

基于T-S模型的集装箱桥吊防摇 H_∞ 控制

周灌中¹, 罗 枚²

(1. 青岛港湾职业技术学院, 山东 青岛 266404; 2. 咸阳纺织服装职业技术学院, 陕西 咸阳 712000)

摘要: 集装箱桥吊是一个不确定非线性系统, 但是把它作为一个不确定系统来研究却很少, 本文使用了基于T-S模型的 H_∞ 控制把系统可稳和 H_∞ 控制转化为解一系列矩阵不等式(LMI: linear matrix inequality)的问题, 得出最优的反馈矩阵, 设计出基于T-S模型的 H_∞ 控制器. 并把这种方法进行了仿真, 结果表明这种方法简单可行, 并且具有很好的鲁棒性.

关键词: 桥吊; 防摇; T-S模型; H_∞ 控制

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Takagi-Sugeno model-based H-infinity anti-swing control for container crane

ZHOU Guan-zhong¹, LUO Mei²

(1. Qingdao Harbor Vocational Technology College, Qingdao Shandong 266404, China;

2. Xianyang Textile & Industry Vocational Technology College, Xianyang Shaanxi 712000, China)

Abstract: The container crane is an uncertain and nonlinear system, but the research on it as an uncertain system is few. Firstly, the system stabilizability and H-infinity controller are transformed to LMIs based on T-S model. The feedback matrix is then optimized and a H-infinity controller is also designed based on T-S model. Finally, simulation result indicates that this method is simple, feasible and robust.

Key words: container crane; anti-swing; T-S model; H-infinity controller

1 引言(Introduction)

随着集装箱货物运输方式的飞速发展, 集装箱桥吊防摇技术越来越得到人们的重视, 它决定着集装箱的装卸速度. Y.Kijima等人得用模糊控制与遗传算法相结合, 来优化模糊控制规则的系数^[1], Amel Ouezri等人采用神经网络来优化模型控制器隶属度和规则的方法^[2], 上述两种方法计算复杂, 且都把集装箱桥吊作为确定系统来研究, 鲁棒性不强, Dal-Young Ha使用了TSK模糊控制器简化了系统的输入输出表达^[3], Kunihiro Matsuki利用了 H_∞ 控制理论来对误差与参数变化进行控制^[4], 这两种方法有一定的鲁棒性, 但控制效果不好, 防摇的时间较长. 这些方法都取得了一定的成果, 但都把集装箱桥吊作为一个确定的系统来研究, 并且有各自的缺点.

桥吊具有货物的不确定性和绳长的挠性等特点, 所以系统模型具有不确定性, 另外, 在控制系统的运行过程中还会出现风载荷的变化、元件老化等问题, 因此, 它是一个不确定非线性系统, 需要有一种鲁棒

性很强的控制方法来进行控制. 针对这些问题, 本文提出了基于T-S模型的 H_∞ 控制方法来对桥吊防摇进行控制, T-S模型具有易于表述复杂系统的动态特性, H_∞ 具有很强的鲁棒性, 综合它们的优点对桥吊来进行防摇控制. 本文首先分析了T-S模型稳定的必要条件, 之后分析了基于T-S模型的 H_∞ 控制的设计方法, 把它转化为解一系列矩阵不等式(LMI)的问题, 得出最优的反馈矩阵, 设计出基于T-S模型的 H_∞ 控制器. 这种方法简单可行, 并且具有很好的鲁棒性.

2 问题描述(Problem description)

所要研究的对象为水平移动的小车及其起升的起吊系统, 在系统局部信息或专家经验存在的条件下, 像桥吊这样的不确定非线性连续系统可以采用如下的T-S模糊系统:

$$\begin{cases} \dot{x} = \sum_{i=1}^r \lambda_i(\xi)(A_i x + B_{1i} \omega + B_{2i} u), \\ z = \sum_{i=1}^r \lambda_i(\xi) C_i x. \end{cases} \quad (1)$$

式(1)中: $x \in \mathbb{R}^n$ 为状态向量, $Z \in \mathbb{R}^q$ 为输出向量, $\omega \in \mathbb{R}^l$ 为扰动向量, $u \in \mathbb{R}^m$ 为输入向量, $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_{1i} \in \mathbb{R}^{n \times l}$, $B_{2i} \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $C_i \in \mathbb{R}^{q \times n}$, r 为模糊规则的个数. 其中:

$$\lambda_i(\xi(t)) = \frac{\beta_i(\xi(t))}{\sum_{j=1}^r \beta_j(\xi(t))},$$

$$\beta_i(\xi(t)) = \prod_{j=1}^r M_{ij}(\xi(t)),$$

$M_{ij}(\cdot)$ 为隶属函数, 总假设

$$\sum_{i=1}^r \lambda_i = 1, \lambda_i \geq 0.$$

这里要求解的是

$$u(t) = \sum_{j=1}^r \lambda_j(\xi(t)) F_j x(t)$$

中的状态反馈矩阵 F , 使得系统具有二次稳定性和较强的鲁棒性.

3 桥吊T-S模型的镇定问题(Self-poise of container crane T-S model)

定义 1 对于式(1), 当 $\omega(t) \equiv 0$, $u(t) \equiv 0$ 时, 若存在 $\alpha > 0$ 及正定对称矩阵 X 使得

$$V(x(t)) \leq -\alpha_T(t) X x(t), \quad (2)$$

其中 $V(x(t)) = x^T(t) X x(t)$, 则称式(1)是二次稳定的.

引理 1 若存在正定对称矩阵 X 使得

$$\begin{bmatrix} A_{11}TX + X^T A_{11} & \cdots & A_{1r}TX + X^T A_{1r} \\ \vdots & & \vdots \\ A_{r1}TX + X^T A_{r1} & \cdots & A_{rr}TX + X^T A_{rr} \end{bmatrix} < -\alpha I, \quad (3)$$

$\alpha > 0$, 其中:

$$\begin{aligned} A_{ii} &= A_i + B_{2i}F_i, \\ 2A_{ij} &= A_i + B_{2i}F_j + A_j + B_{2j}F_i, \\ \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \lambda_i(\xi(t)) \lambda_j(\xi(t)) \times ((A_i + B_{2i}F_j)x(t)), \end{aligned} \quad (4)$$

则状态反馈 $u(t) = \sum_{j=1}^r \lambda_j(\xi(t)) F_j x(t)$ 使模糊系统当 $\omega \equiv 0$ 时, 所产生的闭环系统(4)是二次稳定的^[5].

定理 1 若存在矩阵 $M_j (j = 1, 2, \dots, r)$ 及共同的正定对称矩阵 Y , 使得

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & \cdots & Q_{1r} \\ \vdots & & \vdots \\ Q_{r1} & \cdots & Q_{rr} \end{bmatrix} < 0. \quad (5)$$

其中:

$$\begin{aligned} Q_{ii} &= Y A_i^T + A_i Y + M_i^T B_i^T + B_j M_i, \\ 2Q_{ij} &= Y(A_i^T + A_j^T) + (A_i + A_j)Y + \\ &\quad M_j^T B_i^T + B_i M_j + M_i^T B_j^T + B_j M_i, \\ i, j &= 1, 2, \dots, r, \end{aligned}$$

则 $u(t) = \prod_{j=1}^r \lambda_j F_j x$, 使得式(1)当 $\omega \equiv 0$ 时, 所产生的闭环系统(4)是二次稳定的, 其中:

$$F_i = M_i Y - 1, \quad i = 1, 2, \dots, r.$$

证 由 Q_{ij} 的定义, 显然有 $Q_{ji} = Q_{ij}^T$ 及 Q 为对称阵. 因为 $Q < 0$, 所以

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} (Y^{-1})^T & & \\ & \ddots & \\ & & (Y^{-1})^T \end{bmatrix} \times \\ &\begin{bmatrix} Q_{11} & \cdots & Q_{1r} \\ \vdots & & \vdots \\ Q_{r1} & \cdots & Q_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (Y^{-1}) & & \\ & \ddots & \\ & & (Y^{-1}) \end{bmatrix} = \\ &\begin{bmatrix} (Y^{-1})^T Q_{11} Y^{-1} & \cdots & (Y^{-1})^T Q_{1r} Y^{-1} \\ \vdots & & \vdots \\ (Y^{-1})^T Q_{r1} Y^{-1} & \cdots & (Y^{-1})^T Q_{rr} Y^{-1} \end{bmatrix} < 0. \end{aligned}$$

设 $F_i = M_i Y^{-1} (i = 1, 2, \dots, r)$ 满足引理1的条件.

4 桥吊T-S模型的H_∞控制(H_∞ controller of container crane T-S model)

定义 2 对于式(1), 当 $u(t) \equiv 0$ 时, 若 $\forall \omega(t) \in L^2(0, \infty, R^l)$ (平方可积函数空间), $z(t) \in L^2(0, \infty, R^q)$, 则式(1)称为输入-输出稳定的. 对于给定的正数 γ , 若此时式(1)是二次稳定的, 输入-输出稳定的且存在正数 d , $0 < d < r$, $\|Z\|_2 \leq d\|Z\|_2$, 其中 $\|\cdot\|_2$ 为 L_2 范数. 此时称式(1)的 H_∞ 范数小于 γ .

引理 2 对于给定的正数 $\gamma > 0$, 如果存在 $F_i (i = 1, 2, \dots, r)$ 和共同的正定对称矩阵 X , 满足

$$\begin{bmatrix} Q_{11} & \cdots & Q_{1r} \\ \vdots & & \vdots \\ Q_{r1} & \cdots & Q_{rr} \end{bmatrix} < -\alpha I < 0, \quad \alpha > 0. \quad (6)$$

其中:

$$\begin{aligned} Q_{ii} &= (A_i + B_{2i}F_i)^T X + X^T (A_i + B_{2i}F_i) + \\ &\quad C_i^T C_i + \gamma^{-2} X^T B_{1i} B_{1i}^T X, \\ 2Q_{ij} &= (A_j + B_{2j}F_j + A_j)^T X + X^T (A_j + \\ &\quad B_{2i}F_j + B_{2j}F_i + A_j) + 2C_j^T C_j + \\ &\quad 2\gamma^{-2} X^T B_{1j} B_{1j}^T X, \end{aligned}$$

$$i, j = 1, 2, \dots, r,$$

则对于式(1), $u(t) = \sum_{j=1}^r \lambda_j(\xi(t)) F_j(x(t))$ 产生的闭环系统(4)的 H_∞ 范数小于 γ .

定理 2 对于 $\gamma > 0$, 如果存在 $M_i (i = 1, 2, \dots, r)$ 和共同的正定对称矩阵 Y , 满足下面线性矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} P_{11} & \cdots & P_{1r} & Y^T C_1^T & B_{11} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ P_{r1} & \cdots & P_{rr} & Y^T C_r^T & B_{1r} \\ C_1 Y & \cdots & C_r Y & -I & 0 \\ B_{11}^T & \cdots & B_{1r}^T & 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0. \quad (7)$$

其中:

$$\begin{aligned} P_{ii} &= A_i Y + Y^T A_i^T + M_i^T B_{2i}^T + B_{2i} M_i, \\ 2P_{ij} &= A_i Y + Y^T A_i^T + M_j^T B_{2i}^T + B_{2i} M_j + \\ &\quad A_j Y + Y^T A_j^T + M_i^T B_{2j}^T + B_{2j} M_i, \\ i, j &= 1, 2, \dots, r. \end{aligned}$$

若令 $F_i = M_i Y^{-1} (i = 1, 2, \dots, r)$, 则静态反馈 $u(t) = \sum_{j=1}^r \lambda_j(\xi(t)) F_j x(t)$ 使模糊系统(1)所产生的闭环系统的 H_∞ 范数小于 γ .

证 由Schur补公式, 式(7)等价于

$$\begin{bmatrix} P_{11} & \cdots & P_{1r} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{r1} & \cdots & P_{rr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y^T C_1^T \\ \vdots \\ Y^T C_r^T \end{bmatrix} + \frac{1}{\gamma^2} \begin{bmatrix} B_{11} \\ \vdots \\ B_{1r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{11} \\ \vdots \\ B_{1r} \end{bmatrix}^T < 0.$$

式(7)左右分别乘以 $\text{diag}\{(Y^{-1})^T \cdots (Y^{-1})^T\}$ 后, 令 $X = Y^{-1}, F_i = M_i Y^{-1}, A_{ii} = A_i + B_i F_i, 2A_{ii} = A_i + A_j + B_i F_j + B_j F_i, i, j = 1, 2, \dots, r$, 再由引理2知控制器 $u(t) = \sum_{j=1}^r \lambda_j(\xi(t)) \times F_j x(t)$ 为 γ 次优的.

5 桥吊防摇的 H_∞ 控制器的设计(Design of container crane H_∞ controller)

根据桥吊的动力学模型^[6]

$$\begin{cases} l\ddot{\theta} + \ddot{x} \cos \theta + g \sin \theta = 0, \\ (M+m)\ddot{x} + ml\ddot{\theta} \cos \theta - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta = F(t). \end{cases} \quad (8)$$

其中: l 为绳长, M 为小车的重量, m 为集装箱与吊具的重量, $F(t)$ 为施加在小车上的力, θ 为货物偏摆的角度, $\dot{\theta}$ 为货物偏摆角的变化, $\ddot{\theta}$ 为货物偏摆角的加速度, $\ddot{x}$ 为小车的加速度. 取状态向量为: $x(t) = [\theta(t), \dot{\theta}(t), x(t), \dot{x}(t)]^T = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T$, 则有如下的状态方程:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = (F(t) \cos x_1 + (M+m)g \sin x_1 + \\ \quad mlx_2^2 \sin x_1 \cos x_1) / \\ \quad (ml \cos^2 x_1 - lM - lm), \\ \dot{x}_3 = x_4, \\ \dot{x}_4 = (F(t) + gm \sin x_1 \cos x_1 + mlx_2^2 \sin x_1) / \\ \quad ((M+m) - m \cos^2 x_1). \end{cases} \quad (9)$$

为了运用线性系统理论和模糊控制中的T-S模型进行控制器的分析和设计, 可以考虑将其先进行局部线性化, 使之成为若干子系统, 再将这若干子系统进行模糊综合.

各参数选择: $l = 1 \text{ m}, L = 1 \text{ m}, g = 9.8 \text{ m}^2/\text{s}, M = 10 \text{ kg}, m = 5 \text{ kg}$, 通过MATLAB提供的函数linmod将原桥吊小车精确模型在 0° 和 $\pm 45^\circ$ 3个工作点处线性化, 得到线性化状态空间模型. 这样, 可确定T-S模糊模型的参数如下:

$\gamma = 2, \theta = 0$ 时:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ -14.7000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \\ 4.9000 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_{11} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, B_{21} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.10000 \\ 0 \\ 0.10000 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix}.$$

$\theta = 45^\circ$ 时:

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ -4.9893 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \\ -0.7840 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_{21} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, B_{22} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.0566 \\ 0 \\ 0.0800 \end{bmatrix},$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix}.$$

利用 LMI 求解定理的矩阵不等式(7), 使用

MATLAB中的feasp函数, 可得出这个PDC(parallel distributed compensation)结构的模糊控制器的状态反馈增益矩阵:

$$F_1 = [2678 \quad -553 \quad -446 \quad -890],$$

$$F_2 = [25464 \quad -8309 \quad -5204 \quad -9810].$$

6 桥吊防摇的控制仿真结果(The simulation result of anti-swing controller for a container crane)

采用给出的 H_∞ 控制律, 分别针对货物的质量波动和绳长的尺寸偏差这两种不确定情况, 对集装箱桥吊进行了仿真。

取系统的初始值为: $x = [0, 0, 0, 0]$, $M = 10 \text{ kg}$, $m = 5 \text{ kg}$, $L = 1 \text{ m}$, $l = 1 \text{ m}$, $g = 9.8 \text{ m}^2/\text{s}$ 。

构造一个T-S模糊控制器的结构, 它有4个输入变量: $in1$ 到 $in4$ 表示 $x(t) = [\theta(t), \dot{\theta}(t), x(t), \dot{x}(t)]^T = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T$, $outmf_1$ 应为 $F_1 X$, $outmf_2$ 应为 $F_2 X$ 。采用的是sugeno型模糊推理。在货物质量和绳长的波动为25% 3种状态下对其进行仿真试验。图1和图2为货物质量波动为25%时, 桥吊的位置响应与角度变化的曲线, 图3和图4为桥吊的绳长波动在25%时, 桥吊的位置响应与角度变化的曲线。

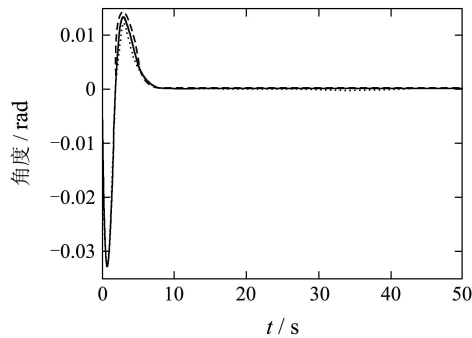


图1 阶跃信号在不同质量时角度响应图
Fig. 1 Angle response diagram to step-function signal under different grade

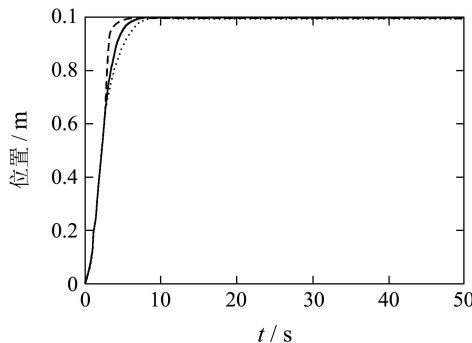


图2 阶跃信号在不同质量时位置响应图
Fig. 2 Position response diagram to step-function signal under different grade

从这4幅图可以看出, 货物在7s之内结束摇摆

状态, 角度变为零, 可见这种方法防摇时间很短, 很快抑制了摇摆, 而且桥吊在货物质量绳长波动为25%时, 位置很快达到所设定的目标值, 摆动角度也很快达到了零, 所以这种控制器不但有很好的防摇效果, 而且具有很强的鲁棒性。

图1和2中, 虚线、实线、划线分别表示正常、80%、120%货物载荷的状态响应, 图3和4中虚线、实线、划线表示正常、80%、120%绳长的状态响应。

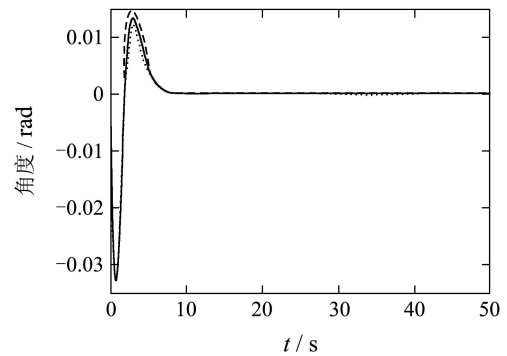


图3 阶跃信号在不同绳长时角度响应图
Fig. 3 Angle response diagram to step-function signal under different rope length

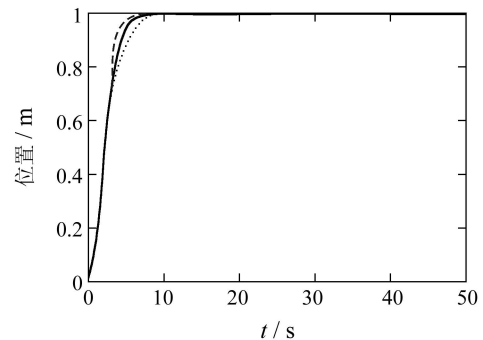


图4 阶跃信号在不同绳长时位置响应图
Fig. 4 Position response diagram to step-function signal under different rope length

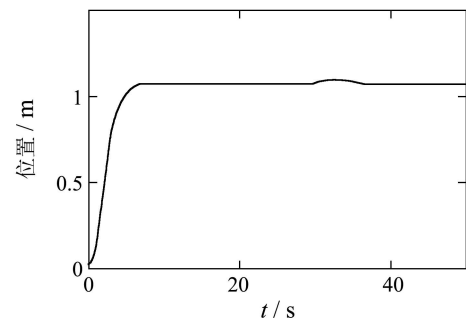


图5 抗干扰位置响应图
Fig. 5 Diagram of anti-interference position response

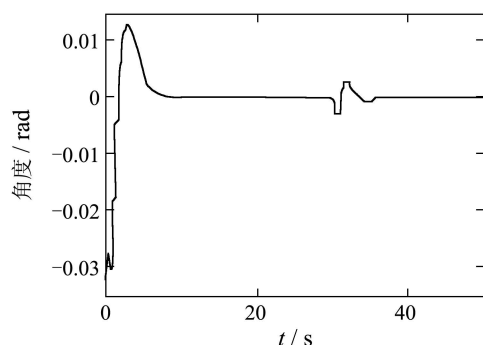


图6 抗干扰角度响应图

Fig. 6 Diagram of anti-interference angle response

为了验证其鲁棒性,可以在30 s时加一个干扰.得到的结果如图5到6所示,在解除干扰后3 s内回复原位,并且有很少的超调量,速度和角度只经过一个非常短时的变化,仿真结果表明这种控制器对外界的干扰有很强的抗干扰性能.

7 小结(Conclusions)

H_∞ 有很强的鲁棒性,再结合T-S模糊控制这种易于表达复杂非线性系统的模糊控制使得系统的鲁棒性更加突出,本文首先分析了T-S模型稳定的必要条件,之后分析了基于T-S模型控制的设计方法,把它转化为解一系列矩阵不等式(LMI)的问题,得出最优的反馈矩阵.并把这种控制方法应用在桥吊的系统上,分别对质量波动和绳长波动以及外界干扰做了仿真.仿真结果表明这种方法防摇的时间很短,并在质量和绳长波动时响应曲线几乎不变,在抗干扰仿真中在干扰消失后也迅速稳定,所以具有很好的鲁棒性.

参考文献(References):

- [1] KIJIMA Y, OHTSUBO R, YAMADA S, et al. An optimization of fuzzy controller and its application to overhead crane[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1995, 26(9): 1508 – 1513.
- [2] OUEZRI A, DERBEL N. On the intelligent control Of a rotary crane, neural network and fuzzy logic approaches[C]//*Proceedings of International Symposium on Intelligent Control: Proceedings of the 2002 IEEE*. Vancouver: [s.n.], 2002: 586 – 591.
- [3] HA Dal-Young. Design of container crane controller using intelligence algorithms[C]//*Proceedings of the 10th IEEE International Conference on Fuzzy Systems*. Melbourne, Canada: [s.n.], 2002, 3: 1507 – 1510.
- [4] MATSUHI K, KIKUTI N. The control system design of a traveling crane using H_∞ control theory[C]//*Proceedings of the 6th International Workshop on Advanced Motion Control*. Nagoya, Japan: [s.n.], 2000: 131 – 134.
- [5] 刘晓东, 张庆灵. 模糊系统 H_∞ 控制器设计的LMI方法[J]. *控制理论与应用*, 2004, 21(1): 120 – 124.
(LIU Xiaodong, ZHANG Qingling. LMI-based H_∞ -control design for T-S fuzzy systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2004, 21(1): 120 – 124.)
- [6] MOUSTAFA A F K, EMARA-SHABAIAK H E. Non-linear modeling and control of overhead crane load sway[J]. *ASME Journal of Dynamic systems, Measurement and Control*, 1988, 23(1): 266 – 270.

作者简介:

周灌中 (1976—), 男, 2005年天津大学获硕士学位, 现为青岛港湾职业技术学院讲师, 研究方向为港口起重机械的智能控制, E-mail: guanzhongzhou@163.com;

罗枚 (1969—), 女, 2004年天津大学获硕士学位, 陕西纺织服装职业技术学院讲师, 研究方向为智能控制方法, E-mail: luomei@163.com.