第 25 卷第 3 期 控 制 理 论 与 应 用 Vol. 25 No. 3
2008 年 6 月 Control Theory & Applications Jun. 2008

文章编号: 1000−8152(2008)03−0398−09

两种连接形式的拖挂式移动机器人路径跟踪控制

苑 晶[1], 黄亚楼[1,2], 孙凤池[2]

(1. 南开大学 信息技术科学学院, 天津 300071; 2. 南开大学 软件学院, 天津 300071)

摘要: 拖挂式移动机器人是一种具有不同连接形式的多车体系统. 本文对标准连接和非标准连接的拖挂式机器人, 研究了前向和倒车路径的跟踪控制. 首先, 建立系统的运动学模型并进行运动特性分析; 其次, 基于Lyapunov方法提出一种与期望路径具有一致运动方向的单体机器人全局路径跟踪控制器; 然后将其引入到两种拖挂式机器人的前向跟踪控制中, 并分别通过运动学变换和反演控制实现了两种连接形式下的倒车跟踪控制, 从而使多节车体始终保持一致的运动方向, 避免了不合理位形的出现. 仿真结果表明该方法的有效性.

关键词: 拖挂式移动机器人; 路径跟踪控制; 标准连接; 非标准连接

中图分类号: TP24 **文献标识码**: A

Path following control for tractor-trailer mobile robots with two kinds of connection forms

YUAN Jing[1], HUANG Ya-lou[1,2], SUN Feng-chi[2]

(1. College of Information Technical Science, Nankai University, Tianjin 300071, China;
2. College of Software, Nankai University, Tianjin 300071, China)

Abstract: The tractor-trailer mobile robot (TTMR) is a multi-body system with different connection forms. The forward-and-backward path-following control is studied for TTMRs with standard and nonstandard connections. The kinematics of a TTMR is described and the motion characteristics are analyzed. By using the Lyapunov method, a global path-following controller is designed for a single-body robot of which the motion direction of the robot will always coincide with the desired one. This controller is introduced to the forward path-following control of a TTMR. By using kinematics transformation and Backstepping technique, different controllers are respectively designed for two different connection forms, realizing backward path-following control. With the proposed controllers, all the bodies of a TTMR will move in the same direction such that the irrational configurations are avoided. A set of simulations is presented, showing the validity of the proposed methods.

Key words: tractor-trailer mobile robot; path following control; standard connection; nonstandard connection

1 引言(Introduction)

拖挂式移动机器人由牵引车挂接若干节拖车组成, 牵引车执行驱动和转向任务, 而拖车被动跟随牵引车运动. 这类机器人系统通常用于自动化工厂、机场、车站、航运码头、核环境等场合, 执行物料传送、行李搬运、货物运输等任务. 路径跟踪控制是拖挂式移动机器人主要的控制问题, 由于这类系统多车体的存在, 使得其路径跟踪控制十分复杂, 特别是倒车跟踪更成为这类机器人控制的难点问题.

Bolzern等人首先将标准连接形式(相邻车体的连接点位于前一车体后轮轴中心)的系统的运动学模型进行精确反馈线性化, 并实现了线性化后的前向路径跟踪控制; 然后研究非标准连接形式的系统(相邻车体的连接点位于前一车体后轮轴之后), 这种系统不能实现精确反馈线性化, 但与标准连接形式的系统有相似的运动特性. 文中建立两种形式之间的数量关系, 使两种系统在跟踪直线和圆弧路径的稳态下具有相同的运动行为[1]. Samson通过状态坐标变换和控制输入变换将标准连接的拖挂式移动机器人变换为斜对称链式系统, 采用Lyapunov方法设计了全局渐近收敛的时变反馈控制器, 并将其应用于拖挂式机器人的点镇定控制和路径跟踪控制[2].

收稿日期: 2006−03−16; 收修改稿日期: 2007−07−12.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60175030, 60605021); 国家863计划资助项目(2006AA04Z223).

Astolfi基于Lyapunov方法研究了拖挂式机器人的直线和圆弧路径跟踪控制问题, 提出具有指数级收敛速度的局部跟踪控制器[3].

Lamiraux针对挂接一节拖车的Hilare系统进行了研究, 当系统向前跟踪时, 给出一种简单的反馈控制器, 而当系统倒车跟踪路径时, 定义一个位于拖车后方且与实际牵引车对称的虚拟机器人, 控制虚拟机器人向前运动, 即等价于实现原系统的向后跟踪[4]. 文[5]中建立了由车型机器人挂接一节拖车组成的系统的运动学模型, 并将其沿直线路径和圆弧路径进行线性化, 基于此设计了针对这两种简单路径的前向跟踪和倒车跟踪的不连续反馈控制器. 文[6]中针对标准连接形式的两车体系统, 设计了渐近收敛的倒车路径跟踪控制器, 然而该方法并未解决控制器的奇异问题.

现有控制方法往往存在如下问题. 1) 控制器设计复杂, 且很多情况下存在奇异. 2) 有些控制器难以适用于倒车跟踪控制.为此, 本文提出一种非常便于引入到拖挂式机器人路径跟踪控制的简单的单体机器人全局路径跟踪控制器, 基于此实现了两种连接形式的拖挂式机器人的前向和倒车路径跟踪控制.

2　运动学模型(Kinematics model)

假设系统由牵引车挂接两节拖车组成, 如图1所示. 车体是刚体且关于其纵轴对称, 车轮无滑动, 车轮与地面是点接触且为纯滚动运动. 建立平面直角坐标系XOY, 设$(x_i, y_i, \theta_i)(i = 1, 2, 3)$为每节车体的位形描述, 其中$(x_i, y_i)$为后轮轴中心点在$XOY$下的坐标; θ_i为第i节车体纵轴方向与X轴之间的夹角; u_1和u_2分别为牵引车的线速度和角速度, 它们共同构成系统的两个控制输入. 当$c_i = 0(\forall i = 1, 2, 3)$时, 系统即为标准连接形式; 当$c_i > 0(\forall i = 1, 2, 3)$时, 系统成为非标准连接形式.

机器人系统的状态$[x_i, y_i, \theta_1, \theta_2, \theta_3]^{\mathrm{T}}$为5维, 而系统的控制输入只有两个, 所以该类机器人属于典型的欠驱动系统.

对于每节车体, 其状态满足非完整约束:

$$-\dot{x}_i \cdot \sin\theta_i + \dot{y}_i \cdot \cos\theta_i = 0, i = 1, 2, 3,$$

由图1的模型可得系统运动学方程为:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{y}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 \\ \sin\theta_1 \end{bmatrix} \cdot u_1, \tag{1}$$

$$\begin{aligned} &V_i = \cos(\theta_{i-1} - \theta_i) V_{i-1} + c_{i-1} \cdot \sin(\theta_{i-1} - \theta_i) \cdot \dot{\theta}_{i-1}, \\ &\dot{\theta}_i = 1/l_i \cdot [\sin(\theta_{i-1} - \theta_i) \cdot V_{i-1} - c_{i-1} \cdot \\ &\qquad \cos(\theta_{i-1} - \theta_i) \cdot \dot{\theta}_{i-1}], \\ &V_1 = u_1, i = 2, 3. \end{aligned} \tag{2}$$

其中$V_i(i = 2, 3)$分别表示两节拖车的线速度.

相邻两车体之间满足如下连接关系:

$$\begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{i-1} \\ y_{i-1} \end{bmatrix} - c_{i-1} \cdot \begin{bmatrix} \cos\theta_{i-1} \\ \sin\theta_{i-1} \end{bmatrix} - l_i \cdot \begin{bmatrix} \cos\theta_i \\ \sin\theta_i \end{bmatrix}, i = 2, 3. \tag{3}$$

当$c_1 = c_2 = c_3 = 0$时, 式(1)～(3)描述的即为标准连接形式下系统的运动学方程. 对于拖挂式机器人, 系统状态的定义域为$D = \{[x_1, y_1, \theta_1, \theta_2, \theta_3]^{\mathrm{T}} | (x_1, y_1) \in \mathbb{R}^2, |\theta_1 - \theta_2| < \pi - \arctan(d/2c_1), |\theta_2 - \theta_3| < \pi - \arctan(d/2c_2)\}$, d表示车宽.

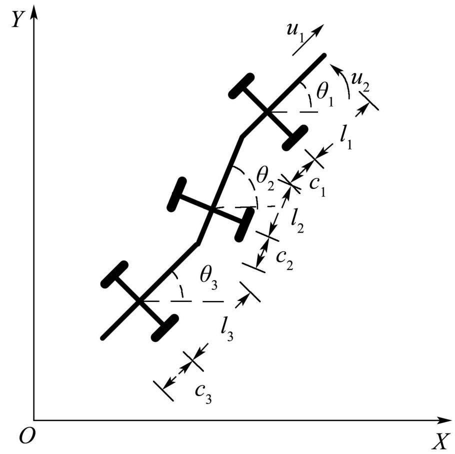


图 1　拖挂式移动机器人系统

Fig. 1　TTMR system

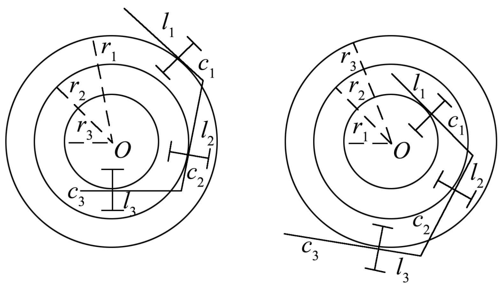
3　系统运动特性(Motion characteristics)

当牵引车中心点跟踪某一路径运动时, 拖车中心点的运动轨迹随牵引车的运动而不断变化, 系统所有车体的运动轨迹通常各不相同, 即系统运动会产生多条轨迹, 这一点明显区别于单体移动机器人. 文献[7]中证明了如下结论.

引理 1　对于连接参数满足$l_i \geqslant c_{i-1}(\forall i = 2, 3)$的拖挂式机器人系统, 当牵引车向前跟踪半径为$r_1 \geqslant r_{1\min}$的圆形路径运动时, 两节拖车的运动路径将指数级收敛到两个与牵引车跟踪圆同心的圆形路径上, 其半径为$r_i = \sqrt{r_{i-1}^2 + c_{i-1}^2 + l_i^2}(i = 2, 3)$, 如图2(a). 其中$r_{1\min} = \sqrt{\left(\frac{c_2 + l_3\cos\phi_{\max}}{\sin\phi_{\max}}\right)^2 + \sum_{k=1}^{2}(l_{k+1}^2 - c_k^2)}$, 表示牵引车的最小允许转弯半径, $\phi_{\max} \leqslant \pi - \arctan(d/(2c_i))$为两车体之间的最大允许夹角, 由实际的系统机械结构决定.

引理 2　对于连接参数满足$l_i < c_{i-1}(\forall i = 2, 3)$的拖挂式机器人系统, 当牵引车向前跟踪半径为$r_1 \geqslant r_{1\min}$的圆形路径运动时, 两节拖车的运动路径将指数级收敛到两个与牵引

车跟踪圆同心的圆形路径上, 其半径为$r_i = \sqrt{r_{i-1}^2 + c_{i-1}^2 - l_i^2}(i = 2,3)$, 如图2(b)所示, 其中$r_{1\min} = (l_2 + c_1\cos\phi_{\max})/\sin\phi_{\max}$.



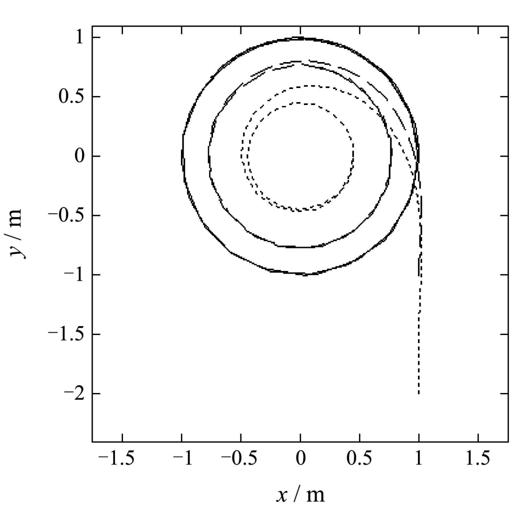
(a) (b)

图 2 牵引车前向跟踪圆的稳定状态

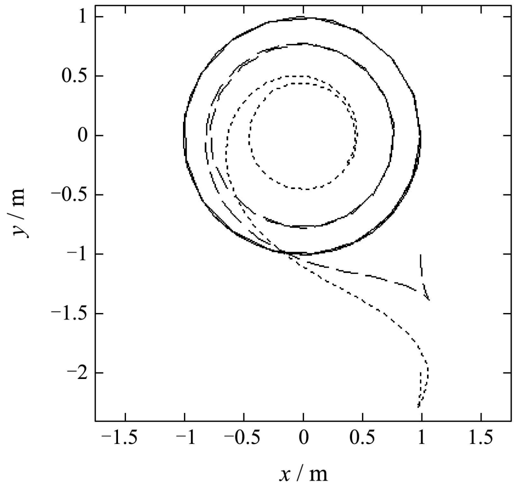
Fig. 2 Steady state when the tractor follows a circle forward

注 1 由引理1, 2知, 当$l_i = c_{i-1}(\forall i = 2,3)$时, 系统两节拖车的运动路径都收敛到牵引车的跟踪圆, 此时系统的3条运动路径重合.

图3(a)为3车体系统向前跟踪半径为1 m的圆形路径的仿真结果, 其中连接参数为$l_i = 0.7$ m, $c_i = 0.3$ m $(i = 1,2,3)$, 初始位形$[x_1,y_1,\theta_1,\theta_2,\theta_3]^{\mathrm{T}} = [1,0,\pi/2,\pi/2,\pi/2]^{\mathrm{T}}$, 控制输入分别为$u_1 = 1$ m/s, $u_2 = 1$ rad/s . 然而, 当牵引车倒车跟踪时, 情况则不然, 图3(b)为相同连接形式的系统在相同初始状态下倒车跟踪的仿真结果, $u_1 = -1$ m/s, $u_2 = -1$ rad/s. 由图3(b)可以看出, 当牵引车倒车跟踪圆弧时, 两节拖车先倒车运动, 然后变为向前运动直至收敛到稳态圆, 图4所示的即为这种情况的稳态示意图. 显然, 此时第1节拖车的连杆可能与牵引车车体发生碰撞甚至挤压, 通常当l_2相比于c_1和车宽d充分大时可以避免挤压的发生, 即图4的跟踪结果是允许的; 而当$l_2 = c_1$时, 挤压现象必然发生, 从而违反系统的物理结构配置.



(a) 前向跟踪



(b) 倒车跟踪

图 3 牵引车跟踪圆的仿真

Fig. 3 Simulation result when the tractor follows a circle

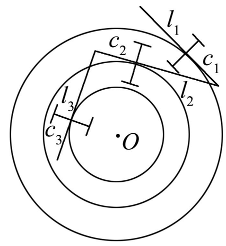


图 4 牵引车倒车跟踪圆的稳定状态

Fig. 4 Steady state when the tractor follows a circle backward

4 拖挂式移动机器人路径跟踪控制(Path following control for TTMR)

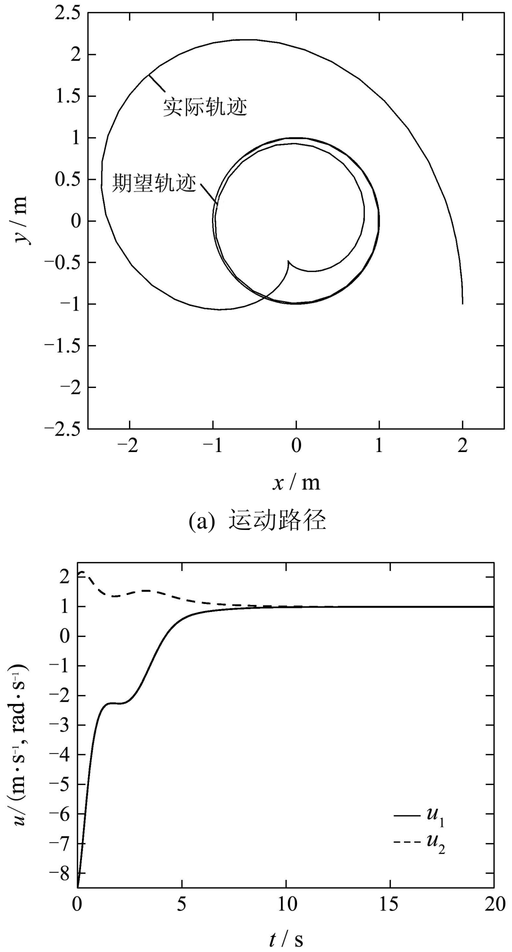
由于拖挂式移动机器人系统只有牵引车具有两个控制输入, 而拖车完全被动跟随, 所以其运动控制与单体两轮移动机器人存在紧密联系. 为此, 首先考虑单体两轮机器人的路径跟踪控制.

4.1 单体两轮机器人路径跟踪控制(Path following control for single-body two-wheeled robot)

文[8～12]提出了多种单体两轮机器人路径跟踪控制器, 然而这些控制器难以推广到拖挂式机器人的路径跟踪控制中, 因为其中的线速度均为系统的状态反馈, 其大小和方向取决于系统状态, 因此线速度可能为负, 此时机器人执行倒车运动. 例如, 使用文[10]中定理1的控制器进行圆形路径跟踪控制仿真, 得到图5所示的结果.其中, 期望路径$x^2 + y^2 = 1$ 表示为$(\cos\ t, \sin\ t)$, 系统初始位形为$[x,y,\theta]^{\mathrm{T}} = [2,-1,3\pi/2]^{\mathrm{T}}$, 期望线速度为1 m/s.

由图5可知, 由于初始姿态角与期望姿态角相差π, 因此机器人先倒车, 然后转为前向跟踪直至收敛. 然而, 若将这一控制输入施加于拖挂式机器人的牵引车, 则初始阶段会出现图4所示的不合理运动.

为此, 本文首先针对单体机器人设计一种新的控制器, 其线速度取为期望值而非状态反馈, 因此机器人的运动方向始终保持与期望方向一致.



(a) 运动路径

(b) 控制输入

图 5　圆形路径跟踪控制仿真结果

Fig. 5　Simulation result of circular path following control

假设期望路径$y_{\rm d}=f(x_{\rm d})$可以表示为时间的参数方程形式$(x_{\rm d}(t),y_{\rm d}(t))$, 且$x_{\rm d}(t)$和$y_{\rm d}(t)$二阶可导, 由两轮系统运动学模型知系统的期望线速度为$u_{1d}=\pm\sqrt{\dot x_{\rm d}^2+\dot y_{\rm d}^2}$, 期望姿态角为:

$$\theta_{\rm d}=\arctan(\dot y_{\rm d}/\dot x_{\rm d})+k\pi, k\in\mathbb{Z}. \tag{4}$$

若期望机器人前向跟踪期望路径, 即u_{1d}取为正, 则

$$\theta_{\rm d}=\arctan(\dot y_{\rm d}/\dot x_{\rm d})+2m\pi, m\in\mathbb{Z};$$

若期望机器人倒车跟踪期望路径, 即u_{1d}取为负, 则

$$\theta_{\rm d}=\arctan(\dot y_{\rm d}/\dot x_{\rm d})+(2m+1)\pi, m\in\mathbb{Z}.$$

系统的期望角速度为:

$$u_{2d}(t)=\frac{\ddot y_{\rm d}(t)\cdot\dot x_{\rm d}(t)-\ddot x_{\rm d}(t)\cdot\dot y_{\rm d}(t)}{\dot x_{\rm d}^2+\dot y_{\rm d}^2}, u_{1d}\neq 0. \tag{5}$$

建立系统路径跟踪的误差模型为:

$$\begin{bmatrix} e_x\\ e_y\\ e_\theta\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos\theta & \sin\theta & 0\\ -\sin\theta & \cos\theta & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}x_{\rm d}-x\\ y_{\rm d}-y\\ \theta_{\rm d}-\theta\end{bmatrix}, \tag{6}$$

则

$$\lim_{t\to\infty}(e_x,e_y,e_\theta)=(0,0,2m\pi)\Leftrightarrow$$
$$\lim_{t\to\infty}(x,y,\theta)=(x_{\rm d},y_{\rm d},\theta_{\rm d}+2m\pi),$$

此时机器人的运动将渐近收敛到期望路径.

针对单体两轮移动机器人的路径跟踪控制, 给出如下全局路径跟踪控制器.

定理 1　假设期望路径为$\rho_{\rm d}(x_{\rm d},y_{\rm d})$, $x_{\rm d}$和$y_{\rm d}$3阶可导且3阶导数有界, $u_{1d}\neq 0$, 若系统控制输入取为:

$$\begin{aligned}&u_1=u_{1d},\\ &u_2=u_{2d}+\frac{2}{k_2}\cdot[2k_1\cdot u_{1d}(e_y\cdot\cos\frac{e_\theta}{2}-\\ &\qquad e_x\cdot\sin\frac{e_\theta}{2})+\sin\frac{e_\theta}{2}],\end{aligned} \tag{7}$$

则系统的运动渐近收敛到期望路径$\rho_{\rm d}$, 其中$k_1>0$, $k_2>0$.

证　由式(6)得:

$$\begin{bmatrix}\dot e_x\\ \dot e_y\\ \dot e_\theta\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & e_y\\ 0 & -e_x\\ 0 & -1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}u_1\\ u_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}u_{1d}\cdot\cos e_\theta\\ u_{1d}\cdot\sin e_\theta\\ u_{2d}\end{bmatrix}. \tag{8}$$

构造Lyapunov函数为:

$$V=\frac{1}{2}k_1\cdot(e_x^2+e_y^2)+k_2\cdot(1-\cos\frac{e_\theta}{2}),$$

则:

$$\begin{aligned}\dot V=&\,k_1\cdot(e_x\cdot\dot e_x+e_y\cdot\dot e_y)+\frac{k_2}{2}\cdot\sin\frac{e_\theta}{2}\dot e_\theta=\\ &k_1\cdot[e_x\cdot(e_y\cdot u_2-u_1+u_{1d}\cdot\cos e_\theta)+\\ &e_y(-e_x\cdot u_2+u_{1d}\cdot\sin e_\theta)]+\frac{k_2}{2}\cdot\sin\frac{e_\theta}{2}\cdot\\ &(u_{2d}-u_2)=\\ &k_1u_{1d}\cdot[(\cos e_\theta-1)\cdot e_x+e_y\cdot\sin e_\theta]+\\ &\frac{k_2}{2}(u_{2d}-u_2)\cdot\sin\frac{e_\theta}{2}=\\ &[2k_1u_{1d}\cdot(e_y\cdot\cos\frac{e_\theta}{2}-e_x\cdot\sin\frac{e_\theta}{2})+\frac{k_2}{2}\\ &(u_{2d}-u_2)]\cdot\sin\frac{e_\theta}{2}=\\ &-\sin\frac{{e_\theta}^2}{2}\leqslant 0,\end{aligned}$$

$$V\geqslant 0, \dot V\leqslant 0\Rightarrow$$
$$V\in{\rm L}_\infty\Rightarrow e_x,e_y\in{\rm L}_\infty\Rightarrow$$

$$u_1, u_2 \in \mathrm{L}_\infty \Rightarrow \dot{e}_x, \dot{e}_y, \dot{e}_\theta \in \mathrm{L}_\infty \Rightarrow \lim_{t\to\infty} \sin\frac{e_\theta}{2} = 0 \Rightarrow \lim_{t\to\infty} e_\theta = 2m\pi, m \in \mathbb{Z}.$$

又因为

$$\ddot{e}_\theta = \dot{u}_{2d} - \dot{u}_2 = -\frac{4k_1}{k_2}[\dot{u}_{1d}\cdot(e_y\cdot\cos\frac{e_\theta}{2} - e_x\cdot\sin\frac{e_\theta}{2}) + u_{1d}\cdot (\dot{e}_y\cdot\cos\frac{e_\theta}{2} - \frac{1}{2}e_y\cdot\sin\frac{e_\theta}{2}\cdot\dot{e}_\theta - \dot{e}_x\cdot\sin\frac{e_\theta}{2} - \frac{1}{2}e_x\cdot\cos\frac{e_\theta}{2}\cdot\dot{e}_\theta)] - \frac{1}{k_2}\cdot\cos\frac{e_\theta}{2}\cdot\dot{e}_\theta.$$

而$\dot{u}_{1d} = \pm\dfrac{\dot{x}_\mathrm{d}\cdot\ddot{x}_\mathrm{d} + \dot{y}_\mathrm{d}\cdot\ddot{y}_\mathrm{d}}{\sqrt{\dot{x}_\mathrm{d}^2 + \dot{y}_\mathrm{d}^2}}$, 所以$\dot{u}_{1d} \in \mathrm{L}_\infty$, 则$\ddot{e}_\theta \in \mathrm{L}_\infty$, 因此$\dot{e}_\theta$一致连续, 又因为$e_\theta \to 2m\pi$, 根据扩展的Barbalat引理可知:

$$\lim_{t\to\infty}\dot{e}_\theta = \lim_{t\to\infty} -\frac{2}{k_2}[2k_1u_{1d}(e_y\cos\frac{e_\theta}{2} - e_x\sin\frac{e_\theta}{2}) + \sin\frac{e_\theta}{2}] = \lim_{t\to\infty}(-\frac{4k_1}{k_2}\cdot u_{1d}\cdot e_y) = 0 \Rightarrow \lim_{t\to\infty} e_y = 0,$$

则

$$\lim_{t\to\infty} u_2 = u_{2d}.$$

由式(8)得

$$\ddot{e}_y = -\dot{e}_x u_2 - e_x\dot{u}_2 + \dot{u}_{1d}\sin e_\theta + u_{1d}\cos e_\theta\dot{e}_\theta = -\dot{e}_x u_2 - e_x(\dot{u}_{2d} - \ddot{e}_\theta) + \dot{u}_{1d}\sin e_\theta + u_{1d}\cos e_\theta\dot{e}_\theta,$$

而

$$\dot{u}_{2d}(t) = \frac{(\dddot{y}_\mathrm{d}\cdot\dot{x}_\mathrm{d} - \dddot{x}_\mathrm{d}\cdot\dot{y}_\mathrm{d})}{(\dot{x}_\mathrm{d}^2 + \dot{y}_\mathrm{d}^2)} - \frac{2(\ddot{y}_\mathrm{d}\cdot\dot{x}_\mathrm{d} - \ddot{x}_\mathrm{d}\cdot\dot{y}_\mathrm{d})(\dot{x}_\mathrm{d}\ddot{x}_\mathrm{d} + \dot{y}_\mathrm{d}\ddot{y}_\mathrm{d})}{(\dot{x}_\mathrm{d}^2 + \dot{y}_\mathrm{d}^2)^2} \in \mathrm{L}_\infty,$$

所以$\ddot{e}_y \in \mathrm{L}_\infty$, 因此$\dot{e}_y$一致连续, 又因为

$$\lim_{t\to\infty} e_y = 0,$$

所以

$$\lim_{t\to\infty}\dot{e}_y = \lim_{t\to\infty}(-e_x\cdot u_2 + u_{1d}\cdot\sin e_\theta) = \lim_{t\to\infty}(-e_x\cdot u_{2d}) = 0,$$

由式(8)

$$\dot{e}_x = e_y\cdot u_2 - u_{1d}\cdot(1-\cos e_\theta) \to 0,$$

且$e_x \in \mathrm{L}_\infty$, 则$\lim\limits_{t\to\infty} e_x = 0$或$\lim\limits_{t\to\infty} u_{2d} = 0$. 若$\lim\limits_{t\to\infty} u_{2d} = 0$, 则由式(5)知期望路径$\rho_\mathrm{d}$的曲率$k_\mathrm{d}$趋于0, 此时期望路径趋于一条直线, 而由$\lim\limits_{t\to\infty} e_y = 0$和$\lim\limits_{t\to\infty} e_\theta = 0$知$-\sin\theta_\mathrm{d}\cdot(x_\mathrm{d}-x) + \cos\theta_\mathrm{d}\cdot(y_\mathrm{d}-y) = 0$, 即$(y_\mathrm{d}-y)/(x_\mathrm{d}-x) = \tan\theta_\mathrm{d}$, 说明此时$(x,y)$位于期望直线$(x_\mathrm{d}, y_\mathrm{d})$上, 即机器人已经收敛到期望路径$\rho_\mathrm{d}$. 综上可知, 当控制输入取为式(7)时, 系统的运动将渐近收敛到期望路径ρ_d上. 证毕.

注 2 在上述控制器中, 若$u_{2d} \nrightarrow 0$, 则该控制器不仅能够实现路径跟踪, 而且可以用于机器人的轨迹跟踪, 即机器人的三维状态收敛到期望轨迹, $\lim\limits_{t\to\infty}(x(t), y(t), \theta(t)) = (x_\mathrm{d}(t), y_\mathrm{d}(t), \theta_\mathrm{d}(t) + 2m\pi)$. 但是, 若$u_{2d} \to 0$, 期望轨迹$(x_\mathrm{d}(t), y_\mathrm{d}(t), \theta_\mathrm{d}(t))$趋于一条直线, 机器人的轨迹$(x, y, \theta)$收敛到直线期望轨迹上与实际参考点$R(x_\mathrm{d}(t), y_\mathrm{d}(t), \theta_\mathrm{d}(t))$距离为一常值的另一点$R'$, 相当于以$R'$为参考点的轨迹跟踪, 这与跟踪$R$并无本质区别, 因此定理1也可用于一般的直线轨迹跟踪控制.

定理1中的线速度取为期望值, 系统的三维误差实际上都是通过角速度进行控制的, 这是该控制器与常用控制器的主要区别之一. 另外, 上述控制器形式和计算均十分简单, 且避免了两种常用方法–极坐标变换[12]和构造“虚拟车”[13,14]而引入的奇异问题.

4.2 拖挂式移动机器人前向路径跟踪控制 (Forward path following control for TTMR)

对于两种连接形式的拖挂式移动机器人, 当期望系统向前跟踪路径时, 只要期望路径的曲率k_d满足$k_\mathrm{d} \leqslant 1/r_{1\min}$, 其跟踪控制类似于控制单体机器人前向跟踪期望路径.

推论 1 假设牵引车的期望路径为$\rho_\mathrm{d}(x_{1d}, y_{1d})$, x_{1d}和y_{1d}三阶可导且三阶导数有界, 若牵引车控制输入取为:

$$\begin{aligned} u_1 &= u_{1d} = \sqrt{\dot{x}_{1d}^2 + \dot{y}_{1d}^2}, \\ u_2 &= u_{2d} + \frac{2}{k_4}[2k_3\cdot u_{1d}\cdot(e_{y_1}\cdot\cos\frac{e_{\theta_1}}{2} - e_{x_1}\sin\frac{e_{\theta_1}}{2}) + \sin\frac{e_{\theta_1}}{2}], \end{aligned} \tag{9}$$

则牵引车的运动将渐近收敛到期望路径ρ_d, 其中$[e_{x_1}, e_{y_1}, e_{\theta_1}]$满足式(6), $k_3 > 0$, $k_4 > 0$.

4.3 非标准连接系统倒车路径跟踪控制 (Backward control for nonstandard TTMR)

由第3节中的分析可知, 若控制牵引车倒车跟踪期望路径, 则可能导致系统出现不合理的位形, 因此本文将控制第2节拖车倒车跟踪期望路径, 从而实现系统整体的倒车运动, 显然这也是与实际需要相一致的, 因为通常希望机器人以倒车跟踪的方式将拖

车控制到给定位置以便进行货物装卸.

对于拖挂式移动机器人, 由于系统转弯半径存在约束, 故要求机器人倒车跟踪的期望路径的曲率$k_{\rm d}$也不得超过允许值. 当$l_i \geqslant c_{i-1}(\forall i = 2,3)$时, 要求$k_{\rm d} \leqslant \sin\phi_{\max}/(c_2 + l_3\cos\phi_{\max})$; 当$l_i < c_{i-1}(\forall i = 2,3)$ 时, 要求$k_{\rm d} \leqslant 1/[(l_2 + c_1\cos\phi_{\max})^2/(\sin\phi_{\max})^2 - \sum\limits_{k=1}^{2}(l_{k+1}^2 - c_k^2)]$.

首先给出非标准连接系统的倒车跟踪控制器.

定理 2 对于非标准连接拖挂式移动机器人系统, 假设第2节拖车的期望路径为$\rho_{\rm d}(x_{3d}, y_{3d})$, x_{3d}和y_{3d}三阶可导且三阶导数有界, 若牵引车的线速度和角速度分别取为:

$$\begin{cases} u_1 = A\cdot\bar{V}_3 + B\cdot\bar{\omega}_3, \\ u_2 = C\cdot\bar{V}_3 + D\cdot\bar{\omega}_3, \end{cases} \tag{10}$$

则第2节拖车将以倒车方式渐近收敛到期望路径$\rho_{\rm d}$. 其中:

$$\begin{aligned}
A = &\cos(\theta_1-\theta_2)\cdot\cos(\theta_2-\theta_3) + \\
&l_2/c_2\sin(\theta_1-\theta_2)\cdot\sin(\theta_2-\theta_3), \\
B = &l_3\cdot\cos(\theta_1-\theta_2)\cdot\sin(\theta_2-\theta_3) - \\
&l_2\cdot l_3/c_2\sin(\theta_1-\theta_2)\cdot\cos(\theta_2-\theta_3), \\
C = &1/c_1\cdot\sin(\theta_1-\theta_2)\cdot\cos(\theta_2-\theta_3) - \\
&l_2/(c_2c_1)\cdot\cos(\theta_1-\theta_2)\cdot\sin(\theta_2-\theta_3), \\
D = &l_3/c_1\cdot\sin(\theta_1-\theta_2)\cdot\sin(\theta_2-\theta_3) + \\
&l_2\cdot l_3/(c_2\cdot c_1)\cdot\cos(\theta_1-\theta_2)\cdot\cos(\theta_2-\theta_3), \\
\bar{V}_3 = &\bar{V}_{3d} = -\sqrt{\dot{x}_{3d}^2(t) + \dot{y}_{3d}^2(t)}, \\
\bar{\omega}_3 = &\bar{\omega}_{3d} + \frac{2}{k_6}[2k_5\cdot\bar{V}_{3d}\cdot(e_{y_3}\cdot\cos\frac{e_{\theta_3}}{2} - \\
&e_{x_3}\sin\frac{e_{\theta_3}}{2}) + \sin\frac{e_{\theta_3}}{2}], \\
\bar{\omega}_{3d} = &\frac{\ddot{y}_{3d}(t)\cdot\dot{x}_{3d}(t) - \ddot{x}_{3d}(t)\cdot\dot{y}_{3d}(t)}{\dot{x}_{3d}^2(t) + \dot{y}_{3d}^2(t)},
\end{aligned} \tag{11}$$

$k_5 > 0, k_6 > 0, e_{x_3}, e_{y_3}, e_{\theta_3}$满足定义(6).

证 由式(2)得:

$$\begin{aligned}
&\begin{bmatrix} V_3 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \\
&\begin{bmatrix} \cos(\theta_2-\theta_3) & c_2\cdot\sin(\theta_2-\theta_3) \\ 1/l_3\cdot\sin(\theta_2-\theta_3) & -c_2/l_3\cdot\cos(\theta_2-\theta_3) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_2 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \\
&R_2\begin{bmatrix} V_2 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \\
&R_2\begin{bmatrix} \cos(\theta_1-\theta_2) & c_1\sin(\theta_1-\theta_2) \\ 1/l_2\sin(\theta_1-\theta_2) & -c_1/l_2\cos(\theta_1-\theta_2) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \\
&R_2R_1\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{12}$$

将式(10)代入式(12)得到:

$$\begin{bmatrix} V_3 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} = R_2R_1\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = R_2R_1\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \bar{V}_3 \\ \bar{\omega}_3 \end{bmatrix},$$

将A, B, C, D 代入上式得到:

$$R_2\cdot R_1\cdot\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = I,$$

即当系统控制输入取为(10)时, 第2节拖车的线速度和角速度分别为$V_3 = \bar{V}_3$和$\omega_3 = \bar{\omega}_3$, 由定理1知第2节拖车将以倒车方式渐近收敛到期望路径.

证毕.

推论 2 特别地, 当$l_1 = l_2 = l_3 = l = c_1 = c_2 = c_3 = c$时, 若系统的控制输入取为:

$$\begin{aligned}
u_1 = &\cos(\theta_1+\theta_3-2\theta_2)\cdot\bar{V}_3 + l\cdot \\
&\sin(2\theta_2-\theta_1-\theta_3)\cdot\bar{\omega}_3, \\
u_2 = &1/c\cdot\sin(\theta_1+\theta_3-2\theta_2)\cdot\bar{V}_3 + \\
&\cos(\theta_1+\theta_3-2\theta_2)\cdot\bar{\omega}_3,
\end{aligned}$$

则第2节拖车将以倒车方式渐近收敛到期望路径.

由上面的控制器设计过程可知, 非标准连接的拖挂式移动机器人的倒车跟踪与前向跟踪具有一定的等价性, 即将第2节拖车视为“牵引车”, 而将牵引车视为“第2节拖车”, 则机器人的倒车跟踪可以视为以第2节拖车为“牵引车”的前向跟踪, 而不同的是此时系统的控制输入由“第2节拖车”即实际的牵引车施加.

4.4 标准连接系统倒车路径跟踪控制(Backward control for standard TTMR)

由定理2中的控制器设计过程知, 前向跟踪与倒车跟踪的等价性来自于矩阵R_1, R_2的可逆性, 即当$c_1, c_2 > 0$时, 牵引车的线速度和角速度与拖车的线速度和角速度存在一一对应关系；而对于标准连接的系统, (12)中R_1和R_2不可逆, 因此定理2的控制器不能适用, 为此, 利用反演方法设计如下控制器.

定理 3 对于标准连接拖挂式移动机器人系统, 假设第2节拖车的期望路径为$\rho(x_{3d}, y_{3d})$, x_{3d}和y_{3d}三阶可导且三阶导数有界, 若牵引车的线速度和角速度分别取为:

$$\begin{aligned}
u_1 = &\bar{V}_{3d}\cdot\sec(\theta_1-\theta_2)\cdot\sec(\theta_2-\theta_3), \\
u_2 = &1/l_2\cdot\bar{V}_{3d}\cdot\tan(\theta_1-\theta_2)\cdot\sec(\theta_2-\theta_3) + \\
&\{l_2[\dot{\bar{\omega}}_2 + \bar{\omega}_2 - 1/l_2\cdot\bar{V}_{3d}\cdot\tan(\theta_1-\theta_2)\cdot \\
&\sec(\theta_2-\theta_3)] - \tan(\theta_1-\theta_2)\cdot\sec(\theta_2-\theta_3)\cdot
\end{aligned}$$

$[\bar{V}_{3d}\cdot\tan(\theta_2-\theta_3)\cdot(1/l_2\cdot\bar{V}_{3d}\cdot\tan(\theta_1-\theta_2)\cdot\sec(\theta_2-\theta_3)-1/l_3\bar{V}_{3d}\cdot\tan(\theta_2-\theta_3))+\dot{\bar{V}}_{3d}]\}/[\bar{V}_{3d}\cdot(\sec(\theta_1-\theta_2))^2\cdot\sec(\theta_2-\theta_3)],\quad(13)$

则第2节拖车将以倒车方式渐近收敛到期望路径$\rho_{\rm d}$,其中

$$\bar{\omega}_2=1/l_3\cdot\bar{V}_{3d}\cdot\tan(\theta_2-\theta_3)+\{l_3\cdot[\dot{\bar{\omega}}_3+\bar{\omega}_3-1/l_3\cdot\bar{V}_{3d}\cdot\tan(\theta_2-\theta_3)]-\dot{\bar{V}}_{3d}\cdot\tan(\theta_2-\theta_3)\}/[\bar{V}_{3d}\cdot(\sec(\theta_2-\theta_3))^2],\tag{14}$$

$\bar{V}_{3d}$和$\bar{\omega}_3$取为式(11).

证 令$V_{L_1}=(\omega_3-\bar{\omega}_3)^2/2$, 则

$$\dot{V}_{L_1}=(\omega_3-\bar{\omega}_3)\cdot(\dot{\omega}_3-\dot{\bar{\omega}}_3),$$

$$\dot{\omega}_3=1/l_3\{\dot{\bar{V}}_{3d}\cdot\tan(\theta_2-\theta_3)+\bar{V}_{3d}\cdot(\sec(\theta_2-\theta_3))^2\cdot[\omega_2-1/l_3\cdot\bar{V}_{3d}\cdot\tan(\theta_2-\theta_3)]\},$$

当$\omega_2=\bar{\omega}_2$时, $\dot{\omega}_3=\dot{\bar{\omega}}_3+\bar{\omega}_3-\omega_3$, 则$\dot{V}_{L_1}=-(\omega_3-\bar{\omega}_3)^2$, 可知$\omega_3$指数级收敛到$\bar{\omega}_3$.

再令$V_{L_2}=(\omega_2-\bar{\omega}_2)^2/2$, 则$\dot{V}_{L_1}=(\omega_2-\bar{\omega}_2)\cdot(\dot{\omega}_2-\dot{\bar{\omega}}_2)$. 同理, 当$u_1$和$u_2$取为(13)时, 由式(14)得到$\dot{\omega}_2=\dot{\bar{\omega}}_2+\bar{\omega}_2-\omega_2$, 则$\dot{V}_{L_2}=-(\omega_2-\bar{\omega}_2)^2$, 可知$\omega_2$指数级收敛到$\bar{\omega}_2$, 由定理1知, 第2节拖车将以倒车跟踪的方式渐近收敛到期望路径上. 证毕.

5 仿真(Simulation)

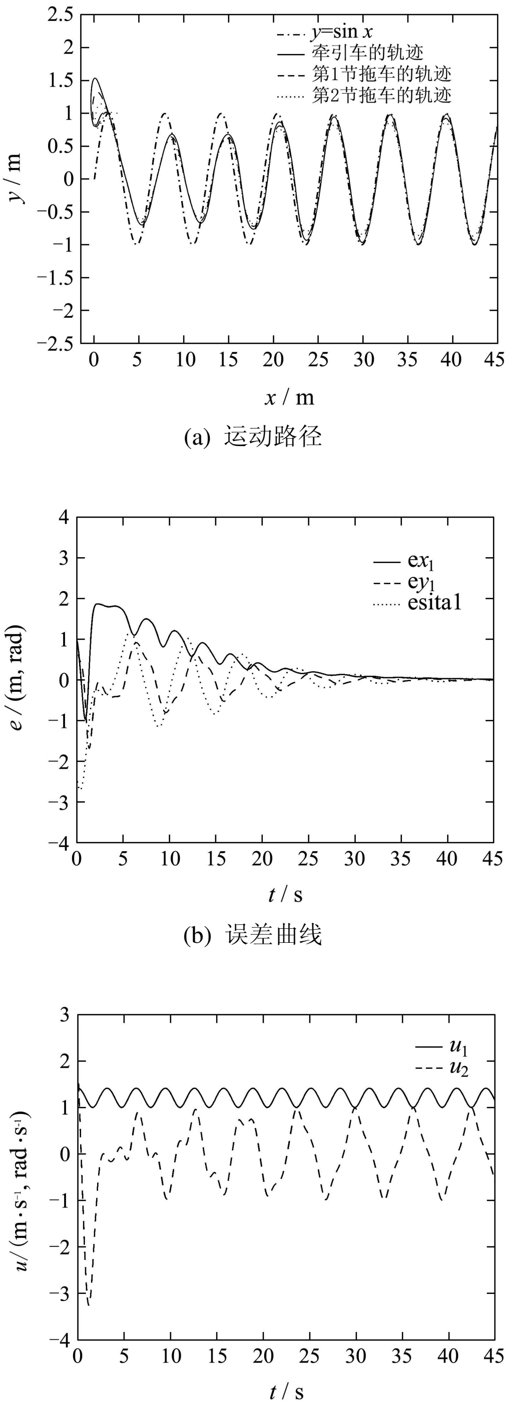
这一部分针对两种连接形式的系统的前向和倒车路径跟踪控制进行仿真, 期望路径选为正弦路径$y=\sin\ x$, 将其表示为$(t,\sin t)$的形式. 对于拖挂式机器人, 正弦路径是较两种常用路径–直线和圆更加复杂的一种路径, 因为这种路径的曲率是时变的, 故机器人期望线速度和角速度通常不为常值.

5.1 非标准连接系统路径跟踪控制仿真(Simulation for nonstandard TTMR)

假设连接参数为$l_i=0.5$ m, $c_i=0.3$ m, $(i=1,2,3)$, $\phi_{\max}=\pi/2$. 首先, 控制牵引车前向跟踪期望路径, 初始位形$[x_1,y_1,\theta_1,\theta_2,\theta_3]^{\rm T}=[1,1,\pi,\pi,\pi]^{\rm T}$, 执行控制律(9), 得到图6所示的仿真结果. 由图6可见, 虽然牵引车初始姿态角与期望值相差$3\pi/4$, 但系统始终向前运动直至牵引车收敛到期望路径. 其次, 控制第2节拖车倒车跟踪期望路径, 初始位形为$[x_3,y_3,\theta_1,\theta_2,\theta_3]^{\rm T}=[1,1,0,0,0]^{\rm T}$, 执行式(10)得到图7所示的仿真结果. 由图7可见, 第2节拖车的初始姿态角与期望值相差$5\pi/4$, 但系统所有车体始终向后运动直至第2节拖车收敛到期望路径.

5.2 标准连接系统路径跟踪控制仿真(Simulation for standard TTMR)

假设连接参数为$l_i=0.5$ m$(i=1,2,3)$. 首先, 控制牵引车前向跟踪期望路径, 初始位形为$[x_1,y_1,\theta_1,\theta_2,\theta_3]^{\rm T}=[1,1,\pi,\pi,\pi]^{\rm T}$, 执行控制律(9), 得到图8所示的结果. 其次, 控制第2节拖车倒车跟踪期望路径, 初始位形为$[x_3,y_3,\theta_1,\theta_2,\theta_3]^{\rm T}=[1,1,0,0,0]^{\rm T}$, 执行控制律(13), 得到图9所示的结果.



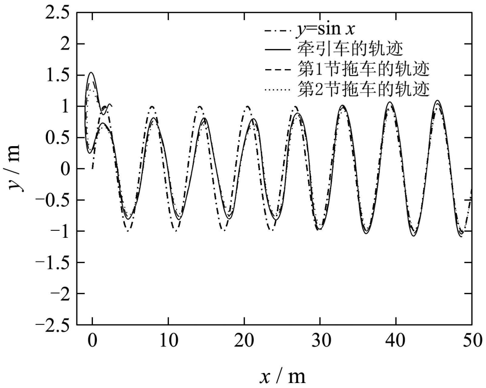
(a) 运动路径

(b) 误差曲线

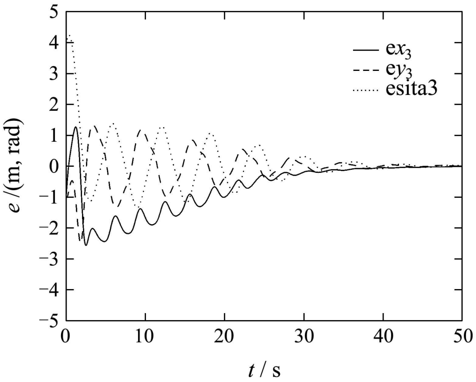
(c) 控制输入

图 6 非标准连接系统前向路径跟踪控制仿真结果

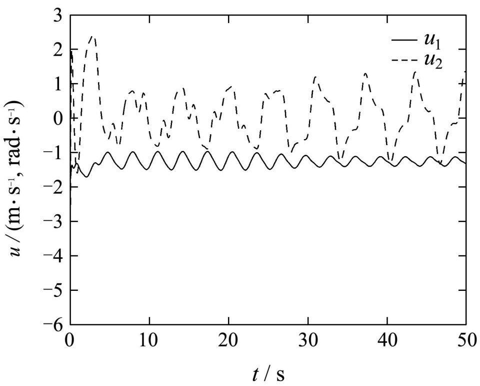
Fig. 6 Simulation result of forward sinusoid path following control for nonstandard system



(a) 运动路径



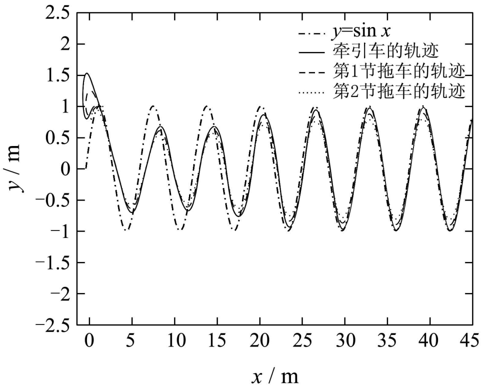
(b) 误差曲线



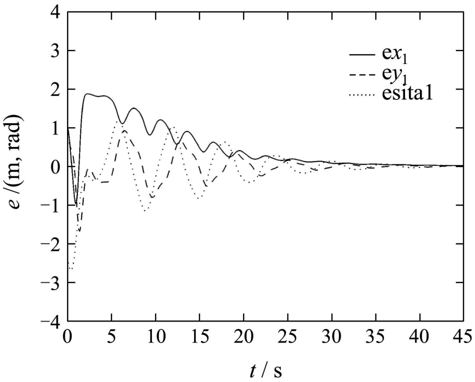
(c) 控制输入

图 7　非标准连接系统倒车路径跟踪控制仿真结果

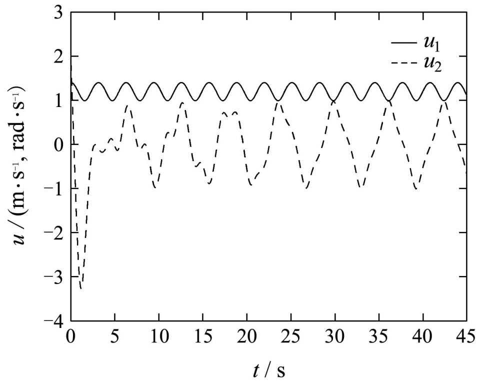
Fig. 7　Simulation result of backward sinusoid path following control for nonstandard system



(a) 运动路径



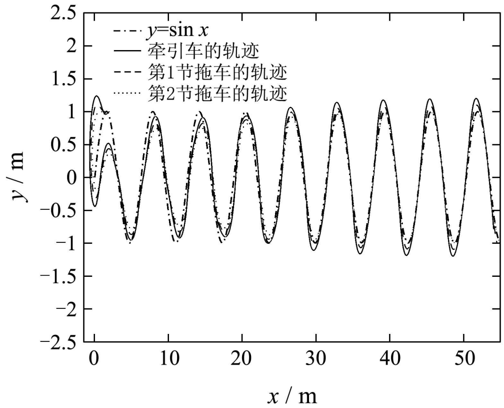
(b) 误差曲线



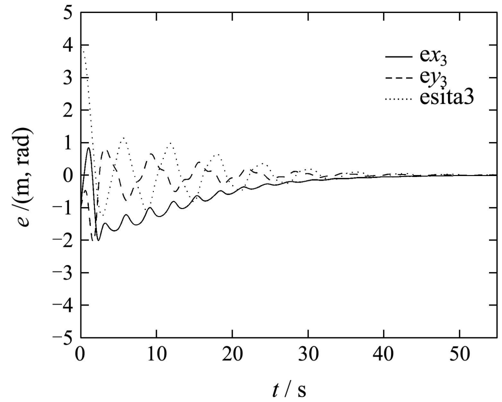
(c) 控制输入

图 8　标准连接系统前向路径跟踪控制仿真结果

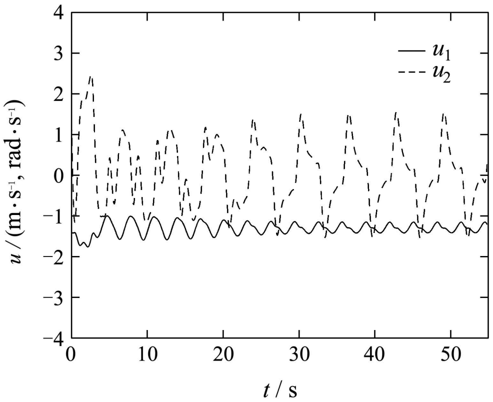
Fig. 8　Simulation result of forward sinusoid path following control for standard system



(a) 运动路径



(b) 误差曲线



(c) 控制输入

图 9 标准连接系统倒车路径跟踪控制仿真结果

Fig. 9 Simulation result of backward sinusoid path following control for standard system

6 结论(Conclusion)

针对两轮单体移动机器人设计具有一致运动方向的路径跟踪控制器, 并将其推广到拖挂式机器人的前向和倒车路径跟踪控制中, 提出了渐近收敛的控制器, 从而有效地解决了这类机器人系统的路径跟踪控制难题.

本文中设计的拖挂式移动机器人的前向和倒车路径跟踪控制器都是基于单体机器人跟踪控制器实现的, 因此二者具有相同的形式, 十分便于实际应用, 并且上述控制器简单、有效, 且避免了常用控制器中的奇异问题, 因此非常适用于该类机器人的实际控制. 另外, 本文的控制方法可以推广到挂接任意节拖车的拖挂式移动机器人路径跟踪控制中, 因此具有较大的推广价值.

参考文献(References):

[1] BOLZERN P, DESANTIS R M, LOCATELLI A, et al. Path-tracking for articulated vehicles with off-axle hitching[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 1998, 6(4): 515 – 523.

[2] SAMSON C. Control of chained systems: application to path following and time-varying point-stabilization of mobile robots[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1995, 40(1): 64 – 77.

[3] ASTOLFI A, BOLZERN P, LOCATELLI A. Path-tracking of a tractor-trailer vehicle along rectilinear and circular paths: a Lyapunov-based approach[J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 2004, 20(1): 154 – 160.

[4] LAMIRAUX F, SEKHAVAT S, LAUMOND J P. Motion planning and control for Hilare pulling a trailer[J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1999, 15(4): 640 – 651.

[5] ALTAFINI C, SPERANZON A, WAHLBERG B. A feedback control scheme for reversing a truck and trailer vehicle[J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 2001, 17(6): 915 – 922.

[6] KIM D H, OH J H. Experiments of backward tracking control for trailer system[C] // *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation.* Michigan, USA: IEEE Press, 1999: 19 – 22.

[7] 徐国华. 带拖车轮式移动机器人系统研究[D]. 南开大学, 1998. (XU Guohua. *Research on tractor-trailer wheeled mobile robot system*[D]. Tianjin: Nankai University, 1998.)

[8] TAYEBI A, RACHID A. Path following control law for an industrial mobile robot[C] // *Proceedings of IEEE International Conference on Control Applications.* Dearborn, USA: IEEE Press, 1996: 703 – 707.

[9] WU W, CHEN H, WANG Y. A novel global tracking control method for mobile robots[C] // *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems.* Kyongju, Korea: IEEE Press, 1999: 623 – 628.

[10] KIM D H, OH J H. Globally asymptotically stable tracking control of mobile robots[C] // *Proceedings of IEEE International Conference on Control Applications*. Trieste, Italy: IEEE Press, 1998: 1297 – 1301.

[11] ORIOLO G, LUCA A D, VENDITTELLI M. WMR control via dynamic feedback linearization: design, implementation and experimental validation[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2002, 10(6): 835 – 852.

[12] WU W, CHEN H, WANG Y. Backstepping design for path tracking of mobile robots[C] // *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems.* Kyongju, Korea: IEEE Press, 1999: 1822 – 1827.

[13] LAUMOND J P. *Planning Robot Motion*[M]. Berlin, Germany: Springer- Verlag, 1997: 185 – 188.

[14] EGERSTEDT M, HU X, STOTSKY A. Control of mobile platforms using a virtual vehicle approach[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2001, 46(11): 1777 – 1782.

作者简介:

苑 晶 (1980—), 男, 博士研究生, 目前研究方向为非完整系统控制、移动机器人导航与控制, E-mail: nkyuanjing@gmail.com;

黄亚楼 (1964—), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为智能机器人系统、智能信息处理, E-mail: yellow@nankai.edu.cn;

孙凤池 (1964—), 男, 副教授, 目前研究方向为嵌入式系统、移动机器人导航, E-mail: fengchisun@nankai. edu.cn.