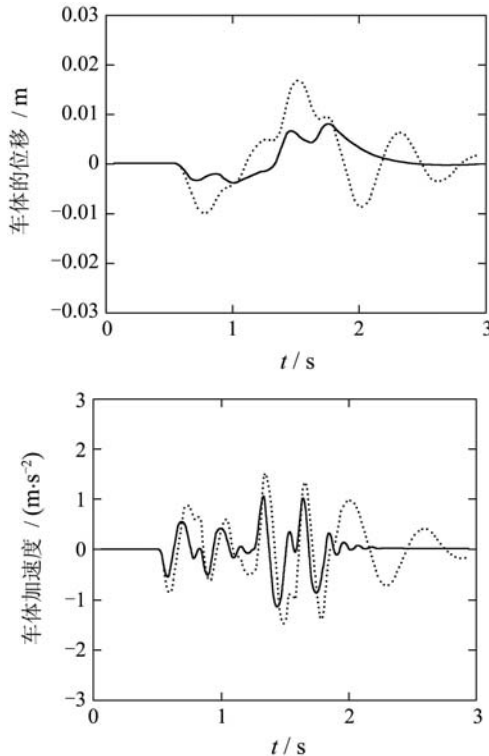
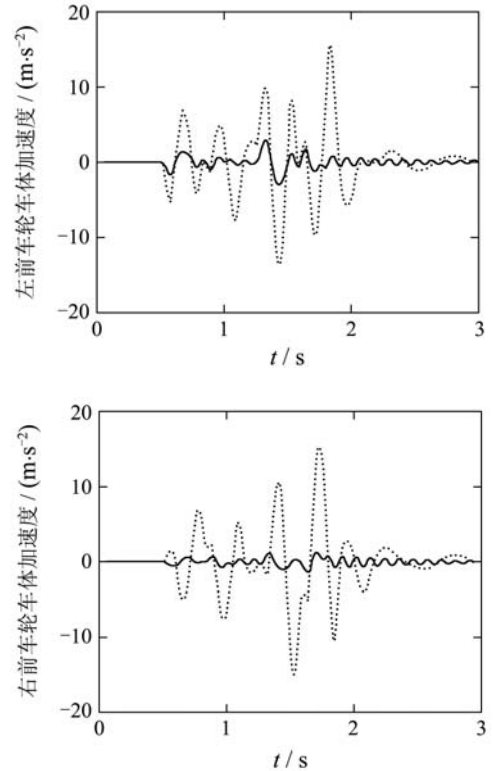


图 2 车身运动响应曲线

Fig. 2 Curves of car body motion



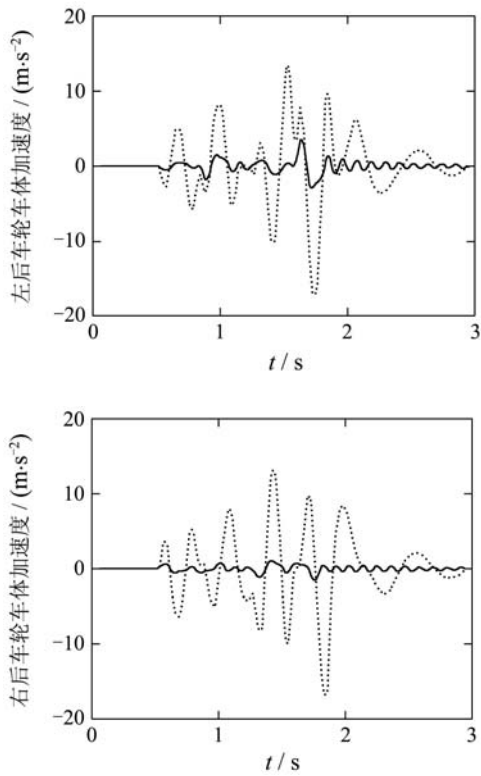


图 3 各车轮处车体垂直方向加速度响应曲线
Fig. 3 Curves of front-left, front-right, rear-left and rear-right car body acceleration

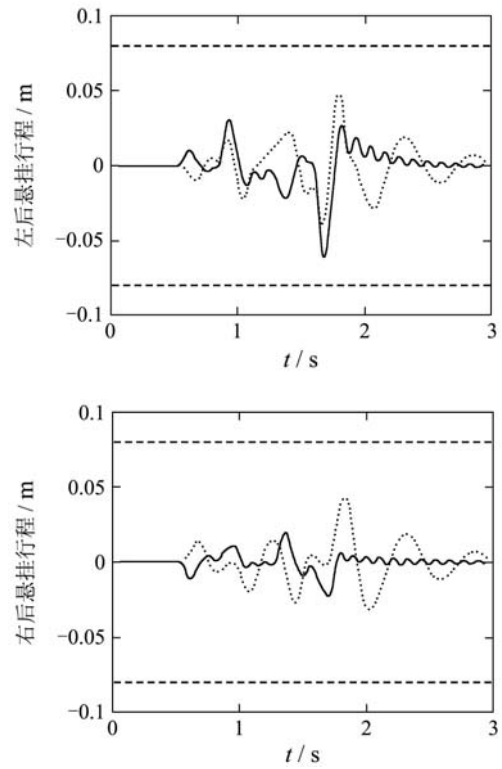
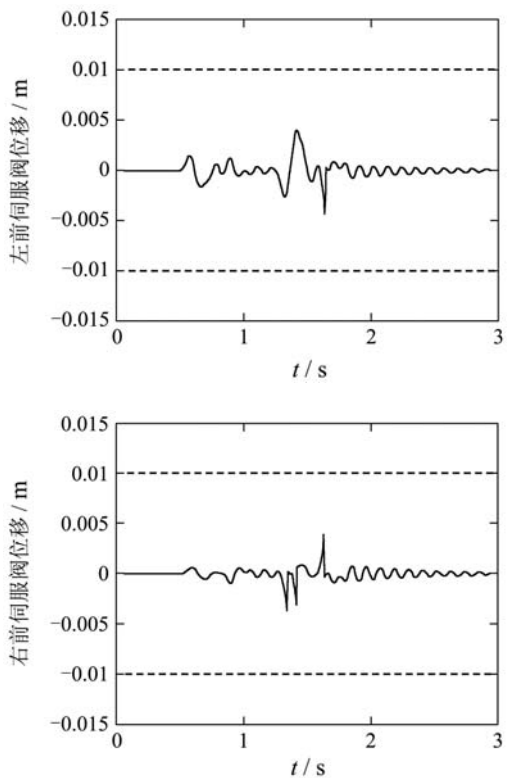
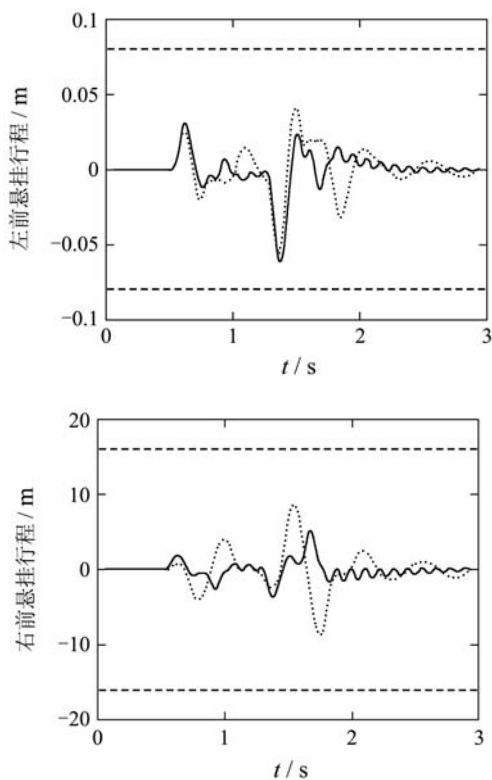


图 4 悬挂行程响应曲线
Fig. 4 Curves of suspension travels



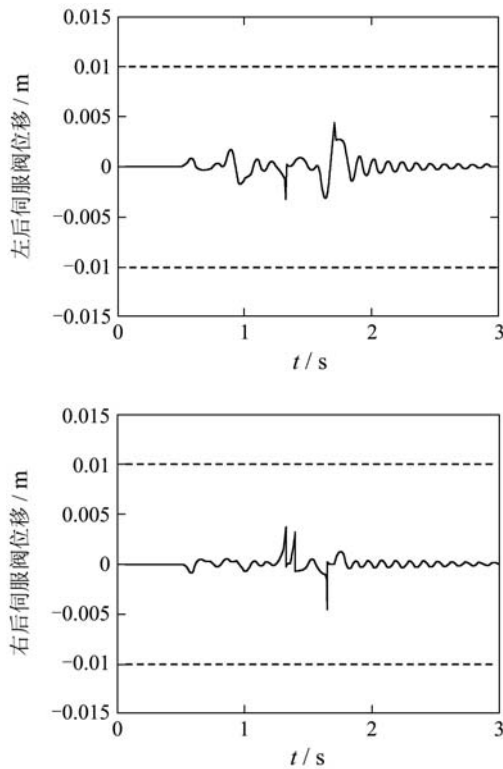


图5 伺服阀位移响应曲线

Fig. 5 Curves of valve displacements

5 结论(Conclusions)

本文在充分考虑液压装置动力学特性的基础上建立了全车主动悬挂模型,并提出了最优控制与 Backstepping 方法相结合的控制策略.仿真结果表明,该策略可以在抑制悬挂行程的同时有效地提高乘坐舒适性.

不足的是,控制设计中忽略了一些因素,比如车辆参数的不确定性、负载与空载的质量变化等.另外,仿真也只是针对特定的路面状况,而实际中,车辆会在一个很广泛的路面输入变化范围内行驶,增强控制器对路面变化的自适应能力是需要进一步解决的问题.

参考文献(References):

- [1] HROVAT D. Survey of advanced suspension development and related optimal control applications[J]. *Automatics*, 1997, 33(10): 1657 – 1668.
- [2] 张玉春, 王良曦, 丛华. 汽车主动悬挂控制的研究现状和未来挑战[J]. *控制理论与应用*, 2004, 21(1): 139 – 144.

- (ZHANG Yuchun, WANG Liangxi, CONG Hua. Present situation and future challenges for automobile active suspension control[J]. *Control Theory & Applications*, 2004, 21(1): 139 – 144.)
- [3] FIALHO I, BALAS G. Adaptive vehicle suspension design using LPV methods[C]// *Proc of the 37th Conf on Decision & Control*. Tampa, Florida USA: IEEE Press, 1998: 469 – 474.
- [4] KRISTIC M, KANELLAPOULOS I, KOKOTOVIC P. *Nonlinear and Adaptive Control Design*[M]. New York: Wiley Inter-Science, 1995.
- [5] IKENAGA S, LEWIS F L, CAMPOS J, et al. Active suspension control of ground vehicle based on a full-vehicle model[C]// *Proc of the American Control Conf (ACC)*. Chicago, IL: IEEE Press, 2000.
- [6] ALLEYNE A, HEDRICK J K. Nonlinear control of a quarter car active suspension[C]// *Proc of the 1992 American Control Conf*. Chicago IL: IEEE Press, 1992: 21 – 25.
- [7] LIN J S, KANELLAPOULOS I. Nonlinear design of active suspension[J]. *Control Systems*, 1997, 17(3): 45 – 59.
- [8] MERRIT H E. *Hydraulic Control Systems*[M]. New York: John Wiley & Sons, 1967.
- [9] THOMPSON A G. Optimal and suboptimal linear active suspension for road vehicle[J]. *Vehicle System Dynamics*, 1984, 13(2): 61 – 72.
- [10] 刘少军, 钟掘. 最优预见控制设计及其在汽车主动悬架系统中的应用[J]. *中南工业大学学报*, 1997, 28(2): 67 – 70.
(LIU Shaojun, ZHONG Jue. Design of optimal preview control and its application to active control suspension[J]. *J Cent South University Technology*, 1997, 28(2): 67 – 70.)
- [11] 高跃奎. 最优控制理论在车辆主动悬架中的应用[J]. *重型汽车*, 2000, (4): 8 – 10.
(GAO Yuekui. The application of optimal control to active suspension[J]. *Heavy Truck*, 2000, (4): 8 – 10.)
- [12] 刘震, 祝晓才, 罗成, 等. 基于逐步后退法的车辆半侧液压主动悬挂最优控制设计与仿真[J]. *国防科学技术大学学报*, 2006, 28(4): 115 – 120.
(LIU Zhen, ZHU Xiaocai, LUO Cheng, et al. Backstepping based optimal control design and simulation of hydraulic active suspensions applied to a half-car model[J]. *J of National University of Defense Technology*, 2006, 28(4): 115 – 120.)

作者简介:

刘震 (1977—), 男, 博士研究生, 研究方向为非线性控制、自适应控制、车辆动力学, E-mail: zhenliu@nudt.edu.cn;

祝晓才 (1977—), 男, 博士研究生, 研究方向为非线性控制、移动机器人, E-mail: xczechu@nudt.edu.cn;

罗成 (1973—), 男, 博士研究生, 研究方向为模糊控制、系统优化, E-mail: chengluo@nudt.edu.cn;

胡德文 (1963—), 男, 教授, 博士生导师, 长期从事系统辨识、神经网络、图象信号处理和认知科学等方面的研究, E-mail: dwhu@nudt.edu.cn.