

基于反步自适应控制的伺服系统齿隙补偿

马艳玲, 黄 进, 张 丹

(西安电子科技大学 机电工程学院, 陕西 西安 710071)

摘要: 齿隙是影响机电伺服系统动/静态性能的一个重要因素. 为了减小其不利影响, 该文以存在不确定参数的机电位置伺服系统为研究对象, 针对系统中存在的齿隙非线性, 应用反步积分方法, 通过逐步递推选择Lyapunov函数, 设计了基于状态反馈的自适应控制器. 通过理论分析以及与传统PID控制的仿真结果比较表明, 该方案显著地降低了齿隙对伺服性能的影响, 提高了系统的跟踪精度和鲁棒性.

关键词: 齿隙补偿; 反步积分自适应控制; 伺服系统

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Backlash compensation in servo systems based on adaptive Backstepping-control

MA Yan-ling, HUANG Jin, ZHANG Dan

(School of Mechano-electronic Engineering, Xidian University, Xi'an Shaanxi 710071, China)

Abstract: Backlash is one of the main factors causing deterioration in the overall performance of servo systems. To compensate the influence of backlash on the system, we proposed an adaptive Backstepping-control. The control laws based on state feedback are developed with Backstepping approach for selecting the appropriate Lyapunov function. The analysis and simulation results show that the proposed method greatly compensates the effects of backlash and improves the system tracking accuracy and robustness, in comparison with traditional PID control laws.

Key words: backlash compensation; Backstepping-integral adaptive control; servo system

1 引言(Introduction)

齿隙非线性是由于机械传动系统中运动部件之间存在的间隙导致的非线性位置误差, 它发生在旋转运动或直线运动的部件之间, 存在于所有的驱动部分(电机)与被驱动部分(负载)不是直接连接的机械系统中. 齿隙的存在成为影响伺服系统动态性能和稳态精度的重要因素, 除了造成输出误差外, 系统也会因极限环振荡或冲击而降低性能甚至变得不稳定, 同时齿轮的刚性碰撞也会产生严重的振荡和噪音^[1]. 为了减弱或消除齿隙对伺服性能的影响, 对齿隙进行了大量研究, 除机械消除外, 还提出了基于逆模型^[2,3]和在齿隙期间施加强控制及考虑碰撞扰动的强控制^[4,5]的补偿方法. 但由于齿隙非线性逆模型是不可微、不连续的, 因此在控制过程中易出现“抖动”现象. 理论上, 施加强控制和强控制的方案是比较理想的, 但在齿隙较小的情况下不易实现. 文献[6~9]则采用可微函数近似表示齿隙非线性逆模

型, 大大改善了系统的控制性能, 但它们都只适用于啮合的两个实体被假定为纯刚性接触, 而且存在大摩擦, 使得系统在齿隙期间输出不变的情况, 而事实上, 系统在齿隙期间输出是呈衰减状态的, 且齿隙和控制对象的参数在运行中是小范围波动的. 为此, 本文以具有代表性的机电位置伺服系统为研究对象, 针对系统的不确定参数采用自适应控制策略, 对系统中存在的齿隙非线性, 应用反步积分方法, 通过递推逐步选择Lyapunov函数, 设计了基于状态反馈的自适应控制器, 保证了系统的稳定性和自适应能力.

2 系统建模(System models)

图1所示的是一种典型机电位置伺服系统, 电机通过传动比为*i*的减速器驱动负载以指定速度转动到目标位置. 由于本文研究的是齿隙的补偿问题, 故忽略了电机的动态特性. 设 θ_m , θ_d 分别为主、从动轮的转角, $\dot{\theta}_m$, $\dot{\theta}_d$, J_m , J_d , b_m , b_d 分别为主、从动轮的转速、转动惯量和粘性摩擦系数, U 为系统的

输入转矩, τ 为主、从动轮接触时的传递力矩, 齿隙为 $2j$.

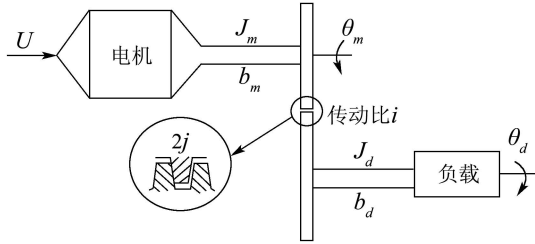


图1 简化的机电位置伺服系统示意图
Fig. 1 A typical servo system with gear trains

则其动力学方程为

$$\begin{cases} J_m \ddot{\theta}_m + b_m \dot{\theta}_m = U(t) - \tau(t), \\ J_d \ddot{\theta}_d + b_d \dot{\theta}_d = i\tau(t), \\ U(t) = K_d I(t). \end{cases} \quad (1)$$

式中: K_d 是电机扭矩常数, I 是电枢电流. 由于齿隙的影响, $\tau(t)$ 可表示为

$$\tau(t) = kp(z(t)) + cp(\dot{z}(t)). \quad (2)$$

其中: k 和 c 为主、从动轮结合处的刚度系数和阻尼系数, $p(z(t))$ 为死区函数(见图2(a)), 可以表示为

$$p(z(t)) = \begin{cases} z(t) + j, & z < -j, \\ z(t) - j, & z > j, \\ 0, & -j \leq z \leq j. \end{cases} \quad (3)$$

式中 $z(t) = \theta_m - i\theta_d$.

然而, 由于死区的不可微特性, 使控制器的设计变得困难, 因此本文引用了一个平滑、连续、可微函数(见图2(b))来代替死区函数^[10]:

$$p(z(t)) = z - 4j \left(\frac{2}{1 + e^{-rz}} - 1 \right), \quad (4)$$

则轮齿间传输扭矩可以重新表示为

$$\tau(t) = k \left[z - 4j \left(\frac{2}{1 + e^{-rz}} - 1 \right) \right] + c \dot{z} \left[1 - 8rj \frac{e^{-rz}}{(1 + e^{-rz})^2} \right]. \quad (5)$$

设主、从动轴转角和转速 $\theta_m, \dot{\theta}_m, \theta_d, \dot{\theta}_d$ 可测, 系统参数 k, c 不确定但有界, $k \in [k_{\min}, k_{\max}]$, $c \in [c_{\min}, c_{\max}]$ 且 $k > 0, c > 0$.

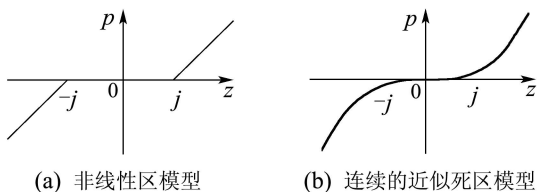


图2 死区模型
Fig. 2 Dead-zone model

令

$$\begin{aligned} x_1 &= \theta_d, \quad x_2 = \dot{\theta}_d, \quad x_3 = z - 4j \left(\frac{2}{1 + e^{-rz}} - 1 \right), \\ x_4 &= \dot{z} \left[1 - 8rj \frac{e^{-rz}}{(1 + e^{-rz})^2} \right], \end{aligned}$$

则 $\tau(t) = kx_3 + cx_4$, 它可表示系统受齿隙非线性影响的轮齿间的传递力矩. 选取 $x_1 - x_4$ 作为状态变量, 则系统的状态方程可表述成

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -a_1 x_2 + a_3 i \tau(t), \\ \dot{x}_3 = x_4, \\ \dot{x}_4 = -a_0 x_4 - i(a_0 - a_1)x_2 \rho + a_2 K_d I(t) \rho - (a_2 + a_3 i^2) \tau(t) \rho + 8r^2 j \dot{z} \varpi, \\ y = x_1. \end{cases}$$

式中:

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{b_m}{J_m}, \quad a_1 = \frac{b_d}{J_d}, \quad a_2 = \frac{1}{J_m}, \quad a_3 = \frac{1}{J_d}, \\ \rho &= 1 - 8rj \frac{e^{-rz}}{(1 + e^{-rz})^2}, \quad \varpi = \frac{e^{-rz}(1 - e^{-rz})}{(1 + e^{-rz})^3}. \end{aligned}$$

在实际应用中, 由于系统中齿隙的存在以及参数 k, c 由于温度、润滑、材料磨损等条件的变化而具有的不确定性, 都会引起轮齿传递力矩的变化, 因此, 在控制系统设计中, 必须考虑轮齿间传递力矩变化造成的危害.

3 控制器设计(Adaptive control design)

由系统状态方程可知, 驱动系统与从动系统是串联关系. 为此, 本文采用反步积分策略, 通过递推 Lyapunov 函数的方法, 针对系统的未知参数, 设计基于稳定性理论的自适应控制器, 使得系统的输出以较高的精度逼近期望输出 y_d , 并实现系统的稳定性和自适应能力.

3.1 速度参考信号(Velocity reference signal)

定义系统输出误差 e_1 为

$$e_1 = y_d - x_1. \quad (6)$$

为得到速度参考控制信号, 选取 Lyapunov 函数 V_1 :

$$V_1 = \frac{1}{2} e_1^2, \quad (7)$$

则 V_1 的微分为

$$\dot{V}_1 = -k_1 e_1^2 + e_1(k_1 e_1 + \dot{y}_d - x_2). \quad (8)$$

为保证 $\dot{V}_1 = -k_1 e_1^2$ 负定, e_1 能够渐进稳定地趋于零, 令 x_2 的期望值为 η_1 , 则可以得到

$$\eta_1 = k_1 e_1 + k_0 \dot{x}_1 + \dot{y}_d. \quad (9)$$

式(9)表明了位置跟踪控制中期望的速度轨迹, 其中,

$k_0 > 0, k_1 > 0$ 为设计参数, 这里通过引入位置跟踪误差的积分: $\chi = \int_0^t e_1(\tau) d\tau^{[11]}$, 可以保证系统在模型不确定的条件下, 系统跟踪误差仍能够逼近零.

3.2 位置控制设计(Position control design)

步骤1 令速度误差信号 e_2 为

$$e_2 = \eta_1 - x_2 = k_1 e_1 + k_0 \chi + \dot{y}_d - x_2. \quad (10)$$

分别定义变量 β 及其估计值 $\hat{\beta}$:

$$\beta = -a_1 x_2 + a_3 i[(k-1)x_3 + c x_4], \quad (11)$$

$$\hat{\beta} = -a_1 x_2 + a_3 i[(\hat{k}-1)x_3 + \hat{c} x_4]. \quad (12)$$

式中 $\hat{k}, \hat{c}$ 为 k, c 的估计值, 定义

$$\tilde{k} = \hat{k} - k, \tilde{c} = \hat{c} - c, \tilde{\beta} = \hat{\beta} - \beta,$$

则 $\tilde{\beta} = a_3 i(\tilde{k} x_3 + \tilde{c} x_4)$.

利用反步设计原理, 由速度误差 e_2 进一步递推 $a_3 i x_3$ 的期望值, 选取 Lyapunov 函数 V_2 :

$$V_2 = V_1 + \frac{e_2^2}{2} + \frac{k_0 \chi^2}{2} + \frac{\tilde{k}^2}{2r_1} + \frac{\tilde{c}^2}{2r_2}, \quad (13)$$

则其沿着误差动力学方程的微分如下:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 + \frac{1}{r_1} \tilde{k}(r_1 a_3 i e_2 x_3 + \dot{\tilde{k}}) + \\ & e_2 \mu + \frac{1}{r_2} \tilde{c}(r_2 a_3 i e_2 x_4 + \dot{\tilde{c}}). \end{aligned} \quad (14)$$

式中

$$\begin{aligned} \mu = & (1 - k_1^2 + k_0) e_1 + (k_1 + k_2) e_2 - \\ & k_0 k_1 \chi + \ddot{y}_d - \hat{\beta} - a_3 i x_3. \end{aligned} \quad (15)$$

令 $a_3 i x_3$ 的期望值为 η_2 , 则

$$\begin{aligned} \eta_2 = & (1 - k_1^2 + k_0) e_1 + (k_1 + k_2) e_2 - \\ & k_0 k_1 \chi + \ddot{y}_d - \hat{\beta}. \end{aligned} \quad (16)$$

若存在稳定的自适应律使 $\tilde{k}, \tilde{c} \rightarrow 0$, 则可保证 $\dot{V}_2 = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2$ 负定, 使 e_1 及 e_2 能够渐进稳定地趋于零. 其中, $k_2 > 0, r_1 > 0, r_2 > 0$, 均为设计参数.

步骤2 引入误差动力学 e_3 :

$$e_3 = \eta_2 - a_3 i x_3. \quad (17)$$

在 Lyapunov 函数 V_2 基础上, 为得到使系统稳定的控制输入 I 以及不确定参数的自适应律, 进一步选择 Lyapunov 函数 V :

$$V = V_2 + \frac{e_3^2}{2}, \quad (18)$$

则 V 沿着误差动力学方程的微分为

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - k_3 e_3^2 + e_3 [\alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \\ & k_3 e_3 - \alpha_3 \chi + \ddot{y}_d + a_1 \hat{\beta} + \phi \hat{\tau} + \varphi x_2 + \\ & \gamma x_3 - \psi x_4 - 8r^2 j \dot{z}^2 \hat{c} \varpi - a_2 a_3 i \hat{c} K_d \rho I] + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \tilde{k} [a_3 i (a_2 + a_3 i^2) \hat{c} \rho x_3 e_3 - a_3 i e_2 x_3 - \\ & (k_1 + k_2 - a_1) a_3 i x_3 e_3 - \frac{1}{r_1} \dot{\tilde{k}}] + \\ & \tilde{c} [a_3 i (a_2 + a_3 i^2) \hat{c} \rho x_4 e_3 - a_3 i e_2 x_4 - \\ & (k_1 + k_2 - a_1) a_3 i x_4 e_3 - \frac{1}{r_2} \dot{\tilde{c}}]. \end{aligned} \quad (19)$$

式中: $k_3 > 0$ 为设计参数,

$$\begin{aligned} \alpha_1 = & k_1^3 - 2k_1 - 2k_0 k_1 - k_2, \\ \alpha_2 = & 1 + k_0 - k_1^2 - k_1 k_2 - k_2^2, \\ \alpha_3 = & k_0 - k_0 k_1^2 + k_0^2, \phi = (a_2 + a_3 i^2) a_3 i \rho \hat{c}, \\ \varphi = & a_3 (a_0 - a_1) i^2 \rho \hat{c}, \gamma = a_1 a_3 i - a_3 i \dot{\hat{k}}, \\ \psi = & a_3 i \hat{k} - a_0 a_3 i \hat{c} + a_3 i \dot{\hat{c}}. \end{aligned}$$

选取控制输入 I 以及参数的自适应律如下:

$$\begin{aligned} I(t) = & \frac{1}{\hat{c} a_2 a_3 K_d \rho i} (\alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + k_3 e_3 - \\ & \alpha_3 \chi + \ddot{y}_d + a_1 \hat{\beta} + \phi \hat{\tau} + \varphi x_2 + \\ & \gamma x_3 - \psi x_4 - 8r^2 j \dot{z}^2 \hat{c} \varpi), \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{k}} = & r_1 [a_3 i (a_2 + a_3 i^2) \hat{k} x_3 e_3 - (k_1 + k_2 - \\ & a_1) a_3 i x_3 e_3 - a_3 i e_2 x_3], \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{c}} = & r_2 [a_3 i (a_2 + a_3 i^2) \hat{c} x_4 e_3 - (k_1 + k_2 - \\ & a_1) a_3 i x_4 e_3 - a_3 i e_2 x_4]. \end{aligned} \quad (22)$$

考虑到 $\dot{\hat{c}}$ 不能小于或等于零, 需对自适应律 $\dot{\hat{c}}$ 进行调整, 若

$$\begin{aligned} \dot{\hat{c}} = & r_2 [a_3 i (a_2 + a_3 i^2) \hat{c} x_4 e_3 - (k_1 + k_2 - \\ & a_1) a_3 i x_4 e_3 - a_3 i e_2 x_4] + p, \end{aligned} \quad (23)$$

令

$$\begin{aligned} \xi = & a_3 i (a_2 + a_3 i^2) \hat{c} x_4 e_3 - (k_1 + k_2 - \\ & a_1) a_3 i x_4 e_3 - a_3 i e_2 x_4, \end{aligned}$$

则

$$p(z(t)) = \begin{cases} -r_2 \xi, & \hat{c} = c_{\min} > 0, r_2 \xi < 0, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases} \quad (24)$$

其中 $c_{\min}$ 为 $\hat{c}$ 的下限. 那么

$$\dot{V} = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - k_3 e_3^2 \leq 0. \quad (25)$$

从而整个控制系统能够渐进稳定地跟踪期望轨迹, 且系统的输出误差:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |y_d - y| = \lim_{t \rightarrow \infty} |e_1| = 0.$$

对于控制率(20), 其参数调整方法为: 当误差较大时, 为使系统具有较好的跟踪性能, 应取较大的 k_3 , 同时为避免系统出现较大的超调, 应取较大

的 k_1 和较小的 k_2 , 而为了使系统具有较好的稳定性, k_0, k_3, r_1 均应取大些, r_2 应取小些。

4 仿真结果分析(Simulation results)

为了分析齿隙非线性对伺服系统的影响以及验证反步积分自适应补偿算法的正确性, 本文在相同的被控对象和相同的参考命令 $y_d = \sin(0.2\pi t)$ 下, 使用MATLAB/SIMULINK分别对反步积分自适应(BIA)补偿控制方法和PID控制方法进行了对比仿真。仿真过程需要的伺服系统模型参数^[1]为: $J_m = 0.05 \text{ kgm}^2, J_d = 0.16 \text{ kgm}^2, b_m = 1.5 \text{ Nms/rad}, b_d = 1.6 \text{ Nms/rad}, K_d = 50 \text{ Nm/A}, i = 5, k = 70 \text{ Nm/rad}, c = 0.3 \text{ Nms/rad}, j = 0.03 \text{ rad}$; BIA控制参数通过手工调校的方法确定如下: $k_0 = 40, k_1 = 8.9, k_2 = 0.1, k_3 = 25, r_1 = 20, r_2 = 0.015$; PID控制参数调节如下: $k_p = 0.5, k_i = 0.1, k_d = 0.08$ 。

4.1 跟踪误差分析(Tracking error analysis)

图3中(a)(b)分别表示系统在PID及BIA控制作用下的输出响应和跟踪误差。

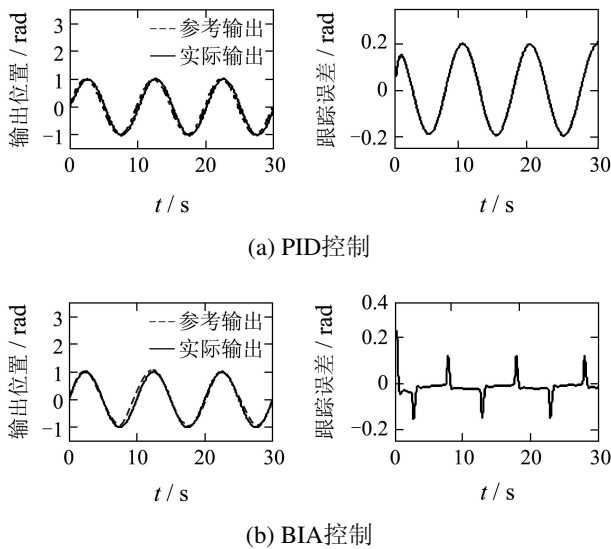


图3 正弦信号下系统的跟踪误差分析

Fig. 3 Tracking performance with the sinusoidal command

结果表明, 机电伺服系统在齿隙非线性的影响下, 虽然会引入稳态跟踪误差, 使系统的跟踪精度降低, 但很明显采用反步积分自适应控制方法, 系统的稳态跟踪误差仅为在PID作用下的十五分之一。

4.2 系统自适应分析(System adaptive analysis)

在实际应用中, 由于温度、润滑、材料磨损等条件的变化, 都会引起齿隙 j 以及弹性系数 k 、阻尼系数 c 的改变, 并最终导致轮齿传输扭矩的变化。为了验证本文中设计的控制器具有良好鲁棒性, 图4中(a)(b)与(c)(d)分别表示当齿隙 j 以及弹性系数

k 、阻尼系数 c 由 $0.03 \text{ rad}, 70 \text{ Nm/rad}, 0.3 \text{ Nms/rad}$ 变为 $0.05 \text{ rad}, 100 \text{ Nm/rad}, 0.15 \text{ Nms/rad}$ 时, 系统在PID控制与BIA控制作用下轮齿间的传递力矩。

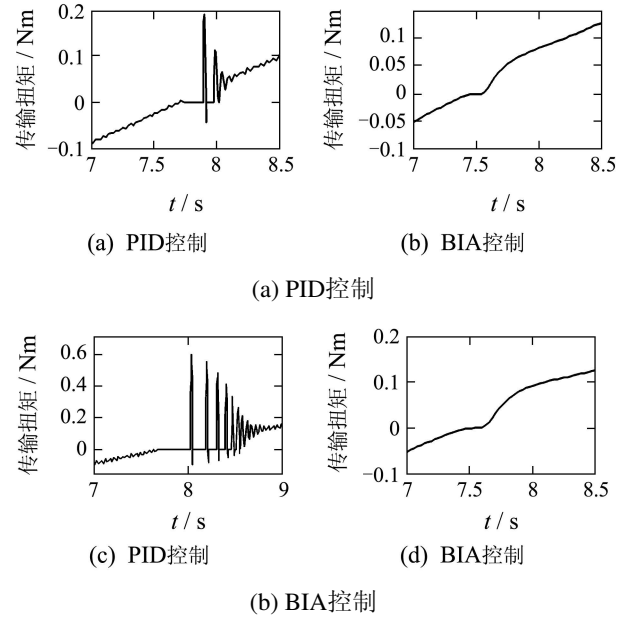


图4 系统自适应分析

Fig. 4 System adaptive analysis

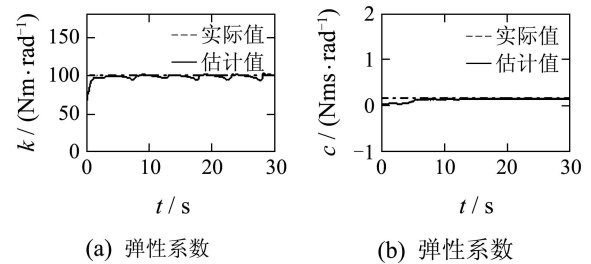


图5 参数估计

Fig. 5 Parameters estimation

由图4(c)(d)与(a)(b)比较可知, 当齿隙变大, 弹性系数变大, 阻尼系数变小, 而PID控制和BIA控制的调整参数不变的情况下, 系统在PID控制下, 轮齿间的传输扭矩发生了更为剧烈的变化, 因此必须对PID参数进行重新调整, 而系统在BIA控制作用下, 轮齿间的传输扭矩基本没有发生变化, 这主要是由于BIA控制器具有自适应能力, 它的参数是变化的, 并且有以一个根据系统中的信号自动在线校正这些参数的机制, 如图5(a)(b)所示, 即使系统的参数发生变化, BIA控制器仍能使系统比较准确的对参数进行估计。因此, 从这些图可以看到, BIA补偿算法能够对轮齿间传递力矩的变化有较好的鲁棒性和自适应能力。

5 结论(Conclusions)

本文应用反步积分方法, 针对参数未知的伺服系统设计了能够补偿齿隙非线性影响的自适应控制

器,使系统能够渐进稳定地跟踪期望目标.仿真结果表明,本方案能够减小系统的跟踪误差,并能够使齿轮平稳、连续地传递力矩,有效地消除由齿隙引起的干扰,取得较好的控制效果.

参考文献(References):

- [1] 赵国峰. 一类齿隙非线性控制系统的研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2005.
(ZHAO Guofeng. A study on control system of a class of backlash nonlinearity[D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2005.)
- [2] TAO G, KOKOTOVIC P V. Adaptive control of systems with backlash[J]. *Automatica*, 1993, 29(2): 323 – 335.
- [3] GRUNDELIUS M, ANGELI D. Adaptive control of systems with backlash with backlash acting on the input[C]//*IEEE Conference on Decision and Control*. Kobe, Japan: IEEE Press, 1996: 4689 – 4694.
- [4] TAO G, MA X, LING Y. Optimal and nonlinear control of systems with sandwiched backlash[J]. *Automatica*, 2001, 37(2): 165 – 176.
- [5] GEBLER D, HOLTZ J. Identification and compensation of gear backlash without output position sensor in high-precision servo systems[C]//*Proceedings of the 21st Annual Conference on Industrial Electronics Society*. Aachen, German: IEEE Press, 1998, 2: 662 – 666.
- [6] ZHAO T. Adaptive control for nonlinear systems with unknown hysteresis via inverse dynamics[C]//*IEEE International Conference on Information Acquisition*. Weihai, China: IEEE Press, 2006, 2: 910 – 915.
- [7] ZHOU J, ZHANG C Y, WEN C Y. Robust adaptive output control of uncertain nonlinear plants with unknown backlash nonlinearity[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2007, 52(3): 503 – 509.
- [8] SU C Y, TAN Y H, STEPANENKO Y. Adaptive control of a class of nonlinear systems preceded by an unknown backlash-like hysteresis[C]//*IEEE Conference on Decision and Control*. Sydney, Australia: IEEE Press, 2000, 2: 1459 – 1464.
- [9] NIZAR J A, FARSHAD K. Adaptive control of systems with backlash hysteresis at the input[C]//*American Control Conference*. San Diego, American: IEEE Press, 1999, 5: 3018 – 3022.
- [10] MEZOUKI R, DAVILA J A, FRIDMAN L. Backlash phenomenon observation and identification in electromechanical systems[J]. *Control Engineering Practice*, 2007, 15(4): 447 – 457.
- [11] KANELLAKOPOULOS I, KREIN P T. Integral-action nonlinear control of induction motors[C]//*Proceedings of the 12nd IFAC World Congress, Sydney, Australia*. [S.l.]: [s.n.], 1993: 251 – 254.

作者简介:

- 马艳玲 (1980—), 女, 硕士研究生, 目前研究方向为机电控制, E-mail: myling289@163.com;
- 黄进 (1968—), 男, 博士, 教授, 目前研究方向为机电控制以及计算机外部设备, E-mail: jhuang@mail.xidian.edu.cn;
- 张丹 (1982—), 女, 硕士研究生, 目前研究方向为机电控制, E-mail: caidan930@163.com.

2009年《控制理论与应用》更改刊期

2008年本刊实行远程稿件处理系统以来,稿件处理速度逐渐提高,投稿量明显增加,稿件录用量随之增多.为了缓解稿件积压现象,缩短发表周期,《控制理论与应用》将于2009年起更改刊期,由双月刊改为月刊.欢迎广大专家学者积极投稿.

《控制理论与应用》编辑部