

永磁同步电动机的参考模型逆线性二次型(MR-ILQ) 最优电流控制跟踪鲁棒性

徐建英^{1,2}, 刘贺平¹, 周建洪²

(1. 北京科技大学 信息工程学院, 北京 100083; 2. 辽宁科技大学 电子与信息工程学院, 辽宁 鞍山 114051)

摘要: 过渡响应的鲁棒性反映输出误差的最大瞬时值. 利用 l_∞ 范数和线性矩阵不等式(LMI), 给出了评价电流控制系统鲁棒跟踪性能的方法. 采用该方法直接评价了电流控制系统的跟踪鲁棒性能. 以内埋式永磁同步电动机为例, 对阶跃和正弦电流给定信号下的最优电流控制系统以及调速系统进行了仿真研究, 结果表明合理的控制器参数选择, 使系统能实现电流的准确跟踪以及精确的速度控制, 对参数变化和负载扰动具有很强的鲁棒性.

关键词: 永磁同步电动机; 参考模型逆线性二次型; 线性矩阵不等式; 鲁棒性; 电流控制

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Tracking robustness of model-reference inverse linear quadratic (MR-ILQ) optimal current-control for permanent magnet synchronous motor

XU Jian-ying^{1,2}, LIU He-ping¹, ZHOU Jian-hong²

(1. School of Information Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China;

2. School of Electronic and Information Engineering, University of Science and Technology Liaoning, Anshan Liaoning 114051, China)

Abstract: The tracking robustness of the system reflects the peak value of the output error. By defining it with the l_∞ norm and linear matrix inequalities(LMIs), we propose a method for evaluating the tracking performance of a MR-ILQ(model-reference inverse linear quadratic) optimal current-control system. An interior permanent magnet synchronous motor is employed to simulate the optimal current-control with step or sinusoidal inputs, as well as the speed control. The results demonstrate that the system can achieve the exact tracking of current and the accurate speed control by rational parameter choices. The results also show the strong robustness against parameter variations and load disturbances.

Key words: permanent magnet synchronous motor; model-reference inverse linear quadratic; linear matrix inequalities; robustness; current control

1 引言(Introduction)

永磁同步电动机(PMSM)与直流电动机、感应电动机等相比, 具有小型、轻量、高效率等特点, 应用领域正在迅速扩大^[1~3]. PMSM伺服系统的矢量控制方法对参数变化敏感, 必须使用精确的参数和进行准确的计算^[4,5]. 文献[6]提出了PMSM的鲁棒MR-ILQ最优电流控制系统, 采用 H_∞ 范数对系统的鲁棒跟踪性能间接地进行了分析. 系统的跟踪鲁棒性与稳定鲁棒性是同样重要的, 在跟踪问题上, 感兴趣的可能是针对一种特别指定的已知输入(阶跃、斜坡、正弦等等), 目标是寻找该固定输入下跟踪误差的最小值. 在跟踪性能评价上, 使用 H_∞ , H_2 , μ 等不

是最合适的, 因为它们是针对所有的可能允许的输入, 具有很大的保守性, 一般来说是一种间接方法, 评价的精确性差. 过渡响应的鲁棒性问题就是使输出误差的最大瞬时值变小, 这里采用直接方法^[7]来深入评价PMSM的MR-ILQ 最优电流控制系统的跟踪鲁棒性能.

2 固定输入下的鲁棒 l_∞ 性能评价(Robust l_∞ performance measure for a fixed input)

系统在零初始状态, Δ 为参数摄动, 固定输入 $r(t)$ 时的鲁棒 l_∞ 性能评价定义^[7]为

$$L_r = \sup_{\Delta \in \Delta_S} \hat{L}_r(\Delta), \quad (1)$$

$$\hat{L}_r(\Delta) = \|e_r(t)\|_{l_\infty} = \sup_{t \geq 0} [e_r(t)^T e_r(t)]^{1/2}. \quad (2)$$

其中: $e_r(t) = y^*(t) - y(t)$, y^* 为输出期望值, y 为输出实际值. 含有不确定性的一般系统的状态方程式为^[4,8,9]

$$\begin{cases} \dot{x}_p = A_p x_p + B_1 \omega_p + B_2 r, \\ z_p = C_1 x_p + D_{11} \omega_p + D_{12} r, \\ e_r = C_2 x_p + D_{21} \omega_p + D_{22} r, \\ \omega_p = \Delta(t) z_p, \Delta(t) \in \Delta_\Sigma. \end{cases} \quad (3)$$

其中: 各量分别为具有适当维数的实数向量或实数矩阵, $\Delta_\Sigma = \{\Delta \in \mathbb{R}^{l \times l}, \Delta = \text{diag}\{\Delta_1, \dots, \Delta_j\}, \|\Delta\| \leq 1\}$, j 是独立的不确定性 $\Delta_k (1 \leq k \leq j)$ 的数目. 那么在零状态 $x_p(0) = 0$, r 输入下的响应 $e_r(t)$, 可以等效为零输入 $r = 0$, $x_p(0) \neq 0$ 初始条件下的响应. 初始状态为 $x_p(0)$ 时, 最坏情况下响应的最小上界 $\sup_{\Delta(t) \in \Delta_\Sigma} \|e_r(t)\|_{l_\infty}$ 等于下面凸优化问题最优解 δ_m 的平方根:

$$\min_{Y, S} \delta_m, \quad (4a)$$

$$\text{s.t. } Y > 0, s \in S, \quad (4b)$$

$$[C_2 + D_{21}\Delta(I - D_{11}\Delta)^{-1}C_1]Y[C_2 + D_{21}\Delta(I - D_{11}\Delta)^{-1}C_1]^T \leq \delta_m I, \quad (4c)$$

$$\begin{bmatrix} Y & x_p(0) \\ x_p(0)^T & 1 \end{bmatrix} \geq 0, \quad (4d)$$

$$\begin{bmatrix} Y A_p^T + A_p Y + B_1 S B_1^T & B_1 S D_{11}^T + Y C_1^T \\ (B_1 S D_{11}^T + Y C_1^T)^T & -S + D_{11} S D_{11}^T \end{bmatrix} < 0. \quad (4e)$$

S 是下述定义标量矩阵的集合: $S = \{s > 0 : s\Delta(t) = \Delta(t)s, \forall \Delta(t) \in \Delta_\Sigma\}$.

证 选择李雅普诺夫函数为 $V(x_p) = x_p^T Y^{-1} x_p > 0$, 由式(3)和式(4e)知 $\dot{V}(x_p) < 0$, 不等式 $x_p(t)^T Y^{-1} x_p(t) \leq x_p(0)^T Y^{-1} x_p(0)$ 对任何 $t \geq 0$ 总是成立的. 再考虑到式(4c)和式(4d)可获得如下不等式:

$$\begin{aligned} \delta_m^{-1} x_p(t)^T [C_2 + D_{21}\Delta(I - D_{11}\Delta)^{-1}C_1]^T [C_2 + D_{21}\Delta(I - D_{11}\Delta)^{-1}C_1] x_p(t) &\leq \\ x_p(t)^T Y^{-1} x_p(t) &\leq x_p(0)^T Y^{-1} x_p(0) \leq 1, \end{aligned}$$

这意味着 $\sup_{\Delta \in \Delta_\Sigma} \|e_r(t)\|_{l_\infty}^2 \leq \delta_m$.

3 PMSM的MR-ILQ最优电流控制系统的跟踪鲁棒性能分析(Analysis of tracking robustness of MR-ILQ optimal current control system for PMSM)

如图1所示, 其中 $\omega_p = \Delta z_p$,

$$\begin{bmatrix} e_r \\ z_p \end{bmatrix} = P(s) \begin{bmatrix} r \\ \omega_p \end{bmatrix}.$$

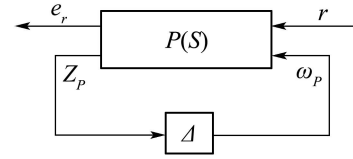


图1 鲁棒性能问题

Fig. 1 The problem of robustness

固定输入为单位阶跃输入时, 设 $r = [i_d^* \ i_q^*]^T = [0 \ 1]^T$, i_d^*, i_q^* 为 d, q 轴电流给定值. 在给定 r , 零初始状态条件下的误差输出 e_r 可以化为下面所定义的 $P_r(s)$ 在初始状态为 $x_p(0)$ 时的零输入响应:

$$P_r(s) = \begin{bmatrix} A_p & B_2 & B_1 \\ C_2 & D_{22} & D_{21} \\ C_1 & D_{12} & D_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{p1} & 0 & 0 \\ 0 & A_{p2} & B_{12} \\ 0 & C_{22} & 0 \\ C_{11} & C_{12} & 0 \end{bmatrix}, \quad (5a)$$

$$x_p(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T. \quad (5b)$$

其中:

$$\begin{aligned} A_{p1} &= \begin{bmatrix} R_a/L_d - \sigma_1 & 0 & -\sigma_1 s_1^* & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_a/L_q - \sigma_2 & 0 & -\sigma_2 s_2^* & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -f_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -f_r \end{bmatrix}, \\ A_{p2} &= \begin{bmatrix} R_a/L_d - \sigma_1 & 0 & (q_1 - s_1^*)\sigma_1 & 0 \\ 0 & R_a/L_q - \sigma_2 & 0 & (q_2 - s_2^*)\sigma_2 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$B_{12} = \begin{bmatrix} 1/L_d & 0 \\ 0 & 1/L_q \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C_{22} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & f_r & 0 \\ 0 & -1 & 0 & f_r \end{bmatrix},$$

$$C_{11} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{3}\sigma_1 L_d & 0 & -\frac{2}{3}\sigma_1 L_d s_1^* & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2}{3}\sigma_2 L_q & 0 & -\frac{2}{3}\sigma_2 L_q s_2^* & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$C_{12} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{3}\sigma_1 L_d & 0 & \frac{2}{3}(q_1 - s_1^*)\sigma_1 L_d & 0 \\ 0 & -\frac{2}{3}\sigma_2 L_q & 0 & \frac{2}{3}(q_2 - s_2^*)\sigma_2 L_q \end{bmatrix},$$

R_a, L_d, L_q 分别为电机电枢电阻、 d 轴电感、 q 轴电感; σ_1, σ_2 为增益调整系数; q_1, q_2 为误差调整补偿器系数; s_1^*, s_2^* 为指定极点; f_r 通常为满足一定关系的正

实数.

如果 $P(s)$ 是二次稳定的, 则总是存在 $Y > 0$ 和 $S > 0$ 满足对应于式(5a)的线性矩阵不等式(4e), 使 L_r 被式(4a)中的 δ_m 限定, 即 $L_r \leq \delta_m^{1/2}$, 而 δ_m 可由式(4)计算. 令

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 & Y_{12} \\ Y_{12}^T & Y_2 \end{bmatrix},$$

则式(4e)变为

$$\begin{bmatrix} Y_1 A_{p1}^T + A_{p1} Y_1 & Y_{12} A_{p2}^T + A_{p1} Y_{12} \\ Y_2 A_{p2}^T + A_{p2} Y_2 + B_{12} S B_{12}^T \\ \text{sym.} \\ Y_1 C_{11}^T + Y_{12} C_{12}^T \\ Y_{12}^T C_{11}^T + Y_2 C_{22}^T \\ -S \end{bmatrix} < 0. \quad (6)$$

其中: sym. 是由矩阵的对称性(转置)得到的矩阵块, Y_1 和 C_{12} 之间是线性的, 由 C_2 的结构又知 δ_m 与 Y_1 无关, 故 L_r 能被降低. 对应式(5)的系统, 将式(4e)用式(6)代替后, 就可求解 δ_m .

4 仿真结果(Simulation results)

PMSM的试验参数同文献[6], 应用MATLAB/LMI中的求解器mincx求解式(4)优化问题的全局最优解^[8]. 电枢电阻 R_a 增加50%, 同时电感 L_d 减少10%, L_q 减少50%, 取 $f_r = 1$, $q_1 = q_2 = 5$ 时 $\delta_m = f(\Sigma)$ 的仿真曲线如图2所示, 可见随着 $\Sigma = \text{diag}\{\sigma_1, \sigma_2\}$ 的增加, δ_m 逐渐变小. 采用MATLAB/SIMULINK软件对文献[6]的系统进行仿真.

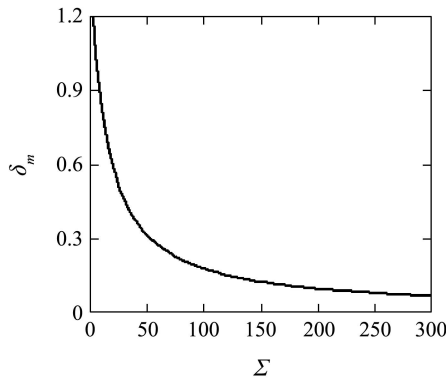


图2 基于LMI的MR-ILQ最优电流控制跟踪性能评价

Fig. 2 Estimating of tracking robustness of MR-ILQ optimal current control based on LMI

图3、图4是MR-ILQ最优电流控制系统电机实际电流 i_d 和 i_q 及其跟踪误差 $-e_{rd} = i_d - i_d^*$ 和 $-e_{rq} = i_q - i_q^*$ 的仿真曲线, 其中 $i_d^* = 0$, 取 $s_i^* = -70$, 电机旋转角速度 $\omega = 100 \text{ rad/s}$, $q_i = 5$, $i = 1, 2$, $\Sigma = \text{diag}\{200, 200\}$. 图3中 i_q^* 在0.5 s时由0跳变为1 A; 图4中 q 轴为带有1 A直流分量的正弦电流给定值, 即 $i_q^* = 1 + \sin(10t)$.

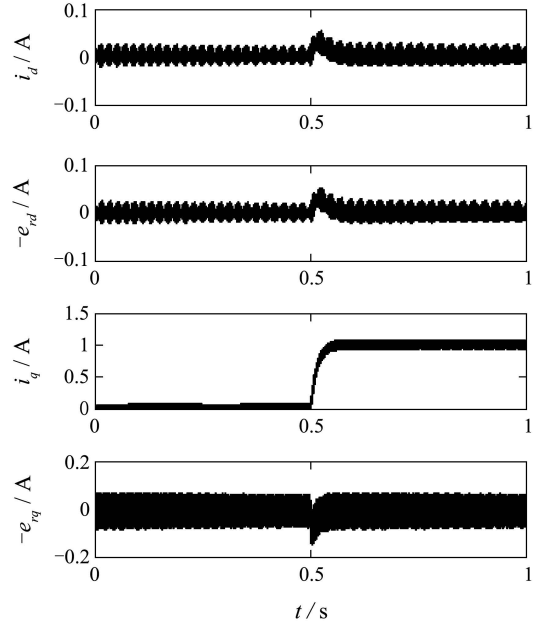


图3 i_q^* 为阶跃信号时MR-ILQ最优电流控制跟踪性
Fig. 3 Tracking robustness of MR-ILQ optimal current control when i_q^* is a step signal

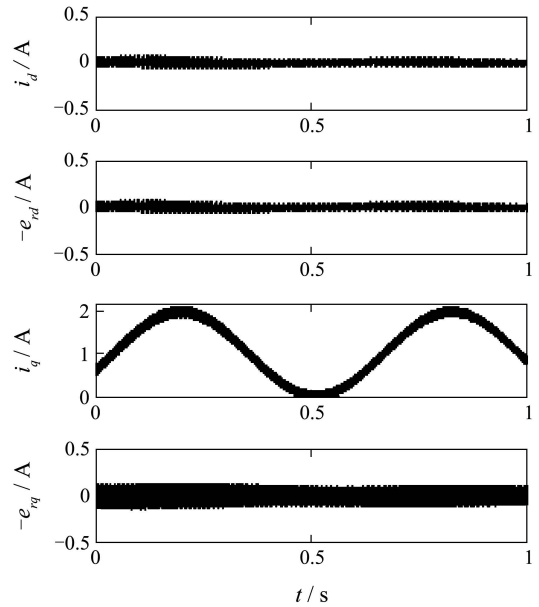


图4 i_q^* 为带有1 A偏置的正弦信号时MR-ILQ最优电流控制跟踪性

Fig. 4 Tracking robustness of MR-ILQ optimal current control when i_q^* is a sinusoidal signal with offset 1 A

将图3、图4与图2比较, 可知按输出鲁棒跟踪阶跃电流给定设计的系统, 对阶跃电流和正弦电流的跟踪误差均由图2曲线限定. 速度电流双闭环系统^[6], 在 $\Sigma = \text{diag}\{200, 200\}$, $q_i = 5$ 时, 起动过程中 i_d 、 i_q 、电磁转矩 T , 以及稳态后负载扰动 T_m 的仿真曲线接近于理想曲线. 即由于控制器参数的优化, 系统获得了优良的动静态性能和很强的鲁棒性.

5 结论(Conclusion)

利用 l_∞ 范数和LMI的方法,对PMSM鲁棒MR-ILQ最优电流控制跟踪鲁棒性做出了精确的评价.取误差调整补偿器的放大系数 q_i 时,一般为0到10之间的正数.在一定的 q_i 条件下,由最大参数摄动时 $\delta_m = f(\Sigma)$ 的关系曲线,可以分析评价系统的鲁棒跟踪性和确定合适的参数 Σ 值.

参考文献(References):

- [1] SHINNAKA S. New “Mirror-phase vector control” for sensorless drive of permanent-magnet synchronous motor with pole saliency[J]. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2004, 40(2): 599 – 606.
- [2] TAKAMI H, TSUJINO T, FUJII T. Robust stability and performance evaluation of an ILQ optimal current-control system for permanent magnet synchronous motors via μ -analysis[J]. *Transactions of the Society of Instrument and Control Engineers*, 2003, 39(9): 808 – 816.
- [3] 王家军, 赵光宙, 齐冬莲. 无速度传感器永磁同步电动机反推控制[J]. 控制理论与应用, 2005, 22(4): 657 – 660.
(WANG Jiajun, ZHAO Guangzhou, QI Donglian. Backstepping control of speed for sensorless permanent-magnet synchronous motor[J]. *Control Theory & Applications*, 2005, 22(4): 657 – 660.)
- [4] TAKAMI H, TSUJINO T. Robust stability and performance evaluation of an ILQ optimal current-control system for permanent magnet synchronous motors via μ -analysis, robust analysis including state feedback control for decoupling d- and q-axis subsystems[J]. *Transactions of the Society of Instrument and Control Engineers*, 2006, 42(5): 510 – 519.
- [5] 魏熙乐, 王江, 杨兆选. 永磁同步电动机的平滑跟踪伺服控制及实现[J]. 控制理论与应用, 2006, 23(2): 209 – 216.
(WEI Xile, WANG Jiang, YANG Zhaoxuan. Smooth-trajectory servo control and implementation for permanent-magnet synchronous motor[J]. *Control Theory & Applications*, 2006, 23(2): 209 – 216.)
- [6] 徐建英, 刘贺平. 永磁同步电动机的鲁棒MR-ILQ最优电流控制[J]. 控制与决策, 2006, 21(8): 893 – 897.
(XU Jianying, LIU Heping. Optimal current control of permanent magnet synchronous motor by the robust MR-ILQ design method[J]. *Control and Decision*, 2006, 21(8): 893 – 897.)
- [7] KUNIMATSU S, FUJII T. Analysis and synthesis of model reference ILQ servo system using robust L_∞ performance measure for a fixed input[J]. *Transactions of the Society of Instrument and Control Engineers*, 2005, 41(1): 46 – 52.
- [8] 俞立. 鲁棒控制—线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
- [9] 黄琳. 稳定性与鲁棒性的理论基础[M]. 北京: 科学出版社, 2003.

作者简介:

徐建英 (1961—), 男, 博士研究生, 副教授, 目前研究方向为交流调速、计算机控制, E-mail: xjy1961517@sohu.com;

刘贺平 (1951—), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为复杂系统的建模、自适应控制、现代控制理论与交流调速、预测控制、智能控制等, E-mail: lhpjx@ies.ustb.edu.cn;

周建洪 (1960—), 男, 教授, 目前研究方向为交流调速、计算机控制, E-mail: zhoujianhong2000@yahoo.com.cn.