文章编号: 1000−8152(2008)06−1063−04

随机时滞Lurie系统的鲁棒H_∞和L_2-L_∞指数控制

陈　云[1,2], 薛安克[2], 鲁仁全[2], 苏宏业[3]

(1. 杭州电子科技大学 运筹与控制研究所, 浙江 杭州 310018; 2. 杭州电子科技大学 信息与控制研究所, 浙江 杭州 310018;
3. 浙江大学 工业控制技术国家重点实验室, 浙江 杭州 310027)

摘要: 针对一类具有范数有界不确定性和时变时滞的Ito型随机Lurie系统, 研究了鲁棒H_∞和L_2–L_∞指数控制问题. 利用Lyapunov-Krasovskii泛函方法和Itô微分公式, 得到了以线性矩阵不等式(LMIs)表示的控制器存在的充分条件. 对所有容许的参数不确定性, 设计的无记忆状态反馈控制器使闭环系统鲁棒指数均方稳定, 且具有给定的H_∞和L_2-L_∞干扰抑制制度. 最后, 通过两个仿真例子说明了所提方法的有效性.

关键词: 随机时滞系统; Lurie系统; 鲁棒H_∞控制; 鲁棒L_2-L_∞控制; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP273　　**文献标识码**: A

Robust H-infinity and L-two-L-infinity exponential controls for stochastic time-delay Lurie systems

CHEN Yun[1,2], XUE An-ke[2], LU Ren-quan[2], SU Hong-ye[3]

(1.Institute of Operational Research and Cybernetics, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou Zhejiang 310018, China;
2. Institute of Information and Control, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou Zhejiang 310018, China;
3. National Laboratory of Industrial Control Technology, Zhejiang University, Hangzhou Zhejiang 310027, China)

Abstract: The robust exponential H-infinity control and the exponential L-two-L-infinity control for a class of uncertain Itô-type stochastic Lurie systems with time-delay are investigated. The uncertainties are norm-bounded and the delays are time-varying. Based on Lyapunov-Krasovskii functional method and Itô differential formula, we formulate the sufficient conditions for the existence of desired controllers in terms of linear matrix inequalities(LMIs). For all admissible uncertainties, the designed memoryless state-feedback controllers ensure that the closed-loop systems are robustly exponentially mean-square stable with prescribed H-infinity and L-two-L-infinity disturbance attenuation levels. Finally, the effectiveness of the proposed methods is demonstrated by two simulation examples.

Key words: stochastic time-delay systems; Lurie systems; robust H-infinity control; robust L-two-L-infinity control; LMI

1 引言(Introduction)

许多实际动态系统都可以由具有时滞的随机微分方程来描述[1]. 最近几年, Itô类型随机时滞系统的分析和综合问题引起了许多学者的兴趣[2~8]. 利用线性矩阵不等式(LMI)方法, 文[2,3,8]研究了不确定随机时滞系统的鲁棒H_∞控制问题. 文[6]设计了不确定随机时滞系统的鲁棒L_2-L_∞滤波器.

此外, Lurie控制系统是一类典型的非线性系统, 它包含一个线性的前向通道以及1个位于有限扇形区间内的非线性反馈机构. 近年来, 许多学者对具有时滞的Lurie系统进行了深入研究[9~12].

然而, 随机时滞Lurie系统的研究成果却未见报导. 本文讨论一类不确定Itô随机时滞Lurie系统的鲁棒H_∞和L_2-L_∞指数控制问题. 利用Lyapunov-Krasovskii泛函方法和Itô微分公式, 将控制器存在的充分条件归结为线性矩阵不等式(LMI)的可解性问题. 所设计的无记忆状态反馈控制器使得闭环系统是鲁棒指数均方稳定的, 而且具有给定的H_∞和L_2-L_∞干扰抑制度γ. 最后通过数值算例检验本文方法的实用性.

本文中, diag$\{\cdot\}$表示对角矩阵; $|\cdot|$表示向量的Euclidean范数; $\mathrm{E}\{\cdot\}$为数学期望算子; $P>0$表示矩阵P是对称且正定的; $L_2[0,\infty)$表示平方可积的向量空间; $*$表示对称矩阵中的对称项.

收稿日期: 2007−04−25, 收修改稿日期: 2008−01−01.
基金项目: 国家自然科学基金重点资助项目(60434020); 国家自然科学基金资助项目(60604003).

2 问题描述(Problem statement)

考虑下述不确定随机时滞Lurie系统

$$\begin{cases} \mathrm{d}\boldsymbol{x}(t) = [A(t)\boldsymbol{x}(t) + A_1(t)\boldsymbol{x}(t-h(t))+ \\ \qquad B(t)\boldsymbol{u}(t) + B_v\boldsymbol{v}(t) + D\boldsymbol{\sigma}(t)]\mathrm{d}t+ \\ \qquad [C(t)\boldsymbol{x}(t) + C_1(t)\boldsymbol{x}(t-h(t))+ \\ \qquad C_v\boldsymbol{v}(t)]\mathrm{d}w(t), \\ \boldsymbol{z}(t) = L\boldsymbol{x}(t), \\ \boldsymbol{x}(\theta) = \boldsymbol{\phi}(\theta), \forall\, \theta \in [-h, 0]. \end{cases} \tag{1}$$

其中: $\boldsymbol{x}(t) \in \mathbb{R}^n$, $\boldsymbol{u}(t) \in \mathbb{R}^m$和$\boldsymbol{z}(t) \in \mathbb{R}^q$分别为系统的状态、控制输入和被控输出; $\boldsymbol{v}(t) \in \mathbb{R}^p$是定义在$\mathrm{L}_2[0,\infty)$上的外部扰动信号; $\boldsymbol{\phi}(\cdot)$为系统的初始条件; $h(t)$为系统的时变时滞, 满足$0 \leqslant h(t) \leqslant h < \infty, \dot{h}(t) \leqslant d < 1$; $w(t)$是定义在概率空间$(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{P})$上的标量Wiener过程;

$$A(t) = A + \Delta A,\ A_1(t) = A_1 + \Delta A_1,$$
$$B(t) = B + \Delta B,\ C(t) = C + \Delta C,$$
$$C_1(t) = C_1 + \Delta C_1;$$

$A, A_1, B, B_v, D, C, C_1, C_v, L$为具有适当维数的已知实矩阵, $\Delta A, \Delta A_1, \Delta B, \Delta C, \Delta C_1$是时变的参数不确定性, 可由下面的关系描述:

$$[\Delta A\ \ \Delta A_1\ \ \Delta B\ \ \Delta C\ \ \Delta C_1] = MF(t)[N_1\ \ N_2\ \ N_3\ \ N_4\ \ N_5]. \tag{2}$$

其中$M, N_i (i = 1, \cdots, 5)$是具有适当维数的实常矩阵, 时变矩阵函数$F(t)$满足$F^{\mathrm{T}}(t)F(t) \leqslant I$.

假设系统(1)具有如下的的反馈关联形式

$$\begin{cases} \boldsymbol{\sigma}(t) = -\boldsymbol{\psi}(t, \boldsymbol{\eta}(t)), \\ \boldsymbol{\eta}(t) = E\boldsymbol{x}(t) + E_1\boldsymbol{x}(t-h(t)). \end{cases} \tag{3}$$

其中: $E, E_1 \in \mathbb{R}^{m\times n}$为常数矩阵, $\boldsymbol{\psi}(t, \boldsymbol{\eta}(t)) : [0,\infty) \times \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^m$是位于有限的扇形区间$[0, \Lambda]$ 内的非线性函数, 即

$$\boldsymbol{\psi}^{\mathrm{T}}(t, \boldsymbol{\eta}(t))[\boldsymbol{\psi}(t, \boldsymbol{\eta}(t)) - \Lambda\boldsymbol{\eta}(t)] \leqslant 0. \tag{4}$$

定义 1 如果存在常数$\kappa \geqslant 1$和$\beta > 0$, 满足

$$\mathrm{E}\{|\boldsymbol{x}(t)|^2\} \leqslant \kappa \mathrm{e}^{-\beta t} \sup_{-h\leqslant\theta\leqslant 0} \mathrm{E}\{|\boldsymbol{\phi}(\theta)|^2\},$$

则称系统(1)($\boldsymbol{u}(t) = 0$)是鲁棒指数均方稳定的.

定义 2 定义性能指标

$$J = \mathrm{E}\{\int_0^\infty [|\ \boldsymbol{z}(t)\ |^2 - \gamma^2\ |\ \boldsymbol{v}(t)\ |^2]\mathrm{d}t\}, \tag{5}$$

$$J_L = \sup_{t>0} \mathrm{E}\{|\ \boldsymbol{z}(t)\ |^2\} - \gamma^2 \int_0^\infty |\ \boldsymbol{v}(t)\ |^2\ \mathrm{d}t.$$

给定$\gamma > 0$, 在零初始条件下, 对于所有容许的不确定性(2)和非零的$\boldsymbol{v}(t) \in \mathrm{L}_2[0,\infty)$, 若存在

$$\boldsymbol{u}(t) = K\boldsymbol{x}(t), \tag{6}$$

其中$K \in \mathbb{R}^{m\times n}$, 使得(1)对应的闭环系统是鲁棒指数均方稳定的, 且$J < 0$, 则称式(6)为系统(1)的鲁棒随机H_∞指数控制器; 另外, 如果式(1)对应的闭环系统鲁棒指数均方稳定, 且$J_L < 0$, 则称式(6)为系统(1)的鲁棒随机L_2-L_∞指数控制器.

3 主要结论(Main results)

3.1 H_∞控制(H_∞ control)

定理 1 给定标量$\gamma > 0$, 对于所有容许的不确定性(2), 如果存在标量$\epsilon_1 > 0, \epsilon_2 > 0$, 矩阵$Y \in \mathbb{R}^{m\times n}$和正定对称矩阵$X, Z \in \mathbb{R}^{n\times n}$使得$\Upsilon < 0$, 其中

$$\Upsilon = \begin{bmatrix} \Upsilon_{11} & A_1X & \Upsilon_{13} & B_v & XC^{\mathrm{T}} & \Upsilon_{16} & XN_4^{\mathrm{T}} & XL^{\mathrm{T}} \\ * & \Upsilon_{22} & \Upsilon_{23} & 0 & XC_1^{\mathrm{T}} & XN_2^{\mathrm{T}} & XN_5^{\mathrm{T}} & 0 \\ * & * & -2I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I & C_v^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \Upsilon_{55} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\epsilon_1 I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\epsilon_2 I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix},$$

$$\Upsilon_{11} = AX + XA^{\mathrm{T}} + BY + Y^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}} + Z + \epsilon_1 MM^{\mathrm{T}},$$
$$\Upsilon_{22} = -(1-d)Z,\ \Upsilon_{13} = D - XE^{\mathrm{T}}\Lambda^{\mathrm{T}},$$
$$\Upsilon_{23} = -XE_1^{\mathrm{T}}\Lambda^{\mathrm{T}},\ \Upsilon_{55} = -X + \epsilon_2 MM^{\mathrm{T}},$$
$$\Upsilon_{16} = (N_1X + N_3Y)^{\mathrm{T}},$$

则$\boldsymbol{u}(t) = K\boldsymbol{x}(t) = YX^{-1}\boldsymbol{x}(t)$ 为系统(1)的鲁棒随机H_∞指数控制器.

证 1) 为了表示方便, 文中采用下述符号:

$$\boldsymbol{f}(t) = A_K(t)\boldsymbol{x}(t) + A_1(t)\boldsymbol{x}(t-h(t)) + D\boldsymbol{\sigma}(t),$$
$$\boldsymbol{g}(t) = C(t)\boldsymbol{x}(t) + C_1(t)\boldsymbol{x}(t-h(t)).$$

其中$A_K(t) = A(t) + B(t)K$.

根据式(3)和(4), 有

$$\boldsymbol{\mu}(t) = \boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{\sigma}(t) + \boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}}(t)\Lambda\boldsymbol{\eta}(t) \leqslant 0. \tag{7}$$

选取如下的Lyapunov-Krasovskii泛函

$$V(t) = \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)P\boldsymbol{x}(t) + \int_{t-h(t)}^{t} \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s)Q\boldsymbol{x}(s)\mathrm{d}s. \tag{8}$$

由Itô微分公式[1], $\boldsymbol{v}(t) = 0$时, 上述$V(t)$沿着系统(1)的随机微分为

$$\mathrm{d}V(t) = LV(t)\mathrm{d}t + 2\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)P\boldsymbol{g}(t)\mathrm{d}w(t). \tag{9}$$

其中无穷小生成算子为

$$\begin{aligned} &LV(t) = \\ &2\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)P\boldsymbol{f}(t) + \boldsymbol{g}^{\mathrm{T}}(t)P\boldsymbol{g}(t) + \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)Q\boldsymbol{x}(t) - \\ &(1-\dot{h}(t))\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-h(t))Q\boldsymbol{x}(t-h(t)). \end{aligned} \tag{10}$$

考虑到式(7)和(10), 有

$$LV(t) \leqslant LV(t) - 2\boldsymbol{\mu}(t) \leqslant \boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(t)\Theta\boldsymbol{\xi}(t). \tag{11}$$

其中:

$$\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(t) = [\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t) \quad \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-h(t)) \quad \boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}}(t)],$$

$$\Theta = \begin{bmatrix} \Theta_{11} & \Theta_{12} & \Theta_{13} \\ * & \Theta_{22} & \Theta_{23} \\ * & * & -2I \end{bmatrix}, \tag{12}$$

$$\Theta_{11} = PA_K(t) + A_K^{\mathrm{T}}(t)P + Q + C^{\mathrm{T}}(t)PC(t),$$
$$\Theta_{12} = PA_1(t) + C^{\mathrm{T}}(t)PC_1(t),$$
$$\Theta_{22} = -(1-d)Q + C_1^{\mathrm{T}}(t)PC_1(t),$$
$$\Theta_{13} = PD - E^{\mathrm{T}}\Lambda^{\mathrm{T}},\ \Theta_{23} = -E_1^{\mathrm{T}}\Lambda^{\mathrm{T}}.$$

根据随机稳定性定理[1], 系统(1)对应的闭环系统鲁棒渐进均方稳定的一个充分条件是$LV(t) < 0$. 要使$LV(t) < 0$, 只需$\Theta < 0$.

令

$$X = P^{-1},\ Z = XQX,\ Y = KX. \tag{13}$$

利用diag$\{X, X, I\}$对$\Theta < 0$进行合同变换, 再利用范数有界不确定性的处理方法(见文[6]), 可知$\Theta < 0$等价于存在标量$\epsilon_1 > 0, \epsilon_2 > 0$使得

$$\begin{bmatrix} \Upsilon_{11} & A_1X & \Upsilon_{13} & XC^{\mathrm{T}} & \Upsilon_{16} & XN_4^{\mathrm{T}} \\ * & \Upsilon_{22} & \Upsilon_{23} & XC_1^{\mathrm{T}} & XN_2^{\mathrm{T}} & XN_5^{\mathrm{T}} \\ * & * & -2I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & \Upsilon_{55} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\epsilon_1 I & 0 \\ * & * & * & * & * & -\epsilon_2 I \end{bmatrix} < 0. \tag{14}$$

显然, 若$\Upsilon < 0$, 则有式(14)成立, 此时有$\Theta < 0$及$LV(t) < 0$, 即(1)的闭环系统鲁棒渐进均方稳定.

2) 利用与文献[3]类似的方法可以证明(1)的闭环系统是鲁棒指数均方稳定的.

3) 最后考虑(1)的闭环系统是否具有给定的H_∞干扰抑制度γ. 由Itô微分公式, 对于任意非零的$\boldsymbol{v}(t) \in \mathrm{L}_2[0, \infty)$,

$$\mathrm{d}V(t) = LV_v(t)\mathrm{d}t + 2\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)P[\boldsymbol{g}(t) + C_v\boldsymbol{v}(t)]\mathrm{d}w(t).$$

其中

$$L_vV(t) =$$
$$2\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(t)P[\boldsymbol{f}(t) + B_v\boldsymbol{v}(t)] + [\boldsymbol{g}(t) + C_v\boldsymbol{v}(t)]^{\mathrm{T}}\cdot$$
$$P[\boldsymbol{g}(t) + C_v\boldsymbol{v}(t)] + \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(t)Q\boldsymbol{v}(t) -$$
$$(1-\dot{h}(t))\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(t-h(t))Q\boldsymbol{v}(t-h(t)).$$

因而有

$$L_vV(t) \leqslant L_vV(t) - 2\boldsymbol{\mu}(t) \leqslant \boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}(t)\hat{\Theta}\boldsymbol{\zeta}(t). \tag{15}$$

其中:

$$\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}(t) = [\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t) \quad \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-h(t)) \quad \boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}}(t) \quad \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(t)],$$

$$\hat{\Theta} = \begin{bmatrix} \Theta_{11} & \Theta_{12} & \Theta_{13} & PB_v + C^{\mathrm{T}}(t)PC_v \\ * & \Theta_{22} & \Theta_{23} & C_1^{\mathrm{T}}(t)PC_v \\ * & * & -2I & 0 \\ * & * & * & C_v^{\mathrm{T}}PC_v \end{bmatrix}. \tag{16}$$

根据系统的零初始条件和渐近稳定性

$$J =$$
$$\mathrm{E}\{\int_0^\infty [|\ \boldsymbol{z}(t)\ |^2 - \gamma^2\ |\ \boldsymbol{v}(t)\ |^2 + L_vV(t)]\mathrm{d}t\} \leqslant$$
$$\mathrm{E}\{\int_0^\infty [|\ \boldsymbol{z}(t)\ |^2 - \gamma^2\ |\ \boldsymbol{v}(t)\ |^2 + \boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}(t)\hat{\Theta}\boldsymbol{\zeta}(t)]\mathrm{d}t\} =$$
$$\mathrm{E}\{\int_0^\infty \boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}(t)\Xi\boldsymbol{\zeta}(t)\mathrm{d}t\},$$

其中$\Xi = \hat{\Theta} + \mathrm{diag}\{L^{\mathrm{T}}L, 0, 0, -\gamma^2 I\}$.

利用本证明第1)部分的方法可知$\Upsilon < 0$等价于$\Xi < 0$, 即式(6)为系统(1)的鲁棒随机H_∞指数控制器. 由式(13)知, 控制器增益矩阵为$K = YX^{-1}$.

证毕.

4 $\mathbf{L_2}$-$\mathbf{L_\infty}$控制(L_2-L_∞ control)

定理 2 给定标量$\gamma > 0$, 对于所有容许的不确定性(2), 如果存在标量$\epsilon_1 > 0, \epsilon_2 > 0$, 矩阵$Y \in \mathbb{R}^{m\times n}$和正定对称矩阵$X,\ Z \in \mathbb{R}^{n\times n}$使得

$$\begin{bmatrix} \Upsilon_{11} & A_1X & \Upsilon_{13} & B_v & XC^{\mathrm{T}} & \Upsilon_{16} & XN_4^{\mathrm{T}} \\ * & \Upsilon_{22} & \Upsilon_{23} & 0 & XC_1^{\mathrm{T}} & XN_2^{\mathrm{T}} & XN_5^{\mathrm{T}} \\ * & * & -2I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -I & C_v^{\mathrm{T}} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \Upsilon_{55} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\epsilon_1 I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\epsilon_2 I \end{bmatrix} < 0, \tag{17}$$

$$\begin{bmatrix} -X & XL^{\mathrm{T}} \\ * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0, \tag{18}$$

则$\boldsymbol{u}(t) = K\boldsymbol{x}(t) = YX^{-1}\boldsymbol{x}(t)$为系统(1)的鲁棒随机$\mathrm{L}_2$-$\mathrm{L}_\infty$指数控制器.

证 显然, 式(17)将保证式(14)成立, 即式(1)对应的闭环系统鲁棒指数均方稳定. 利用定理1证明第3)部分的方法不难证明式(17)成立将使式(1)的闭环系统满足$J_0 = \mathrm{E}\{V(t)\} - \int_0^t |\ \boldsymbol{v}(s)\ |^2\,\mathrm{d}s < 0$.

在式(18)两边分别左乘和右乘diag$\{P, I\}$, 则有$L^{\mathrm{T}}L < \gamma^2 P$. 那么

$$\mathrm{E}\{\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)P\boldsymbol{x}(t)\} \leqslant \mathrm{E}\{V(t)\} < \int_0^t |\ \boldsymbol{v}(s)\ |^2\,\mathrm{d}s,$$
$$\mathrm{E}\{|\ \boldsymbol{z}(t)\ |^2\} = \mathrm{E}\{|\ L\boldsymbol{x}(t)\ |^2\} < \gamma^2\mathrm{E}\{\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)P\boldsymbol{x}(t)\} <$$
$$\gamma^2\int_0^t |\ \boldsymbol{v}(s)\ |^2\,\mathrm{d}s \leqslant \gamma^2\int_0^\infty |\ \boldsymbol{v}(s)\ |^2\,\mathrm{d}s.$$

因此有$J_L < 0$. 这表明(18)将确保(1)在(6)下的闭环系统具有给定的L_2-L_∞干扰抑制度γ, 相应的控

制器增益矩阵为$K=YX^{-1}$. 证毕.

5 数值例子(Numerical examples)

本节将通过两个数值算例来说明本文方法的实用性.

例 1 考虑如下的不确定随机时滞Lurie系统:

$$A=\begin{bmatrix}1&-0.1&0.5\\1&-1&0.2\\0.1&0.1&-2\end{bmatrix},\ A_1=\begin{bmatrix}-0.2&0.5&0.5\\0.1&2&1\\-1&0.2&0.1\end{bmatrix},$$

$$C=\begin{bmatrix}1&0.1&0.1\\0.1&-0.2&0.2\\0&0.2&0.8\end{bmatrix},C_1=\begin{bmatrix}-0.5&-0.1&0\\1&0.2&0\\0.1&-1&0.5\end{bmatrix},$$

$$B=\begin{bmatrix}-1&0.2\\0&1\\0.5&1\end{bmatrix},D=\begin{bmatrix}0.1&1\\0.1&0.5\\0&-0.2\end{bmatrix},$$

$$E=\begin{bmatrix}0.1&0.2&0\\0&0.5&0.3\end{bmatrix},E_1=\begin{bmatrix}0.2&1&0.5\\0&0.2&0.5\end{bmatrix},$$

$$\Lambda=\begin{bmatrix}0.5&0\\0&1\end{bmatrix},B_v=\begin{bmatrix}0.1\\-0.2\\0.5\end{bmatrix},$$

$$C_v=\begin{bmatrix}0.1\\0.2\\0.1\end{bmatrix},M=\begin{bmatrix}0.1\\0.2\\0.1\end{bmatrix},$$

$$L=[0.5\ \ 1\ \ 0.8],N_1=[0.1\ \ 0.1\ \ 0],$$

$$N_2=[0.2\ \ 0\ \ 0.1],N_3=[0.1\ \ 0.2],$$

$$N_4=[0.1\ \ 0.3\ \ 0.5],N_5=[0.2\ \ 0.1\ \ 0].$$

利用MATLAB LMI TOOLBOX求解定理1, 可得当$d=0,d=0.5,d=0.9$时, 使$\Upsilon<0$的最小干扰抑制度$\gamma_{\min}$分别为0.0820, 0.1069和0.2893. 显然, 最小干扰抑制度随着d的增大而增大.

给定$\gamma=0.5,d=0.5$, 则可得鲁棒随机H_∞指数控制器增益为

$$K=\begin{bmatrix}14.2466&11.5360&0.9696\\-5.4580&-17.4768&-12.0613\end{bmatrix}.\quad(19)$$

例 2 考虑例1中系统的鲁棒L_2-L_∞控制.

若$d=0$, 由定理2可得最小的L_2-L_∞干扰抑制度$\gamma_{\min}=0.9045$. $\gamma=1.2$时, 相应的鲁棒随机L_2-L_∞指数控制器为

$$u(t)=\begin{bmatrix}5.4265&0.8393&0.6019\\-2.3109&-3.5742&-0.9006\end{bmatrix}x(t).\quad(20)$$

6 结论(Conclusions)

本文研究了不确定随机时滞Lurie系统的鲁棒H_∞和L_2-L_∞指数镇定问题. 基于线性矩阵不等式(LMI)方法, 得到了系统控制器存在的充分条件. 所设计的控制器保证闭环系统是鲁棒指数均方稳定的, 而且具有给定的H_∞和L_2-L_∞干扰抑制度γ. 通过数值例子验证了所提方法是有效的.

参考文献(References):

[1] MAO X. *Stochastic Differential Eqnarrays and Their Applications*[M]. New York, Chichester, Horwood, 1997.

[2] XU S, CHEN T. Robust H_∞ control for uncertain stochastic systems with state delay[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, 47(12): 2089 – 2094.

[3] XU S, CHEN T. H_∞ output feedback control for uncertain stochastic systems with time-varying delay[J]. *Automatica*, 2004, 40(12): 2091 – 2098.

[4] HUA C, GUAN X. Comments on "State feedback stabilization for a class of stochastic time-delay nonlinear systems" [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(7): 1216 – 1216.

[5] FU Y, TIAN Z, SHI S. Output feedback stabilization for a class of stochastic time-delay nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(6): 847 – 851.

[6] GAO H, LAM J, WANG C. Robust energy-to-peak filter design for stochastic time-delay systems[J]. *Systems & Control Letters*, 2006, 55(2): 101 – 111.

[7] ZHANG W H, LIU X Z, KONG S L, et al. On stabilization for a class of nonlinear stochastic time-delay systems: a matrix inequality approach[J]. *Journal of Control Theory and Applications*, 2006, 4(3): 229 – 234.

[8] 谢立, 刘济林, 许晓鸣. 不确定多重时滞随机中立系统鲁棒H_∞控制[J]. 控制理论与应用, 2006, 23(6): 923 – 928.
(XIE Li, LIU Jilin, Xu Xiaoming. Robust H_∞ control for uncertain stochastic neutral systems with multiple time delays[J]. *Control Theory & Applications*, 2006, 23(6): 923 – 928.)

[9] 俞立. 一类时滞系统的绝对稳定性问题研究[J]. 自动化学报, 2003, 29(5): 780 – 784.
(YU Li. On the absolute stability of a class of time-delay system[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2003, 29(5): 780 – 784.)

[10] HE Y, WU M. Absolute stability for multiple delay general Lurie control systems with multiple nonlinearities[J]. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2003, 159(2): 241 – 248.

[11] HAN Q L. Absolute stability of time-delay systems with sector-bounded nonlinearity[J]. *Automatica*, 2005, 41(12): 2171 – 2176.

[12] LU R Q, WANG J H, XUE A K, et al. Robust H_∞ filtering for a class of uncertain Lurie time-delay singluar systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2007, 33(3): 292 – 296.

作者简介:

陈 云 (1976—), 男, 博士, 副教授, 主要研究方向为时滞系统、鲁棒控制, E-mail: cloudscy@hdu.edu.cn;

薛安克 (1957—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 杭州电子科技大学校长, 主要研究方向为鲁棒控制、智能控制、信息融合等, E-mail: akxue@hdu.edu.cn;

鲁仁全 (1971—), 男, 博士, 副教授, 主要研究方向为鲁棒控制、奇异系统等, E-mail: rqlu@hdu.edu.cn;

苏宏业 (1969—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为时滞系统、鲁棒控制、非线性控制等, E-mail: hysu@iipc.zju.edu.cn.