

时滞非线性离散动态系统最优控制的信息融合估计方法

王志胜

(南京航空航天大学 自动化学院, 江苏 南京 210016)

摘要: 对非线性时滞离散动态系统的最优控制, 提出了一种信息融合估计(information fusion estimation, IFE)方法, 把非线性控制问题的所有信息转化为关于控制量的“测量信息”, 从而使非线性控制问题转化为关于控制量的“非线性估计”问题. 通过算例表明, IFE方法明显优于动态系统优化与参数估计的集成(dynamic integrated system optimization and parameter estimation, DISOPE)方法^[3].

关键词: 时滞; 非线性控制; 信息融合; 非线性估计

中图分类号: TP273.1 **文献标识码:** A

Optimal control for time-delayed nonlinear discrete system based on IFE method

WANG Zhi-sheng

(College of Automation, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing Jiangsu 210016 China)

Abstract: An information-fusion estimation (IFE) method is proposed for the optimal control of time-delay nonlinear discrete-systems. All information about the control variable, including the ideal control strategy, the expected object trajectory, and the system dynamic equations are considered as the “measurement information” of the control variable. Thus, the problem of optimal control is transformed into the “non-linear estimation” problem of the control variable. The mathematical simulation results show that the IFE method is better than the DISOPE (dynamic integrated system optimization and parameter estimation) method proposed in [3].

Key words: time-delayed system; nonlinear control; information fusion; nonlinear estimation

1 引言(Introduction)

在实际系统中, 时滞是常见的, 如化工系统、热交换系统、城市交通系统等^[1,2]. 对时滞非线性离散系统的最优控制问题, 文献[3]提出了一种基于线性模型的动态系统优化与参数估计集成(dynamic integrated system optimization and parameter estimation, DISOPE)方法. DISOPE方法通过迭代求解时滞线性最优控制问题和参数估计问题, 获得原问题的最优解.

本文基于非线性信息融合估计理论, 提出了时滞非线性离散系统最优控制的信息融合估计(information fusion estimation, IFE)方法. IFE方法是把非线性控制问题的所有信息转化为关于控制量的“测量信息”, 从而使非线性控制问题转化为求“非线性估计”问题.

利用本文提出的IFE方法, 对与文献[3]相同的算例进行仿真计算, 计算结果表明: 在算法收敛速度上, IFE方法明显快于DISOPE方法; 在性能指标值上, IFE方法远远优于DISOPE方法.

2 信息融合估计基本理论(Information fusion estimation basic theory)

定理 1^[4] 设关于被估计量 $x \in \mathbb{R}^n$ 的各种信息均可表示为

$$y_i = H_i x + v_i, i = 1 \sim N. \quad (1)$$

式中: $y_i \in \mathbb{R}^{m_i}$ 为观测数据; $H_i \in \mathbb{R}^{m_i \times n}$ 为信息传递矩阵; $v_i \in \mathbb{R}^{m_i}$ 为观测误差, 且 $E[v_i] = 0$, $E[v_i v_j^T] = \begin{cases} R_i, & i = j, \\ 0, & i \neq j. \end{cases}$ 若 $\sum_{i=1}^N H_i^T R_i^{-1} H_i$ 为非奇异, 则 $\hat{x}$ 是基于 $y_i, i = 1 \sim N$ 的最优融合估计. 且

$$I[\hat{x}] = \sum_{i=1}^N H_i^T R_i^{-1} H_i, I[\hat{x}] \hat{x} = \sum_{i=1}^N H_i^T R_i^{-1} y_i. \quad (2)$$

式中 $I[\hat{x}]$ 表示 $\hat{x}$ 关于 x 的信息量.

定理 2^[5] 在定理1中, 若关于 x 的各种信息表示为

$$y_i = h_i(x) + v_i, i = 1 \sim N. \quad (3)$$

式中 $h_i(\cdot)$ 是 $\mathbb{R}^n$ 上的 m_i 维光滑单调向量场.

若 $\hat{x}$ 是 x 的最优融合估计, 且 $\sum_{i=1}^N H_i^T R_i^{-1} H_i$, $H_i = \frac{\partial h_i}{\partial x}|_{x=\hat{x}}$ 为非奇异, 则有

$$\begin{cases} I[\hat{x}] = \sum_{i=1}^N H_i^T R_i^{-1} H_i, \\ \sum_{i=1}^N H_i^T R_i^{-1} h_i(\hat{x}) = \sum_{i=1}^N H_i^T R_i^{-1} y_i. \end{cases} \quad (4)$$

当 $h_i(\cdot)$ 为非线性映射时, 定理2给出的仅是关于最优估计 $\hat{x}$ 及其信息量的隐式表达. 若在 $h_i(\cdot)$, $i = 1 \sim N$ 中, 存在单位映射 $h_j(\cdot)$, 即 $y_j = x + v_j$, 则由定理2可得一种便于递推计算的显式表达式, 且为

$$\begin{cases} In[\hat{x}] = R_j^{-1} + \sum_{i=1, i \neq j}^N H_i^T R_i^{-1} H_i, \\ \hat{x} = y_j + R_j \sum_{i=1, i \neq j}^N H_i^T R_i^{-1} (y_i - h_i(\hat{x})). \end{cases} \quad (5)$$

公理1 在定理2中, 求关于 x 的最小均方差估计 $\hat{x}$, 等价于求解如下问题

$$\hat{x} = \arg \min_x \sum_{i=1}^N \|y_i - h_i(x)\|_{R_i^{-1}}^2. \quad (6)$$

3 时滞非线性离散系统最优控制的IFE方法(Optimal control for time-delayed nonlinear discrete system based on IFE method)

3.1 问题描述(Problem description)

考虑如下时滞非线性离散系统

$$x(k+1) = \sum_{i=0}^d f_i(x(k-i), u(k-i)). \quad (7)$$

式中: $x(k) \in \mathbb{R}^n$ 为状态量; $u(k) \in \mathbb{R}^m$ 为控制量; $f_0(\cdot, \cdot)$ 是 $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m$ 上的 n 维光滑单调向量; $f_i(\cdot, \cdot)$, $i = 1 \sim d$ 是 $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m$ 上的 n 维向量; d 为系统最大滞后步长; $x(\tau) = x_0$, $u(\tau) = 0$, $\tau \in [-hd, 0)$, h 为采样间隔时间.

研究如下性能指标函数的最优控制问题, 即求使

$$J = \sum_{k=1}^{k_f} \|x(k)\|_{M(k)}^2 + \sum_{k=0}^{k_f-1} \|u(k)\|_{N(k)}^2 \quad (8)$$

达到极小的控制序列. 式(8)右边第1项表示对系统状态进行调节的要求, $M(k)$ 表示相应的信息量; 第2项表示系统对控制量的要求, $N(k)$ 表示相应的信息量; $M(k)$ 和 $N(k)$ 均为对称正定阵; k_f 为终端时刻.

从信息融合的角度, 上述最优控制问题共包含有 $3k_f$ 个信息, 包括由式(7)所决定的 k_f 个等式约束信息, 即

$$x(k+1) = \sum_{i=0}^d f_i(x(k-i), u(k-i)), k = 1 \sim k_f,$$

等式约束信息属于硬约束信息; 根据公理1, 由式(8)所转换的 $2k_f$ 个软约束信息, 一是 k_f 个期望状态轨迹信息, 即 $0 = x(k) + m(k)$, 且 $m(k)$ 为零均值、方差为 $M^{-1}(k)$ 的白噪声, $i = 1 \sim k_f$; 二是 k_f 个期望控制信息, 即 $0 = u(k) + n(k)$, $n(k)$ 为零均值、方差为 $N^{-1}(k)$ 的白噪声, $k = 1 \sim (k_f - 1)$. 信息融合控制的任务, 就是融合上述 $3k_f$ 个信息, 估计出 $\hat{u}(k)$, $k = 0 \sim (k_f - 1)$.

正如我们在文献[6]中已指出, 从理论上讲, 可以采用信息融合的集中解法, 直接融合上述 $3k_f$ 个信息, 估计出最优控制序列 $(\hat{u}(k), k = 0 \sim (k_f - 1))$. 信息融合的集中解法虽思路简单, 但计算复杂, 且属于开环控制, 因此, 下面详细讨论和推导信息融合控制的递推算法.

3.2 最优协状态的IFE递推算法(Recursive algorithm of optimal co-state based on IFE)

称融合关于 $x(k)$ 的所有信息所得到的“最优融合估计” $\hat{x}(k)$ 为最优协状态, 简称协状态.

显然, 在控制问题中, 当前的决策(包括最优协状态和最优控制策略)只与当前的和未来的信息有关. 因此, 分析本文最优控制问题的 $3k_f$ 个信息后, 实际上与 $x(k)$ 有关的所有信息, 包括如下3部分, 共 $3(k_f - k) + 1$ 个信息:

1) 硬约束信息:

$$x(j+1) = \sum_{i=0}^d f_i(x(j-i), u(j-i)), j = k \sim k_f.$$

2) 软约束信息:

$$0 = x(j) + m(j), j = k \sim k_f.$$

3) 软约束信息:

$$0 = u(j) + n(j), j = k \sim (k_f - 1).$$

同理, 与 $x(k+1)$ 有关的所有信息, 包括如下 $3(k_f - k - 1) + 1$ 个信息:

$$1) x(j+1) = \sum_{i=0}^d f_i(x(j-i), u(j-i)), \\ j = (k+1) \sim k_f,$$

$$2) 0 = x(j) + m(j), j = (k+1) \sim k_f,$$

$$3) 0 = u(j) + n(j), j = (k+1) \sim (k_f - 1).$$

因此, 若已融合 k 时刻以后所有关于 $x(k+1)$ 的信息, 并得到最优协状态 $\hat{x}(k+1)$ 及其信息量 $P(k+1)$, 则此时, 关于 $x(k)$ 的所有信息可表示为如下4个, 即

1) $\hat{x}(k+1) = x(k+1) + \omega(k+1)$, $\omega(k+1)$ 为零均值、方差为 $P^{-1}(k+1)$ 的白噪声,

2) $x(k+1) =$

$$f_0(x(k), u(k)) + \sum_{i=1}^d f_i(x(k-i), \hat{u}(k-i)),$$

$$3) 0 = x(k) + m(k),$$

$$4) 0 = u(k) + n(k).$$

值得注意的是,在信息融合控制中,信息满足无后效性,即,过去和当前信息不影响未来决策,而未来所有信息影响当前决策.因此,可将 k 时刻以前的所有状态和所有控制策略均视为已知信息.

将上述关于 $x(k)$ 的信息(1)和信息(4)融入信息(2),有

$$\hat{x}(k+1) - \omega(k+1) = f_0(x(k), -n(k)) + \sum_{i=1}^d f_i(x(k-i), \hat{u}(k-i)). \quad (9)$$

若将式(9)表示成关于被估计量 $x(k)$ 的信息融合估计统一模型,则有

$$\hat{x}(k+1) - \sum_{i=1}^d f_i(x(k-i), \hat{u}(k-i)) = f_0(x(k), 0) + v(k). \quad (10)$$

式中 $v(k)$ 为零均值、方差为 $Q^{-1}(k)$ 的白噪声.且有,

$$Q(k) = [P^{-1}(k+1) + B(k)N^{-1}(k)B^T(k)]^{-1}. \quad (11)$$

式中 $B(k) = \frac{\partial f_0}{\partial u(k)}|_{u(k)=\tilde{u}(k)}$, $\tilde{u}(k)$ 表示初值或迭代运算中的上一次计算值.

至此,所有关于 $x(k)$ 的信息浓缩为2个,即式(10)和信息(3).于是,根据定理2,可求得

$$P(k) = A^T(k)Q(k)A(k) + M(k), \quad (12)$$

$$\Delta \hat{x}(k+1) = \hat{x}(k+1) - f_0(\tilde{x}(k), 0) - \sum_{i=1}^d f_i(x(k-i), \hat{u}(k-i)), \quad (13)$$

$$\hat{x}(k) = \tilde{x}(k) + P^{-1}(k)[A^T(k)Q(k) \cdot \Delta \hat{x}(k+1) - M(k)\tilde{x}(k)]. \quad (14)$$

式中 $A(k) = \frac{\partial f_0}{\partial x(k)}|_{x(k)=\tilde{x}(k)}$, $\tilde{x}(k)$ 表示初值或迭代运算中的上一次计算值.

3.3 最优融合估计的IFE递推算法 (Recursive algorithm of optimal control based on IFE)

在求关于 $u(k)$ 的最优融合估计时,所包括的全部信息,有:

$$1) x(j+1) = \sum_{i=0}^d f_i(x(j-i), u(j-i)), j = k \sim k_f,$$

$$2) 0 = x(j) + m(j), j = (k+1) \sim k_f,$$

$$3) 0 = u(j) + n(j), j = k \sim k_f.$$

同样,若已融合关于 $x(k+1)$ 的所有信息,并得到 $\hat{x}(k+1)$ 及其信息量 $P(k+1)$,则关于 $u(k)$ 的全部信息浓缩为如下3个:

$$1) x(k+1) =$$

$$f_0(x(k), u(k)) + \sum_{i=1}^d f_i(x(k-i), \hat{u}(k-i)),$$

$$2) 0 = u(k) + n(k),$$

$$3) \hat{x}(k+1) = x(k+1) + \omega(k+1).$$

融合信息(1)和信息(3),且表示为信息融合估计的统一模型,有

$$\hat{x}(k+1) - \sum_{i=1}^d f_i(x(k-i), \hat{u}(k-i)) = f_0(x(k), u(k)) + \omega(k+1). \quad (15)$$

根据定理2,融合关于 $u(k)$ 的所有信息,即:式(15)和 $0 = u(k) + n(k)$,则有

$$I[u(k)] = U(k) = B^T(k)P(k+1)B(k) + N(k), \quad (16)$$

$$\Delta \hat{x}(k+1) = \hat{x}(k+1) - \sum_{i=1}^d f_i(x(k-i), \hat{u}(k-i)) - f_0(x(k), \tilde{u}(k)), \quad (17)$$

$$\hat{u}(k) = \tilde{u}(k) + U^{-1}(k)[B^T(k)P(k+1) \cdot \Delta \hat{x}(k+1) - N(k)\tilde{u}(k)]. \quad (18)$$

式中 $B(k) = \frac{\partial f_0}{\partial u(k)}|_{u(k)=\tilde{u}(k)}$, $\tilde{u}(k)$ 表示初值或迭代运算中的上一次计算值.

3.4 IFE迭代递推算法 (Iterative recursive algorithm based on IFE)

基于IFE方法,求解线性离散系统的最优控制策略所得到的递推算法^[6]与教科书上给出的递推算法完全相同^[7].但是,对于时滞离散系统,由于系统状态方程中出现了 k 时刻以前的状态和控制策略,在递推求解最优协状态时需要给出,因此,需要进行迭代运算.

综合最优协状态和最优控制策略的IFE递推算法,可得到如下IFE迭代递推算法.

Step 1 设

$$\hat{u}^{(0)}(j) = 0, j = -d \sim (k_f - 1),$$

求

$$x(k+1) = \sum_{i=0}^d f_i(x(k-i), u(k-i)),$$

$$k = 0 \sim (k_f - 1); x^{(0)}(j) = x_0, j = -d \sim 0.$$

置迭代序号 $i = 1$;

Step 2 求

$$A^{(i)}(k) = \frac{\partial f_0}{\partial x(k)}|_{x(k)=x^{(i-1)}(k), u(k)=\hat{u}^{(i-1)}(k)},$$

$$k = 0 \sim (k_f - 1);$$

$$B^{(i)}(k) = \frac{\partial f_0}{\partial u(k)}|_{x(k)=x^{(i-1)}(k), u(k)=\hat{u}^{(i-1)}(k)},$$

$$k = 0 \sim (k_f - 1);$$

Step 3 求

$$\begin{aligned}
Q^{(i)}(k) &= [P^{(i-1)}(k+1) + B^{(i)}(k)N^{-1}(k)B^{(i)T}(k)]^{-1}, \\
P^{(i)}(k) &= A^{(i)T}Q^{(i)}(k)A^{(i)}(k) + M(k), \\
\Delta\hat{x}^{(i)}(k+1) &= \hat{x}^{(i-1)}(k+1) - \sum_{j=1}^d f_j(x^{(i-1)}(k-j), \hat{u}^{(i-1)}(k-j)) - \\
&\quad f_0(x^{(i-1)}(k), 0), \\
\hat{x}^{(i)}(k) &= x^{(i-1)}(k) + P^{(i-1)}(k)[A^{(i)T}(k)Q^{(i)}(k)\Delta\hat{x}^{(i)}(k+1) - \\
&\quad M(k)x^{(i-1)}(k)], \\
k &= (k_f - 1) \sim 1;
\end{aligned}$$

Step 4 求

$$\begin{aligned}
\Delta\hat{x}^{(i)}(k+1) &= \hat{x}^{(i)}(k+1) - \sum_{j=1}^d f_j(x^{(i)}(k-j), \hat{u}^{(i)}(k-j)) - \\
&\quad f_0(x^{(i)}(k), \hat{u}^{(i-1)}(k)), \\
U^{(i)}(k) &= B^{(i)T}P^{(i)}(k+1)B^{(i)}(k) + N(k), \\
\hat{u}^{(i)}(k) &= \hat{u}^{(i-1)}(k) + U^{(i-1)}(k)[B^{(i)T}(k)P^{(i)}(k+1) \cdot \\
&\quad \Delta\hat{x}^{(i)}(k+1) - N(k)\hat{u}^{(i-1)}(k)], \\
x^{(i)}(k+1) &= \sum_{j=0}^d f_j(x^{(i)}(k-j), \hat{u}^{(i)}(k-j)), \\
k &= 0 \sim (k_f - d - 1);
\end{aligned}$$

Step 5 若最优控制策略收敛或迭代次数已到, 算法结束; 否则, 置 $i = i + 1$, 转Step2.

3.5 IFE迭代递推算算法的最优性和收敛性说明(Remarks for optimality and convergence of IFE)

信息融合估计在加权二次均方指标意义下是最优的^[4], 当把期望的控制策略和期望的系统状态轨迹转换为测量信息后, 利用IFE方法估计出的最优控制策略, 本身亦是最小化性能指标式(8)所得到的结论. 因此, 利用IFE方法所估计出的最优控制策略是性能指标式(8)意义下的最优.

对迭代递推算算法的收敛性, 若从信息与决策的角度考虑, IFE迭代递推算算法的收敛性可理解为逐渐充分利用全部信息的过程.

从数值仿真结果表明, 随着逐渐充分利用全部信息, 不仅最优性能指标序列是单调的, 而且“状态序列和控制序列”序列也是单调的.

4 例子(Example)

考虑与文献[3]完全相同的非线性离散时滞系统的最优控制问题. 问题如下:

$$\begin{aligned}
J &= \frac{1}{2} \left(\sum_{k=1}^{20} \|x(k)\|_{\begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}}^2 + \sum_{k=0}^{19} \|u(k)\|_{\begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}}^2 \right), \\
x(k+1) &= \begin{bmatrix} 0.9 & 0.1 \\ -0.5 & -0.3 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ -0.8x_1(k)x_2(k) \end{bmatrix} + \\
&\quad \begin{bmatrix} -0.3x_1(k-1) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix} u(k).
\end{aligned}$$

式中:

$$\begin{aligned}
x(k) &= \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix}, u(k) = \begin{bmatrix} u_1(k) \\ u_2(k) \end{bmatrix}, \\
x(\tau) &= \begin{bmatrix} -0.05 \\ -0.5 \end{bmatrix}, -1 \leq \tau \leq 0.
\end{aligned}$$

根据IFE方法, 对上述最优控制问题所得结果如图1~4所示. 图1~3为未经迭代运算的计算结果, 即1次运算所得结果. 实际上, 所研究问题而言, 通过迭代运算后对系统性能指标函数值改善甚微, 如图4所示.

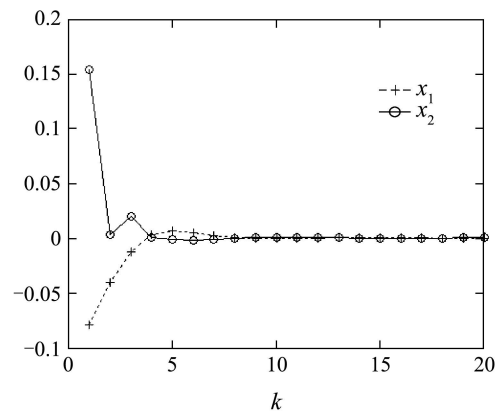


图1 最优状态曲线

Fig. 1 Plot of optimal state

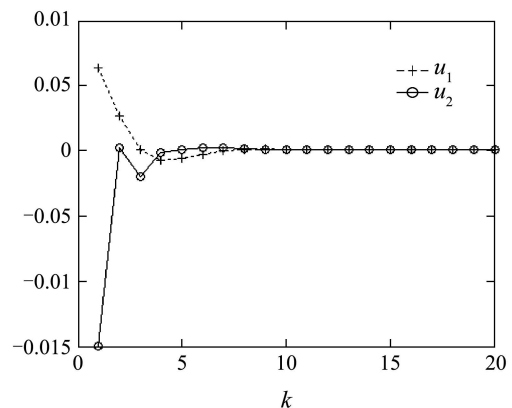


图2 最优控制曲线

Fig. 2 Plot of optimal control strategy

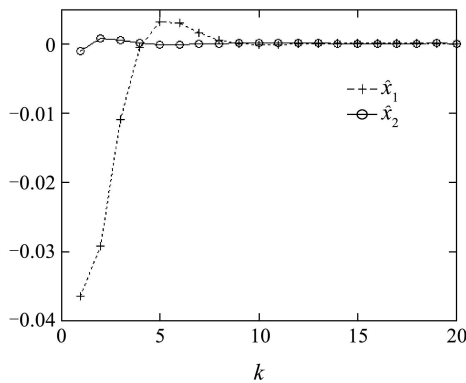


图3 最优协状态曲线

Fig. 3 Plot of optimal co-state

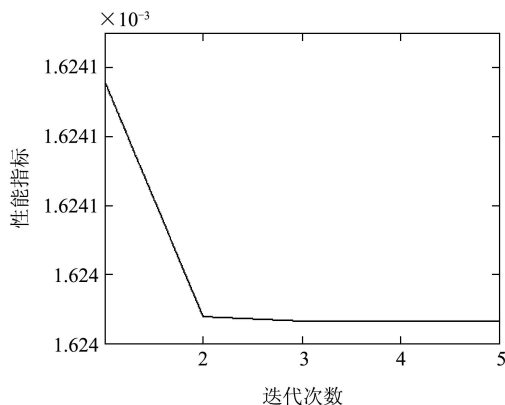


图4 最优性能指标曲线

Fig. 4 Plot of performance index

文献[3]采用DISOPE方法,迭代运算5次后,末端值为

$$u(19) = \begin{bmatrix} 5.12 \times 10^{-3} \\ 4.83 \times 10^{-3} \end{bmatrix}, x(20) = \begin{bmatrix} 6.17 \times 10^{-4} \\ 0.46 \times 10^{-4} \end{bmatrix},$$

所得性能指标为 $J = 1.57 \times 10^{-2}$. 采用IFE方法,迭代运算1次,末端值为

$$u(19) = \begin{bmatrix} 2.18 \times 10^{-7} \\ -0.63 \times 10^{-7} \end{bmatrix}, x(20) = \begin{bmatrix} -1.75 \times 10^{-6} \\ 1.06 \times 10^{-6} \end{bmatrix},$$

所得性能指标为 $J = 1.62 \times 10^{-3}$.

采用DISOPE方法,从文[3]的仿真结果看,算法误差已降到 3.8967×10^{-6} ,且

$$u(19) = \begin{bmatrix} 5.21 \times 10^{-3} \\ 4.83 \times 10^{-3} \end{bmatrix}, x(20) = \begin{bmatrix} 6.17 \times 10^{-4} \\ 0.46 \times 10^{-4} \end{bmatrix},$$

而性能指标值 1.57×10^{-2} 远远高于IFE方法的性能指标值 1.62×10^{-3} ,说明该算法可能进入局部极值.

DISOPE方法由于采用线性模型,没有利用系统的非线性信息,本质上属于无模型方法,因此,计算效率低;而IFE方法基于非线性模型,充分利用非线性模型信息,计算效率高,一般不需要迭代运算就可以获得较高精度的最优解,而DISOPE方法甚至有可能不能获得最优解.

5 结束语(Conclusion)

控制也是一种决策,决策离不开信息.信息融合是一种普遍存在的思想,信息融合思想可用来解决估计问题,包括评估,决策问题等,同样也可以解决控制问题.

对非线性离散动态系统的最优控制问题,文献[8]指出,DISOPE方法所能提供的解是精确最优的,甚至是别的方法所不能求得的.然而,本文研究发现,当非线性系统模型已知时,DISOPE方法不能提供精确最优解,因为DISOPE方法本质上属于无模型方法,且DISOPE方法收敛速度慢,甚至有可能进入局部极值点.当非线性系统模型已知时,采用本文提出的IFE方法,能真正提供精确最优解.

参考文献(References):

- [1] ZAVARIER M M, JAMSHIDI M. *Time-Delay Systems: Analysis, Optimality and Application*[M]. New York: North-Holland, 1987.
- [2] 刘永清,唐功友.大型动力系统的理论与应用(第3卷):滞后、稳定与控制[M].广州:华南理工大学出版社,1992.
(LIU Yongqing, TANG Gongyou. *Large-scale Power System Theory and Its Application*(Vol.3): *Delay, Stability and Control*[M]. Guangzhou: Press of South China University of Technology, 1992.)
- [3] 李俊民,刑科义,万百五.离散时间非线性时滞系统最优控制的DISOPE方法[J].控制理论与应用,2000,17(4): 579-58.
(LI Junmin, XING Keyi, WAN Baiwu. Optimal control of nonlinear time-delayed discrete systems based on DISOPE method[J]. *Control Theory & Applications*, 2000, 17(4): 579-58.)
- [4] 周军,王志胜,周凤岐.基于线性均方估计的数据融合理论[J].宇航学报,2003,24(4): 364-367.
(ZHOU Jun, WANG Zhisheng, ZHOU Fengqi. Data fusion theory-based on linear least square[J]. *Journal of Astronautics*, 2003, 24(4): 364-367.)
- [5] 王志胜.信息融合控制理论和方法[R].南京:南京航空航天大学,2004: 43-44.
(WANG Zhisheng. *Information fusion control theory and method*[R]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and astronautics, 2004: 43-44.)
- [6] 王志胜,王道波.含理想控制策略和期望轨道的最优控制[J].控制与决策,2006,21(1): 100-103.
(WANG Zhisheng, WANG Daobo. Optimal control with ideal control strategy and expected trajectory[J]. *Control & Decision*, 2006, 21(1): 100-103.)
- [7] 胡寿松,王执铨,胡维礼.最优控制理论与系统[M].南京:东南大学出版社,1994: 290-296.
(HU Shousong, WANG Zhiquan, HU Weili. *Optimal Control Theory and System*[M]. Nanjing: Press of Southeast University, 1994: 290-296.)
- [8] 万百五.工业大系统优化与产品质量控制[M].北京:科学出版社,2003: 169-170.
(WAN Baiwu. *Large-scale Industrial System Optimization and Product Quality Control*[M]. Beijing: Press of Science, 2003: 169-170.)

作者简介:

王志胜 (1970—),男,博士,南京航空航天大学副教授,研究方向为信息融合控制、无人机飞行控制、无人机任务规划技术等, E-mail: wangzhisheng@nuaa.edu.cn.