

基于飞轮的欠驱动航天器姿态控制器设计

阳 洪, 吴 忠

(北京航空航天大学 仪器科学与光电工程学院, 北京 100083)

摘要: 在以飞轮作为姿态控制执行机构的航天器中, 如果部分飞轮发生故障而使得航天器欠驱动时, 姿态控制性能会急剧下降. 本文对两个飞轮的刚性航天器, 研究了姿态控制问题. 在零动量的假设下, 利用Backstepping方法, 为欠驱动姿态控制系统设计了一个新型的姿态控制器. 设计过程分两步进行: 首先, 根据姿态运动学模型, 设计出可使航天器姿态全局渐近稳定的控制角速率; 然后, 根据姿态动力学模型, 得到使航天器姿态全局渐近稳定的控制力矩. 该控制器为非连续控制器, 可使航天器姿态误差全局一致渐近收敛为零, 并使系统具有良好的动态性能. 计算机仿真表明, 本文所设计出的控制器是可行的.

关键词: 航天器; 欠驱动系统; 姿态稳定; 非线性控制

中图分类号: V448.22

文献标识码: A

An attitude controller for under-actuated spacecraft with two flywheels

YANG Hong, WU Zhong

(School of Instrumentation Science & Opto-electronics Engineering,
Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: The spacecraft with flywheels becomes under-actuated and the attitude controllability goes worse when only two flywheels can work. We deal with this problem for a rigid spacecraft with two flywheels. A new controller is designed by using the Backstepping design method, under the assumption of zero momentum for the spacecraft. The design process is in two steps: First, the desired angular velocity is designed to stabilize the attitude of the spacecraft, by considering the kinematics only. Next, the dynamics is combined to give the attitude control torque. The controller is a discontinuous one. It makes the attitude of the under-actuated spacecraft globally asymptotically converge to zero, and the system has a rapid and desirable transient process. Finally, simulation results indicate the feasibility of the controller presented above.

Key words: spacecraft; under-actuated system; attitude stabilization; nonlinear control

1 引言(Introduction)

在航天器姿态控制系统中, 通常配置多个独立的姿态控制执行机构, 来产生自由度不小于3的控制力矩. 但是, 由于这些执行机构都是机电一体化的, 随着航天器长期在轨运行, 难免产生一些故障, 可能使执行机构产生控制力矩的自由度小于3, 从而严重影响航天器姿态控制的性能. 因此, 研究使用较少的执行机构对航天器姿态实施控制, 是非常必要的.

对刚性航天器而言, 当执行机构产生的姿态控制力矩少于3个自由度时, 称航天器姿态是欠驱动的. 近20年来, 人们对欠驱动航天器的姿态控制的研究取得了很多重要的成果. 早在1984年,

Crouch^[1]就对刚体航天器姿态的可控性进行了研究, 并针对采用推力器作为执行机构的航天器, 给出了不同控制输入情况下系统可控的充分必要条件. Crouch^[1]的研究还表明, 采用角动量交换装置作为姿控执行机构的航天器, 在总角动量不为零的情况下, 如果系统的控制输入数小于3, 系统是不可控的. Byrnes和Isidori^[2]的研究则表明, 由于不满足Brockett^[3]必要条件, 只有两个控制输入的刚体航天器, 不能由连续定常的状态反馈控制律来渐近稳定航天器姿态.

正是基于此, 即便欠驱动航天器姿态控制系统的可控性可以保证, 其镇定问题通常也是比较困难的.

由于不可能用连续定常的状态反馈来镇定欠驱动系统, 在为欠驱动姿态控制系统设计姿态控制器时, 通常采用时变的状态反馈或非连续的状态反馈. 在采用时变状态反馈方面, 研究成果较多. 比如, Morin等人^[4]用平均时间理论, 研究出一个光滑时变的稳定控制器; Coron和Kerai^[5]则提出了一个连续时变的开关控制器, 但其设计过程非常的复杂, 并且得到的控制律也是局部渐近稳定的; Morin和Samson^[6]利用平均原理和Lyapunov设计技术, 研究出一个连续时变的控制器, 可以局部按指数稳定刚体航天器姿态; Li和Tian^[7]则利用辅助状态变量法, 研究了一个具有指数收敛速度的光滑非周期时变控制率, 可把刚体航天器的姿态局部收敛于平衡点.

在非连续的状态反馈方面, 也取得了一些研究成果. 比如, Tsiotras等人^[8~10]虽为欠驱动航天器设计了一个饱和的跟踪/镇定控制器, 能使航天器姿态全局渐近稳定, 但要求航天器关于欠驱动轴对称, 而且要求欠驱动轴的角速度为零; Horri和Hodgart^[5]则针对采用飞轮作为执行机构的欠驱动航天器, 在整星零动量的假设条件下, 设计了一个非连续的全局一致渐近稳定控制器, 能使航天器姿态全局渐近稳定.

人们除了研究欠驱动航天器姿态镇定问题, 还对其它方面进行了探讨. 比如, 张兵、吴宏鑫^[12]针对单向推力器为执行机构的刚性航天器翻滚抑制问题进行了研究, 采用滑动控制律实现了姿态角速度的渐进镇定. 戈新生等人^[13]利用最优控制方法研究了带有两个动量飞轮的刚体航天器姿态优化控制问题, 得到求解航天器姿态的运动规划控制算法.

综上所述, 在执行机构故障时, 对航天器姿态控制的研究已经取得了许多有价值的成果. 但在镇定欠驱动航天器姿态方面, 大多成果都是针对执行机构为推力器的情况, 研究航天器对惯性空间的姿态控制问题. 然而, 在航天器长期的在轨运行中, 反作用轮、控制力矩陀螺等惯性执行机构却是姿态控制使用的主要部件. 而且, 当航天器在轨运行时, 人们更为关心的则是航天器对地的姿态控制问题.

因此, 本文针对带两个飞轮的航天器, 研究航天器对地姿态控制问题. 在Crouch^[1], Horri和Hodgart^[11]等人成果的基础上, 仍然假设整星零动量, 利用Backstepping方法, 设计了非连续的状态反馈控制律. 该控制律可使航天器姿态全局渐近的收敛到零点, 并具有很好的动态过程.

2 数学模型(Mathematical model)

2.1 动力学模型(Dynamics)

采用飞轮作为姿控执行机构, 航天器总角动量可

表示为:

$$\mathbf{L} = \mathbf{I}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{h}. \quad (1)$$

其中: $\mathbf{h} = \{I_x\dot{\sigma}_x, I_y\dot{\sigma}_y, I_z\dot{\sigma}_z\}^T$, I_x, I_y, I_z 分别为 x, y, z 轴上的飞轮沿轴向的转动惯量. $\dot{\sigma}_x, \dot{\sigma}_y, \dot{\sigma}_z$ 分别为其转动角速率. $\mathbf{I} = \text{diag}\{I_1, I_2, I_3\}$ 为航天器转动惯量阵, $\boldsymbol{\omega} = [\omega_1, \omega_2, \omega_3]^T$ 为航天器转动角速度. 在航天器没有外力矩作用的情况下, 对式(1)求导, 可得

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I}\boldsymbol{\omega} + \dot{\mathbf{h}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{h} = 0. \quad (2)$$

根据Crouch^[1]的研究成果, 为使欠驱动航天器姿态控制系统可控, 假设航天器为零动量, 即

$$\mathbf{L} = \mathbf{I}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{h} = 0. \quad (3)$$

则式(2)可表示为

$$\begin{cases} I_1\dot{\omega}_1 = -\dot{h}_1, \\ I_2\dot{\omega}_2 = -\dot{h}_2, \\ I_3\dot{\omega}_3 = -\dot{h}_3. \end{cases} \quad (4)$$

假设航天器偏航轴上的角动量轮发生故障, 则必有 $h_3 = 0, \dot{h}_3 = 0$. 此时, 式(4)可变形为

$$\begin{cases} I_1\dot{\omega}_1 = -\dot{h}_1, \\ I_2\dot{\omega}_2 = -\dot{h}_2, \\ I_3\dot{\omega}_3 = 0. \end{cases} \quad (5)$$

令

$$\begin{cases} u_1 = -I_1^{-1}\dot{h}_1, \\ u_2 = -I_2^{-1}\dot{h}_2, \end{cases} \quad (6)$$

由此, 式(5)可重新表示为

$$\begin{cases} \dot{\omega}_1 = u_1, \\ \dot{\omega}_2 = u_2, \\ \dot{\omega}_3 = 0. \end{cases} \quad (7)$$

由式(3)(7), 可得

$$\begin{cases} \omega_3 = 0, \\ \dot{\omega}_3 = 0. \end{cases} \quad (8)$$

2.2 运动学模型(Kinematics)

用旋转矩阵 $\mathbf{R}$ 来描述航天器本体坐标系相对于轨道坐标系的姿态, 有

$$\dot{\mathbf{R}} = \mathbf{S}(\boldsymbol{\omega}_r)\mathbf{R}. \quad (9)$$

其中 $\boldsymbol{\omega}_r = [\omega_{r1}, \omega_{r2}, \omega_{r3}]^T$ 是航天器本体坐标系相对于轨道坐标系的转动角速度在本体坐标系中的分量, 反对称矩阵 $\mathbf{S}(\boldsymbol{\omega}_r)$ 可表示为

$$S(\omega_r) = \begin{bmatrix} 0 & \omega_{r3} & -\omega_{r2} \\ -\omega_{r3} & 0 & \omega_{r1} \\ \omega_{r2} & -\omega_{r1} & 0 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

ω 和 ω_r 的关系可表示为

$$\omega = \omega_r + R_0^b[0, \omega_0, 0]^T. \quad (11)$$

其中: R_0^b 为轨道坐标系到本体坐标系的转换矩阵; ω_0 为航天器运行的轨道角速率. 在姿态偏差不大时, 可将 R_0^b 近似为单位矩阵, 此时, 可将式(11)近似为:

$$\omega = \omega_r + [0, \omega_0, 0]^T. \quad (12)$$

根据式(8)和式(12), 可得

$$\begin{cases} \omega_{r3} = 0, \\ \dot{\omega}_{r3} = 0. \end{cases} \quad (13)$$

引入文献[10]中的 (w, z) 参数来描述航天器相对于轨道坐标系姿态. 结合式(13), 可得

$$\begin{cases} \dot{w}_1 = (1 + w_1^2 - w_2^2)\omega_{r1}/2 + w_1w_2\omega_{r2}, \\ \dot{w}_2 = (1 - w_1^2 + w_2^2)\omega_{r2}/2 + w_1w_2\omega_{r1}, \\ \dot{z} = w_1\omega_{r2} - w_2\omega_{r1}. \end{cases} \quad (14)$$

其中: w_1, w_2, z 为姿态参数, 与3-2-1欧拉角的相互转换关系为

$$\begin{cases} w_1 = \sin \phi \cos \theta / (1 + \cos \phi \cos \theta), \\ w_2 = \sin \theta / (1 + \cos \phi \cos \theta), \\ z = \psi + \arcsin(\beta \cos \phi) - \arcsin \beta. \end{cases} \quad (15)$$

其中: $\beta = a/\sqrt{1+a^2}$, $a = \tan \theta / \sin \phi$. ϕ, θ, φ 分别表示航天器的滚动角, 俯仰角和偏航角. 关于 (w, z) 参数的详细说明, 可参见文献[10].

3 欠驱动控制器设计(Underactuated controller design)

本部分为欠驱动航天器设计姿态控制器. 其主要思想是将姿态动力学和姿态运动学分开考虑, 最后得到使整个系统收敛的控制律. 具体设计步骤为:

1) 由姿态运动学方程(14), 设计使姿态参数 w_1, w_2, z 稳定所需的期望角速率 $\omega_{r1d}, \omega_{r2d}$, 然后由式(12), 得到 ω_{1d}, ω_{2d} ;

2) 根据动力学模型(7), 利用Backstepping方法设计出稳定整个系统的控制律 u_1, u_2 .

3.1 期望角速率 $\omega_{r1d}, \omega_{r2d}$ 的设计(Design of $\omega_{r1d}, \omega_{r2d}$)

选取准Lyapunov函数为

$$V = w_1^2 + w_2^2 + z^2/2, \quad (16)$$

对上式求导, 可得

$$\dot{V} = 2(\dot{w}_1w_1 + \dot{w}_2w_2) + \dot{z}z. \quad (17)$$

将式(14)中的 ω_{r1}, ω_{r2} 用期望的角速率 $\omega_{r1d}, \omega_{r2d}$ 代替后, 代入上式, 可得

$$\dot{V} = (\omega_{r1d}w_1 + \omega_{r2d}w_2) + (1 + w_1^2 + w_2^2) + z(\omega_{r2d}w_1 - \omega_{r1d}w_2). \quad (18)$$

为使 $\dot{V}$ 负定, 设计 $\omega_{r1d}, \omega_{r2d}$ 为

$$\begin{cases} \omega_{r1d} = -k_1w_1 + k_2zw_2/(w_1^2 + w_2^2), \\ \omega_{r2d} = -k_3w_2 - k_2zw_1/(w_1^2 + w_2^2). \end{cases} \quad (19)$$

其中: k_1, k_2, k_3 为正常数. 将上式代入式(18):

$$\dot{V} = -(k_1w_1^2 + k_3w_2^2)(1 + w_1^2 + w_2^2) - k_2z^2 \leq 0. \quad (20)$$

因此, $\omega_{r1d}, \omega_{r2d}$ 可使航天器姿态一致渐近稳定. 然而, 当 $w_1^2 + w_2^2 = 0$, 由式(15)可知, 此时航天器滚转角和俯仰角为零, 而偏航角非零, 在这种情况下, 由式(19)可知控制律是不连续的. 所以, 此控制律只能在 $w_1^2 + w_2^2 \neq 0$ 的情况下, 使系统渐近的收敛到零点. 当 $w_1^2 + w_2^2 = 0$ 时, 式(19)出现算法奇异, 将在后面进行讨论.

3.2 控制量 u_1, u_2 的设计(Design of u_1, u_2)

据式(12)和式(19), 可得

$$\begin{cases} \omega_{1d} = -k_1w_1 + k_2zw_2/(w_1^2 + w_2^2), \\ \omega_{2d} = -k_3w_2 - k_2zw_1/(w_1^2 + w_2^2) + \omega_0. \end{cases} \quad (21)$$

其中: ω_{1d}, ω_{2d} 为稳定航天器姿态所需的期望角速率. 令

$$\begin{cases} \gamma_1 = w_1 - \omega_{1d}, \\ \gamma_2 = w_2 - \omega_{2d}. \end{cases} \quad (22)$$

整理上式, 可得

$$\begin{cases} \omega_{r1} = \gamma_1 + \omega_{1d}, \\ \omega_{r2} = \gamma_2 + \omega_{2d} - \omega_0. \end{cases} \quad (23)$$

选取准Lyapunov函数为

$$V = w_1^2 + w_2^2 + \frac{1}{2}(z^2 + \gamma_1^2 + \gamma_2^2). \quad (24)$$

对上式两端求导, 并将式(7) (14)代入, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & (\omega_{r1}w_1 + \omega_{r2}w_2) + (1 + w_1^2 + w_2^2) + \\ & z(\omega_{r2}w_1 - \omega_{r1}w_2) + \\ & \gamma_1(u_1 - \dot{\omega}_{1d}) + \gamma_2(u_2 - \dot{\omega}_{2d}). \end{aligned} \quad (25)$$

将式(23)代入上式, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -(k_1w_1^2 + k_3w_2^2)(1 + w_1^2 + w_2^2) - k_2z^2 + \\ & \gamma_1[u_1 - \dot{\omega}_{1d} + w_1(1 + w_1^2 + w_2^2) - w_2z] \\ & \gamma_2[u_2 - \dot{\omega}_{2d} + w_2(1 + w_1^2 + w_2^2) + w_1z]. \end{aligned} \quad (26)$$

为使 $\dot{V}$ 负定, 可设计控制律为:

$$\begin{cases} u_1 = \dot{w}_{1d} - w_1(1 + w_1^2 + w_2^2) + w_2 z - k_4 \gamma_1, \\ u_2 = \dot{w}_{2d} - w_2(1 + w_1^2 + w_2^2) - w_1 z - k_5 \gamma_2. \end{cases} \quad (27)$$

其中: k_4, k_5 为正常数. 将上式代入式(26), 可得

$$\dot{V} = -(k_1 w_1^2 + k_3 w_2^2)(1 + w_1^2 + w_2^2) - k_2 z^2 - k_4 \gamma_1^2 - k_5 \gamma_2^2 \leq 0. \quad (28)$$

因此, 整个系统稳定.

3.3 算法奇异的讨论(Algorithmic singularity)

以上控制律的设计, 皆假设 $w_1^2 + w_2^2 \neq 0$. 当 $w_1^2 + w_2^2 = 0$ 时, 据式(7) (14), 可得:

$$\begin{cases} \dot{w}_1 = \omega_{r1}/2, \\ \dot{w}_2 = \omega_{r2}/2, \\ \dot{z} = 0, \\ \dot{\omega}_1 = u_1, \\ \dot{\omega}_2 = u_2. \end{cases} \quad (29)$$

由式(12), 可得:

$$\begin{cases} \dot{\omega}_1 = \dot{\omega}_{r1}, \\ \dot{\omega}_2 = \dot{\omega}_{r2}. \end{cases} \quad (30)$$

据式(29) (30), 则可得 $w_1, w_2, \omega_{r1}, \omega_{r2}$ 所组成的子系统为:

$$\begin{cases} \dot{w}_1 = \omega_{r1}/2, \\ \dot{w}_2 = \omega_{r2}/2, \\ \dot{\omega}_1 = u_1, \\ \dot{\omega}_2 = u_2. \end{cases} \quad (31)$$

显然, 系统(31)是可控的线性系统, 只需令

$$\begin{cases} u_1 = u_{c1}, \\ u_2 = u_{c2}. \end{cases} \quad (32)$$

就可使 $w_1^2 + w_2^2$ 离开零点, 然后再依据式(21) (22) (27)所给出的控制律就可以使系统收敛到零点. 其中: u_{c1}, u_{c2} 为适当选取的常数.

此时, 式(21) (22) (27) (32)组成最终姿态控制器, 可全局渐近镇定航天器姿态.

4 仿真结果及分析(Simulation results)

为验证控制器的正确性, 以安装两飞轮的欠驱动航天器姿态控制系统为例进行仿真分析. 设航天器的各主轴惯量分别为: $I_1 = 404.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $I_2 = 204.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $I_3 = 403.6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. 各控制器参数选取为: $k_1 = k_3 = 4, k_2 = 5, k_4 = k_5 = 4, u_{c1} = u_{c2} = 1$. 假定航天器初始角速度和飞轮的初始角速率皆为零, 初始姿态选取为: $\phi(0) = 80^\circ, \theta(0) = 60^\circ, \psi(0) = 70^\circ$ (对应的 (w, z) 参数为: $w_1(0) = 0.453$,

$w_2(0) = 0.797, z(0) = 2.124$). 利用MATLAB工具, 可得仿真结果如图1~图6所示.

由图1~图6可以看出, 本文设计的控制律可使该欠驱动航天器姿态快速收敛至零, 具有良好的动态过程和较高控制精度(70 s后小于 10^{-2} 度). 本文为便于设计, 在小姿态偏差假设条件下, 用式(12)近似表示 ω 和 ω_r 的关系, 并在此基础上对控制器进行设计. 仿真结果表明, 本文所设计的控制器具有良好的鲁棒性, 当姿态偏差很大时, 控制器仍然有效.

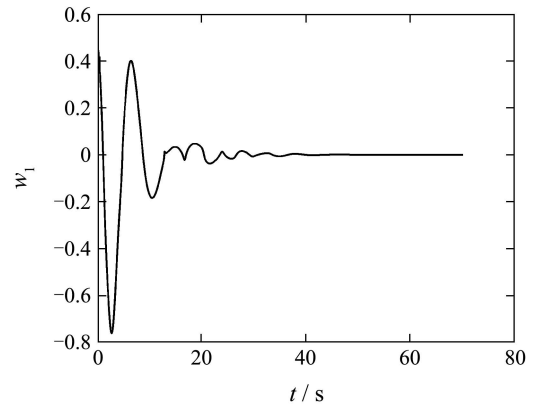


图1 w_1 的收敛曲线

Fig. 1 Time history of w_1

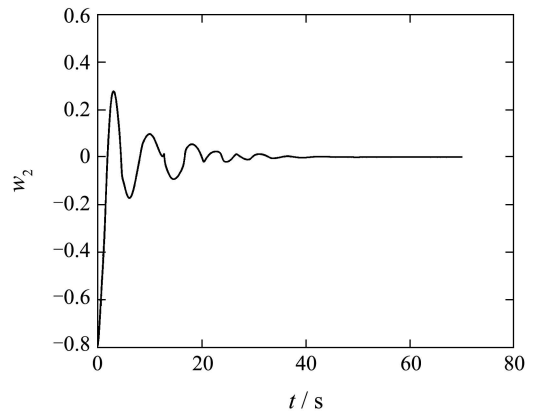


图2 w_2 的收敛曲线

Fig. 2 Time history of w_2

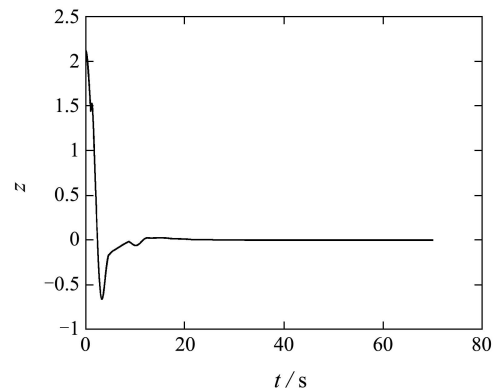


图3 z 的收敛曲线

Fig. 3 Time history of z

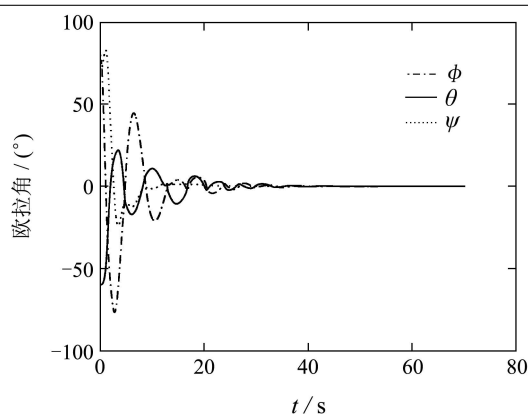
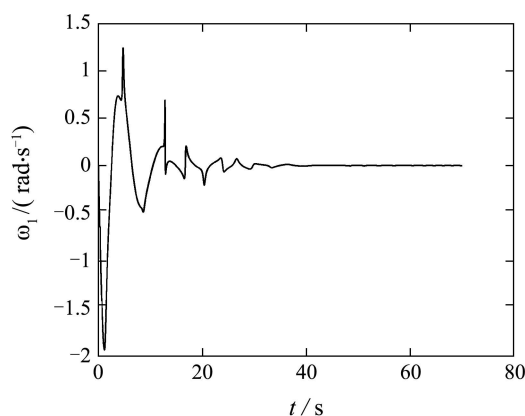
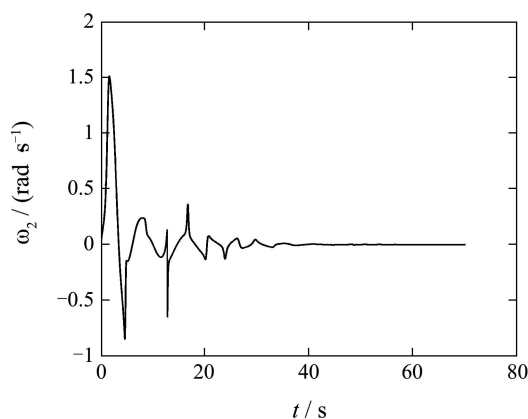


图4 欧拉角收敛曲线

Fig. 4 Time history of Eulerian angle

图5 ω_1 收敛曲线Fig. 5 Time history of ω_1 图6 ω_2 收敛曲线Fig. 6 Time history of ω_2

5 结论(Conclusion)

本文深入分析了只采用两个飞轮的刚性航天器姿态控制问题. 在零动量的假设下, 建立欠驱动航天器姿态控制的动力学, 运动学模型. 并在此基础上,

利用Backstepping方法, 为欠驱动姿态控制系统设计了一个新型的姿态控制器. 该控制器是非连续的, 可使航天器姿态全局一致渐近收敛, 并具有良好的动态性能和鲁棒性.

参考文献(References):

- [1] CROUCH P E. Spacecraft attitude control and stabilization: application of geometric control theory to rigid body model[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1984, 29(4): 321 – 331.
- [2] BYRNES C, ISODORI A. On the stabilization of rigid spacecraft[J]. *Automatica*, 1991, 27(1): 87 – 95.
- [3] BROCKETT R. W. Asymptotic stability and feedback stabilization[M] // *Differential Geometric Control Theory*. New York: Birkhauser, 1983: 181 – 208.
- [4] MORIN P, SAMAN C, POMET J, et al. Time-varying feedback stabilization of the attitude of a rigid spacecraft with two controls[J]. *Systems & Control Letters*, 1995, 25(4): 375 – 385.
- [5] CORON J M, KERAÏ E L. Explicit feedback stabilizing the attitude of a rigid spacecraft with two control torques[J]. *Automatica*, 1996, 36(5): 669 – 677.
- [6] MORIN P, SAMSON C. Time-varying exponential stabilization of the attitude of a rigid spacecraft with two controls[C] // *Proceedings of the 34th Conference on Decision and Control*. Piscataway, NJ, USA: IEEE Press, 1995: 3988 – 3993.
- [7] LI S H, TIAN Y P. Attitude stabilization of a rigid spacecraft with two controls[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2003, 29(2): 168 – 174.
- [8] TISOTRAS P, LUO J. Control of underactuated spacecraft with bounded inputs[J]. *Automatica*, 2000, 36(8): 1153 – 1169.
- [9] TISOTRAS P, DOUMTCHENKO V. Control of spacecraft subject to actuator failures: state-of-the-art and open problem[J]. *The Journal of the Astronautical Sciences*, 2000, 48(2/3): 337 – 358.
- [10] TISOTRAS P, CORLESS M, LONGUSKI J. A novel approach to the attitude control of axisymmetric spacecraft[J]. *Automatica*, 1995, 31(8): 1099 – 1112.
- [11] HORRI N M, HODGART S. Attitude stabilization of underactuated satellite using two wheels[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, 47(6): 2629 – 2635.
- [12] 张兵, 吴宏鑫. 非完整配置下姿态翻滚抑制的滑动控制[J]. *宇航学报*, 2000, 21(2): 35 – 42.
(ZHANG Bing, WU Hongxin. Sliding mode control for attitude detumbling under incomplete configuration[J]. *Journal of Astronautics*, 2000, 21(2): 35 – 42.)
- [13] 戈新生, 陈立群, 刘延柱. 带有两个动量飞轮刚体航天器的姿态非完整运动规划问题[J]. *控制理论与应用*, 2004, 21(5): 781 – 784.
(GE Xinsheng, CHEN Liqun, LIU Yanzhu. Noholonomic motion planning for the attitude of rigid spacecraft with two momentum wheel actuators[J]. *Control Theory & Applications*, 2004, 21(5): 781 – 784.)

作者简介:

阳 洪 (1982—), 男, 北京航空航天大学硕士研究生, 主要研究方向为欠驱动航天器姿态控制技术, E-mail: yh2231@gmail.com;

吴 忠 (1970—), 男, 北京航空航天大学仪器科学与光电工程学院教授, 目前主要从事航天控制技术、现代伺服控制技术等方面的研究, E-mail: wuzhong@buaa.edu.cn.