

Shannon小波混沌神经网络及其TSP(城市旅行商)问题的求解

徐耀群, 孙 明

(哈尔滨商业大学 系统工程研究所, 黑龙江 哈尔滨 150028)

摘要: 混沌神经网络已经被证明是解决组合优化问题的有效工具. 针对混沌神经网络的单调的激励函数, 通过引入Shannon小波和Sigmoid 函数加和组成的非单调激励函数, 提出了一种新型的暂态混沌神经元模型. 给出了该混沌神经元的倒分岔图和最大Lyapunov指数时间演化图, 分析了其动力学特性. 基于该模型, 构造了一种暂态混沌神经网络, 并将其应用于函数优化和组合优化问题. 通过经典的10城市TSP验证了该暂态混沌神经网络的有效性.

关键词: 非单调激励函数; 混沌神经网络; Lyapunov指数; Shannon小波; 旅行商问题

中图分类号: TP18 **文献标识码:** A

Shannon wavelet chaotic neural network and its solution to TSP (traveling salesman problem)

XU Yao-qun, SUN Ming

(Institute of System Engineering, Harbin University of Commerce, Harbin Heilongjiang 150028, China)

Abstract: Chaotic neural network has been proved to be a valid tool for solving combinational optimization problems. Referring to the monotonous activation function of chaotic neural network, we present a novel transient chaotic-neuron model by introducing the Shannon wavelet and the Sigmoid activation function to compose the non-monotonous activation function. The reversed bifurcation and the maximum Lyapunov exponent of the chaotic neuron are given and the dynamic system is analyzed. Based on the neuron model, a novel transient chaotic-neural network is made and applied to function-optimization and combinational optimization problems. The simulation results of TSP in 10 cities indicate the validity of this novel transient chaotic-neural network.

Key words: non-monotonous activation function; chaotic neural network; Lyapunov exponent; Shannon wavelet; TSP

1 引言 (Introduction)

Hopfield神经网络可用于解决各种优化问题, 但存在的缺点是在求解过程中极易陷入局部极小点. 大量文献证明^[1~9], 混沌神经网络利用混沌的遍历搜索特性能够很好的克服求解陷入局部极小点. 文献[4]中指出, 如果激励函数采用非单调的函数形式, 则可使神经元更容易产生混沌特性. 文献[5]中提出了有效的激励函数可取各种形状, 并应表现出非单调行为的结论. 本文通过把以往的单调递增的Sigmoid激励函数转换成非单调的激励函数, 利用自反馈项引入混沌特性, 提出了一种新的暂态混沌神经元模型. 该混沌神经元模型的激励函数由Sigmoid函数和Shannon小波函数加和组成. 分析了该神经元模型的动力系统. 基于此神经元模型构造了暂态混沌神经网络, 并将其应用于函数优化和组合优化问题, 给出了解决经典TSP问题的参数. 仿真试验证明, 该混沌神经网络具有很好的克服陷入局部极小点的能力.

2 暂态混沌神经元模型 (Transient chaotic neuron)

混沌神经元模型为Sigmoid-Shannon-Wavelet模型, 简称SSW模型. 该模型的如下所示:

$$x(t) = f(y(t)(1 + \eta(t))), \quad (1)$$

$$y(t+1) = ky(t) - z(t)(x(t) - I_0), \quad (2)$$

$$z(t+1) = (1 - \beta)z(t), \quad (3)$$

$$\eta(t+1) = \frac{\eta(t)}{\ln(\exp(1) + \lambda(1 - \eta(t)))}, \quad (4)$$

$$f(\mu) = S_1(\mu/\varepsilon_1) + \text{coef} \cdot S_2(\mu/\varepsilon_2), \quad (5)$$

$$S_1(\mu/\varepsilon_1) = \frac{1}{1 + \exp(\mu/\varepsilon_1)}, \quad (6)$$

$$S_2(\mu/\varepsilon_2) = \frac{\sin\pi(\frac{\mu}{\varepsilon_2} - \frac{1}{2}) - \sin 2\pi(\frac{\mu}{\varepsilon_2} - \frac{1}{2})}{\pi(\frac{\mu}{\varepsilon_2} - \frac{1}{2})}, \quad (7)$$

$x(t)$ 为神经元在时刻 t 的输出; $y(t)$ 为神经元在时刻 t 的内部状态; k 为神经膜的阻尼因子, $0 \leq$

$k \leq 1$; ε_1 和 ε_2 是激励函数的陡度参数; $z(t)$ 是自反馈连接项; β 是退火参数; $\eta(t)$ 为激励函数陡度参数的时变量; λ 是控制时变量变化的因子; I_0 为一正参数; $coef$ 是Shannon函数前的系数, $0 \leq coef \leq 1$, 当 $coef = 0$ 时, SSW模型就是经典的Chen's混沌神经网络, 其激励函数为Sigmoid函数, 该函数单调递增; 当 $coef$ 不为0时, SSW模型就是不同的 $coef$ 对应着不同单调程度的SSW模型, 其激励函数由Sigmoid和Shannon小波函数组合而成, 该函数为非单调函数, 其非单调程度随 $coef$ 的变大而增大。

选取适当的参数, 能使神经元表现出暂态混沌行为. 混沌神经元表现出暂态混沌行为的条件是: 神经元在一开始时最大Lyapunov指数大于0, 运行一定的时间后, 由于自反馈连接项的递减而使最大Lyapunov指数小于0, 并且在以后的运行时间里最大Lyapunov指数一直小于0. 下面通过神经元的倒分岔图和最大Lyapunov指数时间演化图来分析该模型的动力学特性。

取 $\varepsilon_1 = 0.004$, $\varepsilon_2 = 2.5$, $y(1) = 0.283$, $k = 1$, $z(1) = 0.1$, $\eta(1) = 0.8$, $\lambda = 0.5$, $I_0 = 0.5$. 则 $\beta = 0.004$ 和 $\beta = 0.002$ 的倒分岔图和最大Lyapunov指数时间演化图如图1~4所示。

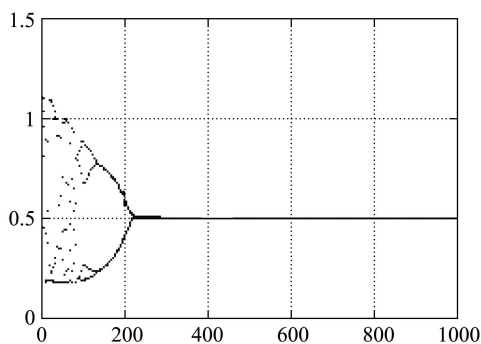


图1 $\beta = 0.004$ 的倒分岔图

Fig. 1 Figure of reverse bifurcation at $\beta = 0.004$

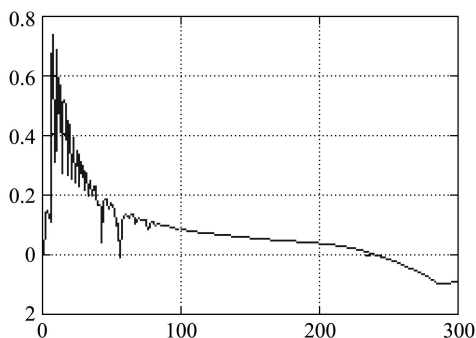


图2 $\beta = 0.004$ 的最大Lyapunov指数时间演化图

Fig. 2 Evolution figure of the maximal Lyapunov exponents figure at $\beta = 0.004$

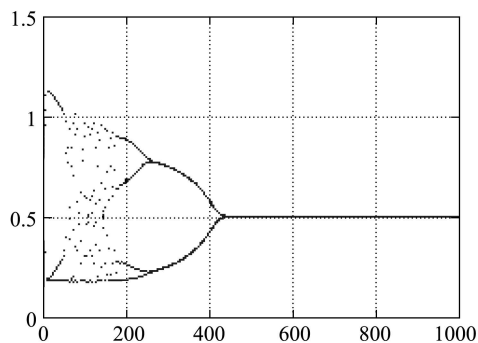


图3 $\beta = 0.002$ 的倒分岔图

Fig. 3 Figure of reverse bifurcation at $\beta = 0.002$

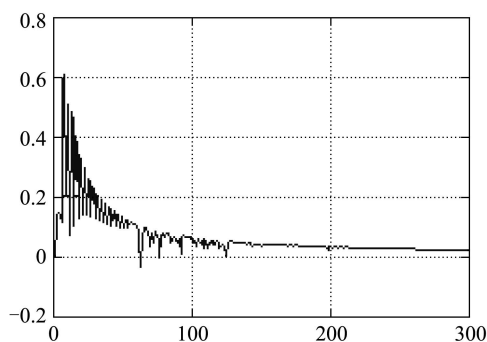


图4 $\beta = 0.002$ 的最大Lyapunov指数时间演化图

Fig. 4 Evolution figure of the maximal Lyapunov exponents figure at $\beta = 0.002$

通过以上的倒分岔图和最大Lyapunov指数时间演化图得知: 该网络具有暂态混沌动力学的行为, 随着 $z(t)$ 在时间上的不断衰减, 通过一个混沌分岔过程, 网络将逐渐趋于稳定的平衡点. 因此, 该网络在求解优化问题时, 由于混沌搜索具有内随机性和轨道遍历性, 随机性可以保证大范围搜索能力, 轨道遍历性使系统按自身的演化行为不重复地遍历所有可能状态, 有利于克服一般随机算法中以分布遍历性为搜索机制带来的局限性, 因此它具有使网络避免陷入局部极小的能力. 当暂态混沌动力行为消失以后, 网络基本上由梯度下降的动力学控制, 此时的行为类似于Hopfield网络, 往往系统最终收敛于一个稳定平衡点. 退火参数 β 对倒分岔过程的长短有影响, β 越小, 倒分岔的过程越长, 因此最大Lyapunov指数时间演化图在零以上的时间也越长。

3 SSW暂态混沌神经网络(SSW transient chaotic neural network)

根据以上暂态混沌神经元模型, 构造如下暂态混沌神经网络:

$$\begin{aligned} x_i(t) &= f(y_i(t)(1 + \eta_i(t))), \\ y_i(t+1) &= ky_i(t) + \alpha \left[\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n w_{ij} x_j(t) + I_i \right] - \end{aligned} \quad (8)$$

$$z_i(t)(x_i(t) - I_0), \quad (9)$$

$$z_i(t+1) = (1 - \beta)z_i(t), \quad (10)$$

$$\eta_i(t+1) = \frac{\eta_i(t)}{\ln(\exp(1) + \lambda(1 - \eta_i(t)))}, \quad (11)$$

$$f(\mu) = S_1(\mu/\varepsilon_1) + coef \cdot S_2(\mu/\varepsilon_2), \quad (12)$$

$$S_1(\mu/\varepsilon_1) = \frac{1}{1 + \exp(\mu/\varepsilon_1)}, \quad (13)$$

$$S_2(\mu/\varepsilon_2) = \frac{\sin\pi(\frac{\mu}{\varepsilon_2} - \frac{1}{2}) - \sin 2\pi(\frac{\mu}{\varepsilon_2} - \frac{1}{2})}{\pi(\frac{\mu}{\varepsilon_2} - \frac{1}{2})}. \quad (14)$$

网络模型中 w_{ij} 为从神经元 j 到神经元 i 的连接权值; I_i 为神经元 i 的输入偏差; α 为不应度参数; 其他参数的意义同神经元的参数意义。

混沌神经网络模型的动态特性很敏感的依赖于 $k, z_i(t)$ 和 α 的取值. k 为网络记忆保留或遗忘内部状态的能力; 自反馈连接项 $z_i(t)$ 是动态减小的, 类似于随机模拟退火中的温度, 退火速度依赖于 β 的大小, $z_i(t)$ 最终使网络收敛到一个平衡点; α 也具有重要的作用, 它代表着能量函数对动态特性的影响; 在解决组合优化问题的时, 它们的搭配必须适合, 如果 α 太大, 则能量函数的影响太强, 以至于无法得到暂态混沌现象; 如果 α 太小, 能量函数的影响太弱, 将无法收敛到最优解。

4 在优化问题中的应用(Application to optimization problems)

为了验证SSW暂态混沌神经网络的有效性, 将其分别应用于函数优化和组合优化问题。

4.1 在函数优化中的应用(Application to function optimization)

本文将SSW暂态混沌神经网络应用于文献[6]的函数(15)优化问题. 该函数的最小值为-1.0316285, 对应的坐标分别是(0.08983, -0.7126) 或(-0.08983, 0.7126)。

取 $coef = 1/4$, $\varepsilon_1 = 0.1$, $\varepsilon_2 = 1.25$, $\alpha = 0.05$, $y_1(1) = y_2(1) = 0.283$, $z_1(1) = z_2(1) = 0.8$, $k = 1$, $I_0 = 0.5$, $\eta_1(1) = \eta_2(1) = 0.8$, $\lambda_1 = \lambda_2 = 0.01$, $\beta = 0.002$. 此时网络经过暂态混沌搜索后得到的稳定状态为(-0.08673, 0.71195), 函数最小值为-1.0316。

取 $coef = 0$, 其他参数不变, 此时该网络模型为经典的Chen's混沌神经网络. 网络经过暂态混沌搜索后得到的稳定状态为(0, 0.7071), 函数最小值为-1。

比较上述的求解结果可知, 具有非单调激励函数的SSW暂态混沌神经网络在求解该函数优化问题上具有更好的精确性。

4.2 在组合优化中的应用(Application to combination optimization)

本文将SSW暂态混沌神经网络应用于10城市旅行商问题(TSP). 达到最短路径并满足所有限制条件的一个能量函数可以描述如式(16)^[7]. 式(16)中:

$$f_1(x_1, x_2) = 4x_1^2 - 2.1x_1^4 + \frac{x_1^6}{3} + x_1x_2 - 4x_2^2 + 4x_2^4, |x_i| \leq 5, \quad (15)$$

$$E = \frac{W_1}{2} \left\{ \sum_{i=1}^n \left[\sum_{j=1}^n x_{ij} - 1 \right]^2 + \sum_{j=1}^n \left[\sum_{i=1}^n x_{ij} - 1 \right]^2 \right\} + \frac{W_2}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n (x_{k,j+1} + x_{k,j-1}) x_{ij} d_{ik}, \quad (16)$$

其中: x_{ij} 为神经元输出, 代表以顺序 j 访问城市 i , $x_{i0} = x_{in}$, $x_{i,n+1} = x_{i1}$; d_{ij} 为城市 i, j 之间的距离; 系数 W_1 和 W_2 代表条件和距离的权值. 因此, 一个全局最小的 E 值代表一条最短的有效路径。

本文采用以下经典归一化后的10城市坐标:

(0.4, 0.4439); (0.2439, 0.1463); (0.1707, 0.2293); (0.2293, 0.716); (0.5171, 0.9414); (0.8732, 0.6536); (0.6878, 0.5219); (0.8488, 0.3609); (0.6683, 0.2536); (0.6195, 0.2634)。

该10城市最短路径为2.6776。

本文取不同的 $coef$ 以深入研究不同的网络模型对求解10城市TSP的影响. $coef$ 越接近1, 非单调程度越大; $coef$ 越接近0, 非单调程度越小。

首先, 取 $coef = 0$, 该模型代表着经典的Chen's混沌神经网络, 其激励函数为单调递增的Sigmoid函数. 取 $W_1 = 1$, $W_2 = 0.8$, $z_i(1) = 0.1$, $\alpha = 0.5$, $k = 0.9$, $I_0 = 0.5$, $\lambda = 0.008$, $\varepsilon_2 = 1.25$, $\varepsilon_1 = 0.004$ 表1是在不同退火速度参数 β 下2000次随机分配初始值的仿真试验数据。

表1 不同退火速度参数下仿真结果
Table 1 Simulation result of different annealing speeds

β	合法路径	有效路径	合法比/%	有效比/%
0.003	2000	1913	100	95.65
0.0008	2000	1993	100	99.65
0.0046	2000	1997	100	99.85
0.0002	2000	2000	100	100

其次, 取 $coef = 1/7$ 时退火速度参数 β 对网络求解影响. 该模型的激励函数有了一定的非单调程度. 取 $W_1 = 1$, $W_2 = 0.8$, $z_i(1) = 0.2$, $\alpha = 0.5$, $k = 1$, $I_0 = 0.5$, $\lambda = 0.008$, $\varepsilon_2 = 1.25$, $\varepsilon_1 = 0.004$. 表2是在不同退火速度参数 β 下2000次随机分配初始值的仿真试验数据。

表2 不同退火速度参数下仿真结果

Table 2 Simulation result of different annealing speeds

β	合法路径	有效路径	合法比/%	有效比/%
0.003	1989	1806	99.45	90.3
0.001	1999	1999	99.95	99.95
0.0008	2000	2000	100	100

表3 不同退火速度参数下仿真结果

Table 3 Simulation result of different annealing speeds

β	合法路径	有效路径	合法比/%	有效比/%
0.003	1975	1811	98.75	90.55
0.001	1999	1997	99.95	99.85
0.0008	2000	1997	100	99.85
0.00046	2000	2000	100	100

最后, 取 $coef = 1/4$ 时退火速度参数 β 对网络求解得影响. 该网络模型有了较大的非单调程度. 取 $W_1 = 1$, $W_2 = 0.8$, $z_i(1) = 0.2$, $\alpha = 0.5$, $k = 1$, $I_0 = 0.5$, $\lambda = 0.008$, $\varepsilon_2 = 1.25$, $\varepsilon_1 = 0.004$. 表3是在不同退火速度参数 β 下2000次随机分配初始值的仿真试验数据.

从以上试验中可以看出, 首先, 该混沌神经网络模型激励函数的非单调性显著的影响到了自反馈项的初始值, 从而影响到了要全部收敛到合法解时退火速度参数的取值(没有非单调激励函数的Chen's混沌网络在 $\beta = 0.0002$ 时全部收敛到合法解, 有非单调激励函数的SSW混沌神经网络 $\beta = 0.0008$ 或 0.00046 时就能全部收敛到合法解), 使具有非单调激励函数性质的暂态混沌神经网络更快的全部收敛到合法解; 其次, 激励函数的非单调程度也对网络有影响, 从仿真结果可以看出 $coef = 1/7$ 时的暂态混沌神经网络比 $coef = 1/4$ 时的暂态混沌神经网络在全部收敛到合法解时的退火速度更快, 这说明在现有的参数条件下, 适当的非单调程度的暂态混沌神经网络能在较快的模拟退火速度下也能全部收敛到合法解; 最后, 由于激励函数的非单调性, 网络在较快的模拟退火速度下能使2000次随机分配的初始值全部找到最优解, 因此该网络有很好的克服陷入局部极小点的能力.

5 结论(Conclusion)

本文提出的暂态混沌神经网络模型能够有效地解决函数优化问题和10城市旅行商问题. 该混沌神经网络的非单调激励函数对网络的影响还有待于进一步研究.

参考文献(References):

- [1] CHEN L, AIHARA K. chaotic simulated annealing by a neural network model with transient chaos[J]. *Neural Networks*, 1995, 8(6): 915 – 930.
- [2] 谭莹, 王保云, 何振亚. 一种具有暂态混沌和时变增益的神经网络及其在优化计算中的应用[J]. *电子学报*, 1998, 26(7): 123 – 127. (TAN Ying, WANG Baoyun, HE Zhenya. Neural networks with transient chaos and time-variant gain and its application to optimization computations[J]. *Acta Electronica Sinica*, 1998, 26(7): 123 – 127.)
- [3] 张强, 马润年, 许进. 一种混沌神经网络模型及其在优化中的应用[J]. *系统工程与电子技术*, 2002, 24(2): 48 – 50. (ZHANG Qiang, MA Runnian, XU Jin. A model of chaotic neural network with applications in optimization[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2002, 24(2): 48 – 50.
- [4] POTAPOVE A, KALI M. Robust chaos in neural networks[J]. *Physics Letters A*, 2000, 277(6): 310 – 322.
- [5] SHUAI J W, CHEN Z X, LIU R T, et al. Self-evolution neural model[J]. *Physics Letters A*, 1996, 221(5): 311 – 316.
- [6] 王凌. 智能优化算法及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2001. (WANG Ling. *Intelligence Optimization Algorithm and Its Application*[M]. Beijing: Press of Tsinghua University, 2001.)
- [7] HOPFIELD J, TANK D. Neural computation of decisions in optimization problems[J]. *Biology Cybernetics*, 1985, 52: 141 – 152.
- [8] 贺昱曜, 王力波. 混沌神经网络及其在最优化问题中的应用[J]. *控制理论与应用*, 2000, 17(6): 847 – 852. (HE Yuyao, WANG Libo. Chaotic neural networks and their application to optimization problems[J]. *Control Theory & Applications*, 2000, 17(6): 847 – 852.
- [9] 修春波, 刘向东, 张宇河. 混沌优化与模糊控制在混沌控制中的应用[J]. *控制理论与应用*, 2005, 22(1): 63 – 66. (XIU Chunbo, LIU Xiangdong, ZHANG Yuhe. Applications of chaos optimization and fuzzy control in chaos control[J]. *Control Theory & Applications*, 2005, 22(1): 63 – 66.)

作者简介:

徐耀群 (1972—), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为混沌动力学、遗传算法和人工神经网络, E-mail: xuyq@hrbcu.edu.cn;

孙明 (1979—), 男, 硕士, 主要研究方向为混沌神经网络, E-mail: snogisun@tom.com.