

参数不确定柔性机械手的终端滑模控制

王艳敏, 冯 勇

(哈尔滨工业大学 电气工程系, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要: 针对参数不确定双臂柔性机械手系统, 提出一种基于遗传算法的终端滑模控制方法, 以实现其末端控制。基于输出重定义方法, 通过输入输出线性化, 将系统分解为输入输出子系统和内部子系统。设计终端滑模控制策略, 使输入输出子系统有限时间内收敛到零, 内部子系统变为零动态子系统; 采用遗传算法优化零动态子系统参数, 使其在平衡点附近渐近稳定。根据Lyapunov稳定性理论算出末端输出位移的误差范围。仿真结果证明该方法有效性。

关键词: 柔性机械手; 终端滑模控制; 遗传算法

中图分类号: TP24 **文献标识码:** A

Terminal sliding mode control for flexible manipulators with uncertain parameters

WANG Yan-min, FENG Yong

(Department of Electrical Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin Heilongjiang 150001, China)

Abstract: A terminal sliding mode control method based on genetic algorithm is proposed for the end-tip control of two-link flexible manipulators with uncertain parameters. The output of the manipulator system is redefined. By input-output linearization, the system is decomposed into an input-output subsystem and an internal subsystem. A terminal sliding mode control strategy is designed to make the input-output subsystem converge to zero in finite time. The internal subsystem is converted into a zero dynamic subsystem. A genetic algorithm is adopted to optimize the parameters of the zero dynamic subsystem to guarantee its asymptotical convergence to the neighborhood of the equilibrium point. The error range of end-tip output is calculated by Lyapunov stability theorem. Simulation results are presented to validate the design.

Key words: flexible manipulator; terminal sliding mode control; genetic algorithm

1 引言(Introduction)

随着航天技术和机器人技术的发展, 柔性机械手设计趋于轻质化、柔性化, 以减小能耗, 提高工作效率。然而由于结构中柔性因素的存在, 使得从关节电机转矩输入到柔性臂端点位移输出的传递函数为非最小相位, 难以直接设计控制器实现柔性机械手系统控制^[1]。通常解决非最小相位问题的方法是输出重定义方法, 即通过重新定义系统输出, 将柔性机械手在平衡点附近转变为易于控制的最小相位系统。文献[2]针对单臂柔性机械手系统, 将输出定义为虚拟刚性臂的末端偏差减去弹性形变, 并证明其传递函数为最小相位; 文献[3]针对双臂柔性机械手系统, 讨论了使其为最小相位系统的输出所在区域。虽然输出重定义方法较简单, 但输出位置选择比较困难, 跟踪精度也难以保证。如果不采用端点位移, 而以易于控制的关节电机转角作为系统输出, 则难以抑制

柔性模态振动, 带来很大的端点轨迹跟踪误差。

本文针对参数不确定双臂柔性机械手, 在给出系统不确定性描述基础上, 重新定义系统输出为关节电机转角和柔性模态的线性组合, 通过输入输出线性化, 将系统分解为输入输出子系统和零动态子系统, 并分别采用终端滑模控制方法和遗传算法保证两个子系统稳定, 最终使得末端输出位移渐近收敛到零附近的邻域内, 并利用Lyapunov稳定性理论算出该邻域的范围。

2 参数不确定双臂柔性机械手动力学模型(Dynamic model of two-link flexible manipulators with uncertain parameters)

本文采用Euler-Bernoulli模型, 利用Lagrange-假设模态法, 每个臂取两阶模态, 忽略剪切惯量和转动惯量影响, 并假设模型中的参数矩阵皆存在不确定

性,得到系统的动力学模型^[4]

$$\begin{cases} (\mathbf{M}_r + \Delta\mathbf{M}_r)\ddot{\boldsymbol{\theta}} + (\mathbf{M}_{rf}^T + \Delta\mathbf{M}_{rf}^T)\ddot{\mathbf{q}} + \\ (\mathbf{f}_r + \Delta\mathbf{f}_r) + (\mathbf{E}_1 + \Delta\mathbf{E}_1)\dot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{u}, \\ (\mathbf{M}_{rf} + \Delta\mathbf{M}_{rf})\ddot{\boldsymbol{\theta}} + (\mathbf{M}_f + \Delta\mathbf{M}_f)\ddot{\mathbf{q}} + \\ (\mathbf{f}_f + \Delta\mathbf{f}_f) + (\mathbf{E}_2 + \Delta\mathbf{E}_2)\dot{\mathbf{q}} + (\mathbf{K} + \Delta\mathbf{K})\mathbf{q} = \mathbf{0}. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\boldsymbol{\theta}(t) \in \mathbb{R}^2$ 为电机转角; $\mathbf{q}(t) = [\mathbf{q}_1(t) \mathbf{q}_2(t)]^T$ 为柔性模态, 且 $\mathbf{q}_i(t) \in \mathbb{R}^2, i = 1, 2$; $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^2$ 为控制转矩; $\mathbf{f}_r(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{q}) \in \mathbb{R}^2$ 和 $\mathbf{f}_f(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{q}) \in \mathbb{R}^4$ 分别为含重力、哥氏力和离心力的项; $\mathbf{E}_1 \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ 和 $\mathbf{E}_2 \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ 为正定阻尼阵; $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ 为正定刚度阵; $\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ 为正定对称惯量阵, 定义

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_r & \mathbf{M}_{rf}^T \\ \mathbf{M}_{rf} & \mathbf{M}_f \end{bmatrix}.$$

其中: $\mathbf{M}_r \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, $\mathbf{M}_{rf} \in \mathbb{R}^{4 \times 2}$, $\mathbf{M}_f \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$; 带“ Δ ”的表示相应参数矩阵的不确定项。

将所有不确定项移到等号右边, 式(1)可简化为

$$\mathbf{M} \begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{\theta}} \\ \ddot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{f}_r + \mathbf{E}_1 \dot{\boldsymbol{\theta}} \\ \mathbf{f}_f + \mathbf{E}_2 \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

其中: 不确定项 $\Delta_1(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{q})$ 和 $\Delta_2(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{q})$ 为

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= -\Delta\mathbf{M}_r\ddot{\boldsymbol{\theta}} - \Delta\mathbf{M}_{rf}^T\ddot{\mathbf{q}} - \Delta\mathbf{f}_r - \Delta\mathbf{E}_1\dot{\boldsymbol{\theta}}, \\ \Delta_2 &= -\Delta\mathbf{M}_{rf}\ddot{\boldsymbol{\theta}} - \Delta\mathbf{M}_f\ddot{\mathbf{q}} - \Delta\mathbf{f}_f - \mathbf{E}_2\dot{\mathbf{q}} - \Delta\mathbf{K}\mathbf{q}. \end{aligned}$$

本文假设: $\|\Delta_1\| \leq \varepsilon_1, \varepsilon_1 > 0$; $\|\Delta_2\| \leq \varepsilon_2, \varepsilon_2 > 0$ 。

因为惯量阵 $\mathbf{M}$ 正定、对称, 其逆存在并记为 $\mathbf{N}$

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_{11} & \mathbf{N}_{12} \\ \mathbf{N}_{21} & \mathbf{N}_{22} \end{bmatrix}.$$

其中: $\mathbf{N}_{11} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, $\mathbf{N}_{12} \in \mathbb{R}^{2 \times 4}$, $\mathbf{N}_{21} \in \mathbb{R}^{4 \times 2}$, $\mathbf{N}_{22} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ 。

定义状态变量 $\mathbf{x} = [\boldsymbol{\theta}^T \mathbf{q}^T \dot{\boldsymbol{\theta}}^T \dot{\mathbf{q}}^T]^T$, 将柔性机械手系统方程(2)重新写成如下形式

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u} + \mathbf{d}(\mathbf{x}), \quad (3)$$

其中: $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^6$,

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\theta}} \\ \dot{\mathbf{q}} \\ -\mathbf{N}_{11}(\mathbf{f}_r + \mathbf{E}_1\dot{\boldsymbol{\theta}}) - \mathbf{N}_{12}(\mathbf{f}_f + \mathbf{E}_2\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q}) \\ -\mathbf{N}_{21}(\mathbf{f}_r + \mathbf{E}_1\dot{\boldsymbol{\theta}}) - \mathbf{N}_{22}(\mathbf{f}_f + \mathbf{E}_2\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q}) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{N}_{11} \\ \mathbf{N}_{21} \end{bmatrix}, \mathbf{d}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{N}_{11}\Delta_1 + \mathbf{N}_{12}\Delta_2 \\ \mathbf{N}_{21}\Delta_1 + \mathbf{N}_{22}\Delta_2 \end{bmatrix}.$$

双臂柔性机械手末端输出位移计算公式为^[4]

$$y_i(L_i, t) = L_i\theta_i(t) + \Phi_{ie}^T \mathbf{q}_i(t), \quad i = 1, 2. \quad (4)$$

其中: L_i 为臂长; Φ_{ie} 为末端的模态函数。

本文控制目标: 调节双臂柔性机械手末端位移从任意初始状态 $y_i(L_i, 0) \neq 0$ 收敛至零附近邻域内。

3 柔性机械手系统输出重定义(Output re-definition of flexible manipulator system)

为解决柔性机械手末端控制的非最小相位问题, 本文重新定义系统输出 $\mathbf{z}(t)$ 为关节电机转角和柔性模态变量的线性组合, 即

$$\mathbf{z}(t) = \lambda_0 \boldsymbol{\theta}(t) + \lambda_1 \mathbf{q}(t). \quad (5)$$

其中: $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^2$; 设计参数阵 $\lambda_0 \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ 为对角阵, $\lambda_1 = \text{diag}\{\lambda_{11}, \lambda_{12}\}$ 为分块对角阵, $\lambda_{1i} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, $i = 1, 2$, 且 λ_0 和 λ_{1i} 对角线上各元素均非零。

根据重新定义的系统输出(5)进行输入输出线性化, 得到柔性机械手系统的输入输出子系统

$$\ddot{\mathbf{z}}(t) = (\alpha + \Delta\alpha) + \beta\mathbf{u}(t), \quad (6)$$

其中:

$$\begin{aligned} \alpha(\lambda_0, \lambda_1, \mathbf{x}) &= \\ & -(\lambda_0 \mathbf{N}_{11} + \lambda_1 \mathbf{N}_{21})(\mathbf{f}_r + \mathbf{E}_1 \dot{\boldsymbol{\theta}}) - \\ & (\lambda_0 \mathbf{N}_{12} + \lambda_1 \mathbf{N}_{22})(\mathbf{f}_f + \mathbf{K}\mathbf{q} + \mathbf{E}_2 \dot{\mathbf{q}}), \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \Delta\alpha(\lambda_0, \lambda_1, \mathbf{x}) &= \\ & (\lambda_0 \mathbf{N}_{11} + \lambda_1 \mathbf{N}_{21})\Delta_1 + (\lambda_0 \mathbf{N}_{12} + \lambda_1 \mathbf{N}_{22})\Delta_2, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\beta(\lambda_0, \lambda_1, \mathbf{x}) = \lambda_0 \mathbf{N}_{11} + \lambda_1 \mathbf{N}_{21}. \quad (9)$$

由于柔性机械手系统为6维, 输入输出子系统仅为2维, 其余的4维系统状态为柔性模态, 构成了柔性机械手系统的内部子系统, 从系统方程(3)直接得到

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{q}} &= -\mathbf{N}_{21}(\mathbf{E}_1 \dot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{f}_r - \Delta_1) - \\ & \mathbf{N}_{22}(\mathbf{E}_2 \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{f}_f + \mathbf{K}\mathbf{q} - \Delta_2) + \mathbf{N}_{21}\mathbf{u}(t). \end{aligned} \quad (10)$$

内部子系统动态响应不仅与控制输入有关, 还受到输入输出子系统影响, 难以直接分析。本文解决方法: 设计终端滑模控制策略使输入输出子系统有限时间内收敛到零, 将内部子系统化为零动态子系统。

4 输入输出子系统终端滑模控制(Terminal sliding mode control of input-output subsystem)

针对输入输出子系统(6), 首先设计终端滑模面

$$s(t) = \mathbf{z}(t) + \mathbf{c}_1 \dot{\mathbf{z}}^{p/q}(t). \quad (11)$$

其中: 设计参数 $\mathbf{c}_1 = \text{diag}\{c_{11}, c_{12}\}$, $c_{1i} > 0, i = 1, 2$; p, q 为奇数, 且 $p > q > 0, 1 < p/q < 2$ 。

对于不确定项 $\Delta\alpha$, 式(8)可写为矩阵乘积形式

$$\Delta\alpha = [\lambda_0 \quad \lambda_1] \begin{bmatrix} \mathbf{N}_{11} & \mathbf{N}_{12} \\ \mathbf{N}_{21} & \mathbf{N}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix}.$$

定义常数 $\sigma = (\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2)^{1/2} \|\lambda_0 \lambda_1\| \|\mathbf{N}\|$, 根据矩阵范数性质, 很容易得到 $\Delta\alpha$ 的上界为 σ .

定理 1 对于输入输出子系统系统(6), 选取终端滑模面(11), 如果采取如下控制策略, 则系统状态 $\mathbf{z}(t)$ 和 $\dot{\mathbf{z}}(t)$ 将在有限时间内收敛到零,

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_{eq}(t) + \mathbf{u}_n(t), \quad (12)$$

$$\mathbf{u}_{eq}(t) = -\beta^{-1}(\alpha + \frac{q}{p}\mathbf{c}_1^{-1}\dot{\mathbf{z}}^{2-p/q}(t)), \quad (13)$$

$$\mathbf{u}_n(t) = -(\sigma + \eta)\beta^{-1}\text{sgn}(\mathbf{s}(t)). \quad (14)$$

其中: 设计参数 $\eta > 0$.

证 考虑 Lyapunov 函数 $V(t) = 0.5\mathbf{s}^T(t)\mathbf{s}(t)$, 对 $V(t)$ 求导, 并将控制律(12)~(14)代入, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \mathbf{s}^T(t)\dot{\mathbf{s}}(t) = \\ &\mathbf{s}^T(t)(\dot{\mathbf{z}}(t) + \frac{p}{q}\mathbf{c}_1\text{diag}\{\dot{\mathbf{z}}^{p/q-1}(t)\}\dot{\mathbf{z}}(t)) = \\ &\mathbf{s}^T(t)(\frac{p}{q}\mathbf{c}_1\text{diag}\{\dot{\mathbf{z}}^{p/q-1}(t)\}) \\ &(\alpha + \Delta\alpha + \beta\mathbf{u}(t) + \frac{q}{p}\mathbf{c}_1^{-1}\text{diag}\{\dot{\mathbf{z}}^{p/q-1}(t)\}) \leq \\ &\mathbf{s}^T(t)(\frac{p}{q}\eta\mathbf{c}_1\text{diag}\{\dot{\mathbf{z}}^{p/q-1}(t)\})\text{sgn}(\mathbf{s}(t)). \end{aligned}$$

针对上述形式不等式, 文献[5]已详细证明 $\dot{V}(t) \leq 0$, 且 $\dot{V}(t) = 0$ 这种状态不会一直保持. 根据 Lyapunov 稳定性理论, 滑模面 $\mathbf{s}(t)$ 总能有限时间内收敛到零, 因此有 $\mathbf{z}(t) + \mathbf{c}_1\dot{\mathbf{z}}^{p/q}(t) = \mathbf{0}$ 成立, 求解式(11), 得到 $\mathbf{z}(t)$ 和 $\dot{\mathbf{z}}(t)$ 沿滑模面收敛到零的时间为

$$t_s = \frac{p}{p-q} \max_{i=1,2} (c_{1i}z_{i1}(0) \frac{p}{p-q}). \quad (15)$$

5 零动态子系统的参数优化(Parameter optimization of zero dynamic subsystem)

根据定理1, 在终端滑模控制律作用下, 使得 $t > t_s$ 后输入输出子系统(6) $\dot{\mathbf{z}}(t) = 0$ 成立, 解得控制输入 $\mathbf{u}(t) = -\beta(\alpha + \Delta\alpha)$, 代入内部子系统(10), 得到柔性机械手的零动态子系统

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{q}} &= [-\mathbf{N}_{22} + \mathbf{N}_{21}(\lambda_0\mathbf{N}_{11} + \lambda_1\mathbf{N}_{21})]^{-1} \cdot \\ &(\lambda_0\mathbf{N}_{12} + \lambda_1\mathbf{N}_{22})(\mathbf{f}_f + \mathbf{K}\mathbf{q} + \mathbf{E}_2\dot{\mathbf{q}} - \Delta_2). \end{aligned} \quad (16)$$

在平衡点 $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ 处将零动态子系统线性化. 定义 Ω_1 为 $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ 的邻域, 将矩阵 $\mathbf{N}(\theta, q)$, $\mathbf{f}_f(\theta, q)$ 在 $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ 处按 Taylor 级数展开

$$\mathbf{N}(\theta, q)|_{\mathbf{x} \in \Omega_1} = \mathbf{N}_0 + \mathbf{f}_{\text{hot}}(\mathbf{x}), \quad (17)$$

$$\mathbf{f}_f(\theta, q)|_{\mathbf{x} \in \Omega_1} = \mathbf{f}_{\text{hot}}(\mathbf{x}), \quad (18)$$

其中: 矩阵 $\mathbf{N}_0$ 为常值矩阵, 定义如下:

$$\mathbf{N}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_{110} & \mathbf{N}_{120} \\ \mathbf{N}_{210} & \mathbf{N}_{220} \end{bmatrix}.$$

$\mathbf{f}_{\text{hot}}$ 表示状态 $\mathbf{x}$ 的高阶项, 且假设 $\|\mathbf{f}_{\text{hot}}\| \leq \varepsilon_3$, $\varepsilon_3 > 0$.

将式(17)(18)代入零动态子系统(16), 有

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{F}_1(\lambda_0, \lambda_1)\mathbf{q} + \mathbf{F}_2(\lambda_0, \lambda_1)\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}_\Delta(\lambda_0, \lambda_1), \quad (19)$$

其中:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_1(\lambda_0, \lambda_1) &= [-\mathbf{N}_{220} + \mathbf{N}_{210}(\lambda_0\mathbf{N}_{110} + \lambda_1\mathbf{N}_{210})]^{-1} \cdot \\ &(\lambda_0\mathbf{N}_{120} + \lambda_1\mathbf{N}_{220})\mathbf{K}, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_2(\lambda_0, \lambda_1) &= [-\mathbf{N}_{220} + \mathbf{N}_{210}(\lambda_0\mathbf{N}_{110} + \lambda_1\mathbf{N}_{210})]^{-1} \cdot \\ &(\lambda_0\mathbf{N}_{120} + \lambda_1\mathbf{N}_{220})\mathbf{E}_2, \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_\Delta(\lambda_0, \lambda_1) &= [-\mathbf{N}_{220} + \mathbf{N}_{210}(\lambda_0\mathbf{N}_{110} + \lambda_1\mathbf{N}_{210})]^{-1} \cdot \\ &(\lambda_0\mathbf{N}_{120} + \lambda_1\mathbf{N}_{220})\Delta_2 + \mathbf{f}_{\text{hot}}(\mathbf{x}). \end{aligned} \quad (22)$$

定义状态变量 $\Phi = [\mathbf{q}^T \ \dot{\mathbf{q}}^T]^T$, 矩阵 $\mathbf{G} = [\mathbf{G}_\Delta^T \ \mathbf{0}^T]^T$, 则零动态子系统(19)可重写为

$$\dot{\Phi} = \mathbf{A}(\lambda_0, \lambda_1)\Phi + \mathbf{G}(\lambda_0, \lambda_1), \quad (23)$$

其中: 系统矩阵 $\mathbf{A}(\lambda_0, \lambda_1)$ 为

$$\mathbf{A}(\lambda_0, \lambda_1) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{F}_1(\lambda_0, \lambda_1) & \mathbf{F}_2(\lambda_0, \lambda_1) \end{bmatrix}.$$

不同的 λ_0 和 λ_1 对应 $\mathbf{A}$ 不同的特征值, 从而决定零动态子系统的动态特性. 由 Lyapunov 稳定定理可知, 当矩阵 $\mathbf{A}$ 特征值全为负时, 可使零动态子系统在平衡点 $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ 处局部渐近稳定.

本文利用具有全局搜索能力的遗传算法, 将重新定义的系统输出(5)的设计矩阵 λ_0 和 λ_1 中待寻优的6个参数组成基因个体, 按实数方式编码, 适应度函数采用二次型性能指标 $J = 0.5 \int_0^\infty (\mathbf{x}^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{x}) dt$, 其中 $\mathbf{Q}_1 \in \mathbb{R}^{12 \times 12}$ 为正定对称阵, 置于约束 $\max_{1 \leq j \leq 8} \text{Re}[\lambda_j(\mathbf{A})] < 0$ 这一问题环境下基于自然界适者生存、优胜劣汰的基本原理, 通过选择-交叉-变异周而复始的遗传操作, 最后收敛到1个最适应环境的最优个体上, 求得问题的最优解. 为保证算法的平稳性和全局收敛性, 选择操作采用最佳保留机制, 先按轮盘赌法进行选择, 然后将当前解中适应度最高的个体复制到下一代群体中, 以保证遗传算法终止时得到的最后结果一定是历代出现过的最高适应度的个体. 采用文献[6]提出的自适应交叉概率和变异概率算法, 以保持解群体的多样性, 防止早熟收敛, 提高算法的计算速度和精度.

由于零动态子系统(23)含有扰动项 $\mathbf{G}$, 定义正数

$$\varepsilon = \varepsilon_3 + \varepsilon_2 \|\mathbf{N}_{220} + \mathbf{N}_{210}\|.$$

$$(\lambda_0\mathbf{N}_{110} + \lambda_1\mathbf{N}_{210})^{-1}(\lambda_0\mathbf{N}_{120} + \lambda_1\mathbf{N}_{220})\|.$$

由式(22), 根据矩阵范数性质, 因此扰动项 $\mathbf{G}$ 上界为 ε .

定理 2 对于零动态子系统(23), 若系统矩阵 $\mathbf{A}$ 特征值严格为负, 设计矩阵 $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$, 满足 $\mathbf{A}^T \mathbf{P} +$

$PA = -Q$, Q 为对称正定阵, 则柔性模态 q 将渐近趋于平衡点附近的邻域 Ω_2 内

$$\Omega_2 = \{q \in \mathbb{R}^4 : \|q_i\| \leq \frac{2\varepsilon\|P\|}{\lambda_\Delta}, i = 1, 2\}. \quad (24)$$

其中 $\lambda_\Delta = \lambda_{\min}(Q)$.

证 对于零动态子系统, 因为 A 特征值严格为负, 对任意正定对称阵 Q , 一定存在正定对称阵 P , 它是矩阵方程 $A^T P + PA = -Q$ 的解.

考虑Lyapunov函数 $V(\Phi) = \Phi^T P \Phi$, 并对 $V(t)$ 求一阶导数, 有

$$\begin{aligned} V(\Phi) &= \dot{\Phi}^T P \Phi + \Phi^T P \dot{\Phi} = \\ &= (A\Phi + G)^T P \Phi + \Phi^T P (A\Phi + G) = \\ &= -\Phi^T Q \Phi + 2\Phi^T P G \leq -\lambda_\Delta \|\Phi\|^2 + 2\varepsilon\|P\|\|\Phi\|. \end{aligned}$$

如果 $\Phi \notin \Omega_2$ 时, $\dot{V} < 0$, 而 $q_i \in \Phi, i = 1, 2$, 换言之, 当 $q_i \notin \Omega_2$ 时, $\dot{V} < 0$, 因此得到式(24).

由定理1, 在终端滑模控制律作用下, 重新定义的系统输出 z 有限时间收敛到零, 由式(5)和(24), 进一步可得到电机转角 θ 在零附近的收敛域 Ω_3 :

$$\Omega_3 = \{\theta \in \mathbb{R}^2 : |\theta_i| \leq \frac{2\varepsilon\|P\|\|\lambda_1\|}{\lambda_\Delta\|\lambda_0\|}, i = 1, 2\}. \quad (25)$$

在保证输入输出子系统收敛的同时, 保证零动态子系统在平衡点局部渐近稳定, 即有当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\theta \rightarrow 0, q \rightarrow 0$, 联合式(24)和(25), 可算得柔性机械手末端位移(4)渐近收敛到零附近的邻域 Ω_4 内:

$$\Omega_4 = \{y_i : |y_i| \leq L_i|\theta_i| + \|\Phi_{ie}\|\|q_i\|, i = 1, 2\}. \quad (26)$$

6 仿真结果(Simulation results)

对如下双臂机械手进行仿真研究: 臂长 $L_1 = L_2 = 0.8$ m, 密度 $\rho_1 = 1.1718$ kg/m, $\rho_2 = 0.5859$ kg/m, 端点负载 $M_{r1} = 0.5$ kg, $M_{r2} = 0$ kg, 抗扰刚度 $EI_1 = 544.32$ N·m², $EI_2 = 68.04$ N·m², 转动惯量 $J_1 = 2.0$ kg·m², $J_2 = 0.4$ kg·m², $J_h = 0$ kg·m². 用

$$\Delta_1 = [0.1 \sin t, 0.1 \sin t]^T,$$

$$\Delta_2 = [0.1 \sin t, 0.1 \sin t, 0.1 \sin t, 0.1 \sin t]^T$$

模拟存在的参数不确定性. 电机转角初值 $\theta_1(0) = 1$ rad, $\theta_2(0) = 0.5$ rad, 其余状态初值均为零.

选取种群规模为20, 遗传代数为200, 文献[6]自适应交叉概率和变异概率的设计参数 $k_1 = 0.5$, $k_2 = 0.5$, $k_3 = 0.9$, $k_4 = 0.1$, 得到最优解 $\lambda_0 = \text{diag}\{3.9309, 4.9137\}$, $\lambda_1 = \text{diag}\{1.3045, 4.4845, 0.0806, 0.2164\}$. 终端滑模设计参数 $c_1 = \text{diag}\{0.5, 0.5\}$, $p = 5$, $q = 3$, $\eta = 15$.

图1为柔性机械手末端输出位移的仿真图, 可见

两个手臂的末端位移均能趋于零附近邻域内. 根据定理2, 应用MATLAB中的LMI工具箱, 可算出 $\|P\| = 9.7279 \times 10^8$, $\lambda_\Delta = 1.6559 \times 10^{15}$. 从而得到末端位移误差分别为 2.8707×10^{-5} rad和 3.4363×10^{-5} rad.

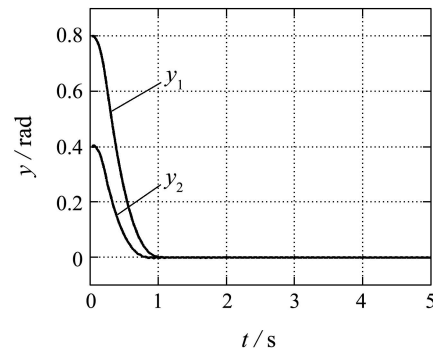


图1 柔性机械手末端输出位移

Fig. 1 End-point output of flexible manipulators

7 结论(Conclusion)

针对参数不确定双臂柔性机械手, 本文基于输出重定义方法, 将系统分解为输入输出子系统和零动态子系统, 解决了柔性机械手非最小相位控制问题, 结合终端滑模控制方法和遗传算法, 在对输入输出子系统和零动态子系统配合控制下, 实现机械手末端控制, 并利用Lyapunov稳定性理论算出末端输出位移误差范围. 所提方法设计过程简单, 易于实现.

参考文献(References):

- [1] DAMAREN C J. Model properties and control system design for two-link flexible manipulators[J]. *International Journal of Robotic Research*, 1998, 17(6): 667 – 678.
- [2] WANG D, VIDYASAGAR M. Transfer function for a single flexible link[C] // *Proceedings of IEEE International Conference on Robotic Automation*. Scottsdale: IEEE Press, 1989: 1042 – 1047.
- [3] MADHAVAN S K, SINGH S N. Inverse trajectory control and zero-dynamics sensitivity of an elastic manipulator[J]. *International Journal of Robotics and Automation*, 1991, 6(4): 179 – 191.
- [4] FENG Y, BAO S. Inverse dynamics nonsingular terminal sliding control of two-link flexible manipulators[J]. *International Journal of Robotics and Automation*, 2004, 19(2): 91 – 102.
- [5] FENG Y, YU X H, MAN Z H. Non-singular adaptive terminal sliding mode control of rigid manipulators[J]. *Automatica*, 2002, 38(12): 2159 – 2167.
- [6] SRINIVAS M, PATNAIK L M. Adaptive probabilities of crossover and mutation in genetic algorithms[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 1994, 24(4): 656 – 666.

作者简介:

王艳敏 (1979—), 女, 博士研究生, 研究方向为变结构控制、鲁棒控制等, E-mail: amywanghebsz@yahoo.com.cn;

冯勇 (1962—), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为滑模与非线性控制、数码相机电子学与仿真、混沌与混沌控制等.