

基于故障映射向量和结构化残差的主元分析(PCA)故障隔离

李荣雨^{1,2}, 荣 冈²

(1. 南京工业大学 信息科学与工程学院, 江苏 南京 210009;

2. 工业控制技术国家重点实验室, 浙江大学先进控制研究所, 浙江 杭州 310027)

摘要: 在基于主元分析(PCA)的多变量统计过程监控中, 现有方法很难直观有效地完全实现故障的隔离与诊断. 本文通过分析各类故障的数学模型, 提出一种基于结构化残差和故障映射向量的隔离方法, 并推导出PCA模型下过程故障映射向量方向的提取算法, 进而实现了传感器/执行器故障和过程故障的故障隔离, 在CSTR仿真上的研究进一步验证了该法的有效性.

关键词: 主元分析; 故障隔离; 过程故障; 结构化残差; 映射向量

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Principal component analysis(PCA) of fault isolation based on fault mapping vector and structured residual

LI Rong-yu^{1,2}, RONG Gang²

(1. College of Information Science and Engineering, Nanjing University of Technology, Nanjing Jiangsu 210009, China;

2. National Key Laboratory of Industrial Control Technology, Institute of Advanced Process Control, Zhejiang University, Hangzhou Zhejiang 310027, China)

Abstract: Few approaches in multivariate statistical process-monitoring based on principal component analysis(PCA) can implement fault isolation completely and effectively. After analyzing the mathematical models of all kinds of faults, this paper proposes an isolation method based on structured residuals, which can isolate sensor/actuator faults and process faults. Furthermore, the algorithms for obtaining the fault mapping-vector direction are also deduced. Simulation results show the effectiveness of this method.

Key words: principal component analysis; fault isolation; process fault; structured residual; mapping vector

1 引言(Introduction)

在流程工业的生产过程中, 采用在线监控技术实时实现故障的检测与诊断(fault detection and diagnosis), 对维持生产的安全和产品的质量至关重要. 由于流程工业的复杂机理和过程中实时测量到大量数据, 数据驱动的方法得到了人们越来越多的关注, 如PCA、趋势分析等^[1]. 在基于PCA的过程监控中, 故障检测的研究较多, 但故障的诊断目前还缺少简便有效的工具, 其方法主要分为两类: 一类是先利用PCA对测量变量进行降维, 而后在低维空间利用DTW、神经网络、费舍判据或隐马尔可夫链等模式识别技术实现故障的模式匹配, 进而实现故障的诊断, 但这种方法对故障模式的先验知识要求较高, 且难以在线实现; 另一类是先把故障定位到过程中某个部分或某个变量, 即故障的隔离(fault

isolation), 这样在对故障库的依赖大大减弱的同时, 还对故障诊断产生了直接指导作用. 主要包括贡献图^[2]、Multi-block PCA^[3]、故障重构^[4]等, 这些方法都存在自己的优缺点.

结构化残差是在基于解析模型的过程监控中广泛应用的故障隔离工具, 近几年更有较大发展, 如在动态系统、非线性系统中实现了基于结构化残差的故障隔离^[5], 并提出了基于观测器结构化残差的故障隔离问题的可解性条件等^[6]. 但是在统计过程监控领域, 结构化残差目前只适用于传感器/执行器, 对流程工业中广泛存在且对产品质量及安全性有更大影响的过程故障却难以解决^[7,8]. 本文提出一种适用于传感器/执行器故障和过程故障的故障隔离方法, 在实现直观故障隔离的同时, 也使结构化残差在统计过程监控的理论与应用中得到进一步发展.

2 基于PCA和结构化残差的过程监控原理(Fundamental of monitoring based on PCA and structured residuals)

2.1 对象和故障的数学模型(Mathematical model of plant and fault)

考虑 k 输入 $\mathbf{u}^0(t) = [u_1^0(t) \ u_2^0(t) \ \cdots \ u_k^0(t)]^T$, m 输出 $\mathbf{y}^0(t) = [y_1^0(t) \ y_2^0(t) \ \cdots \ y_m^0(t)]^T$ 线性静态系统, 若输入输出变量统称为过程变量, 用 $\mathbf{x}^0(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{u}^0(t) \\ \mathbf{y}^0(t) \end{bmatrix}$ 表示, 则理想状态下模型可以描述为

$$B\mathbf{x}^0(t) = 0. \quad (1)$$

其中: 上标“0”表示变量取真实值, t 表示采样时间. 一般认为驱动扰动的过程噪声服从独立正态分布.

生产中的故障一般包括传感器故障、执行器故障及过程故障等. 这里认为过程故障仅包括不可测量的过程扰动过大, 而可测量的过程扰动作为一种输入, 其变动视为工况正常改变.

考虑各类故障或噪声, 被监控变量的观测值为

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}^{0*} + \Delta\mathbf{x} + \Im\mathbf{f} = \mathbf{x}^{0*} + \begin{bmatrix} I & \Im \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{x} \\ \mathbf{f} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

式中: $\mathbf{x}^{0*}$ 表示不受测量、过程噪声/故障影响的变量真实值, $\begin{bmatrix} \Delta\mathbf{x} \\ \mathbf{f} \end{bmatrix}$ 即代表了过程中所有可能的故障或噪声, 这里主要考虑同时只发生一个故障的情况. 另外下面假定变量测量值都进行了标准化处理, 传感器噪声/故障 $\Delta\mathbf{x}$ 和过程故障/噪声 $\mathbf{f}$ 相互独立.

2.2 PCA监控原理(PCA monitoring)

对仅包含过程变量真实值信息的系统协方差阵 Σ 可进行如下特征值分解(在实际过程中, 可由含有小方差噪声的样本协方差阵来代替 Σ),

$$\Sigma = V\Lambda V^T. \quad (3)$$

式中: Λ 为对角阵, 其元素为沿对角线递减的特征值; $V = [P \ P_e]$ 为单位正交特征向量阵, 称为负荷矩阵, 其中 $P \in \mathbb{R}^{(k+m) \times k}$, $P_e \in \mathbb{R}^{(k+m) \times m}$. 下面书写省略采样时间 t . k 维向量 $\mathbf{t} = P^T \mathbf{x}$ 被称为主元得分, P 支撑的 k 维空间称为主元子空间(principal component subspace, PCS). 另外,

$$\mathbf{e} \triangleq P_e \mathbf{t}_e = P_e P^T \mathbf{x} \quad (4)$$

表示残差向量. P_e^T 支撑的空间称为残差子空间(residual subspace, RS), 其维数为 m .

对新测量数据 $\mathbf{x}(i)$ 可计算其平方预测误差(SPE), 若满足

$$\text{SPE} = \|\mathbf{e}(i)\|^2 = \|P_e P^T \mathbf{x}\|^2 < \delta_{\text{SPE}}. \quad (5)$$

则认为过程处于受控状态, 这里 δ_{SPE} 表示控制限.

2.3 结构化残差故障隔离原理(Fundamental of fault isolation by structured residual)

结构化残差是按特定构造算法得到的一系列残差, 其中每个残差都只对故障集中的一个故障子集响应, 而余下的故障不会引起该残差的任何变化. 反之, 过程中发生的一个故障会引起一部分结构化残差的响应. 这种对应关系可用关联矩阵来表示, 如

表1 关联矩阵
Table 1 Incidence matrix

	f_1	f_2	f_3
r_1	0	1	1
r_2	1	0	1
r_3	1	1	0

表中的残差 r_i 与某故障 f_i 的交叉处如对应1, 则说明残差 r_i 对故障 f_i 灵敏, 当此故障发生时, 残差会超过控制限; 对应0则说明残差 r_i 对故障 f_i 无响应. 因此每一列可视为相应故障的故障代码, 这一代码可用来唯一标识此故障. 在目前的研究中^[7,8], 表1中的故障仅包括传感器/执行器故障, 在本文中得以推广. 结构化残差的求取是这一方法的最重要环节.

3 基于映射向量和PCA结构化残差的故障隔离(Fault isolation based on mapping vector and PCA structured residual)

下面推导包括过程故障时, 结构化残差的构造算法. 由于 $\mathbf{t}_e = P_e^T \mathbf{x}$ 和SPE一样代表了被监控变量在每个采样时刻相对PCS的偏差, 因此可用作原始残差构造结构化残差. 由于PCS和RS为正交互补空间, 所以对于存有故障的系统有

$$P_e^T \mathbf{x}^{0*} = 0, \quad (6)$$

$$\mathbf{t}_e = P_e^T \mathbf{x} = \begin{bmatrix} P_e^T & P_e^T \Im \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{x} \\ \mathbf{f} \end{bmatrix} = \Phi \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{x} \\ \mathbf{f} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

其中 $\begin{bmatrix} \Delta\mathbf{x} \\ \mathbf{f} \end{bmatrix}$ 表示关联矩阵所能处理的故障, 过程故障的个数为 p . 为简化问题, 只考虑一维过程故障, 有

$$\Phi \triangleq \begin{bmatrix} P_e^T & P_e^T \Im \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$\Phi \in \mathbb{R}^{m \times (k+m+p)}$ 表示各故障到原始残差 $\mathbf{t}_e$ 的映射矩阵, 每列向量代表相应故障到原始残差 $\mathbf{t}_e$ 的故障映射系数向量(在本文简称映射向量). 如果建模数据中含有小方差噪声, 那么式(6)仅仅是近似成立.

为构造结构化残差 $\mathbf{r}$, 可以引入转换矩阵 G ,

$$\mathbf{r} = G\mathbf{t}_e = G\Phi \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{x} \\ \mathbf{f} \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{x} \\ \mathbf{f} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

其中 G 的行数即为结构化残差个数, 可根据需要设计. $H \triangleq G\Phi$ 表示各故障到结构化残差的映射矩阵.

r_i 与关联矩阵中第 i 行对应, 为保证它与关联矩

阵中第*i*行0元素对应故障无关联, 可令*H*的第*i*行中相应元素为0, 即*G*的第*i*行 g_i^T 与 Φ 中相应列正交,

$$g_i^T \Phi|_{\text{fcode}=0}^i = 0. \quad (10)$$

$\Phi|_{\text{fcode}=0}^i$ 为 Φ 中与关联矩阵第*i*行0元素对应的列组成的矩阵. 由于 Φ 的行数为*m*, 故式(10)有解等价于

$$\text{rank}[\Phi|_{\text{fcode}=0}^i] < m. \quad (11)$$

为保证 r_i 响应关联矩阵第*i*行1元素对应的故障, 关联矩阵的第*i*行还应满足以下必要条件:

$$\text{rank}[\Phi|_{\text{fcode}=0}^i \varphi_j^1] = \text{rank}[\Phi|_{\text{fcode}=0}^i] + 1. \quad (12)$$

其中 φ_j^1 为 Φ 中不属于 $\Phi|_{\text{fcode}=0}^i$ 的一列. 式(11)(12)为关联矩阵的可行性条件, 即转换阵*G*的存在条件.

从上面可以看出, 映射向量阵 Φ (或其各列的方向)和关联矩阵直接决定了*G*的计算, 由式(8)知 Φ 由两部分组成, 分别表示传感器/执行器故障和过程故障的映射向量, P_e^T 在建立PCA统计模型时可以直接求出, 为了求出过程故障的映射向量(或其方向), 提出下面两个映射向量方向的提取算法:

算法1 原始残差SVD算法.

该算法直接可提取 $[\varphi_{k+m+1} \cdots \varphi_{k+m+p}]$ 标准化后的方向向量. 取*N*个仅含第*j*个过程故障的历史数据 X_{f_j} (已标准化处理), X_{f_j} 对应的原始残差阵为

$$T_e(|f_j|) = \begin{bmatrix} \Delta x_1(1) \\ \vdots \\ \Delta x_1(N) \end{bmatrix} \varphi_1^T + \cdots + \begin{bmatrix} \Delta f_p(1) \\ \vdots \\ \Delta f_p(N) \end{bmatrix} \varphi_{k+m+p}^T. \quad (13)$$

式中: f_j 表示故障的幅值, Δx 和 f 中除 f_j 外, 都服从独立的零均值小方差正态分布. 对 $T_e(|f_j|)$ 可进行奇异值分解: $T_e(|f_j|) = USV^T$. V 的第一列 v_1 为 $T_e(|f_j|)$ 的最大变动方向. 若 Δx 和 f 中除 f_j 外都为0, 即不含测量噪声和过程噪声, 则 $v_1 = \frac{\varphi_{k+m+j}}{\|\varphi_{k+m+j}\|}$; 若 Δx 和 f 中除 f_j 外都为正常噪声, 服从独立的零均值小方差正态分布, 则 v_1 为 $\frac{\varphi_{k+m+j}}{\|\varphi_{k+m+j}\|}$ 的一个估计. 若 f_j 为多维故障, 则 φ_{k+m+j} 为多维向量, 其方向向量可取 V 的相应前几列.

算法2 含故障原始数据SVD算法.

首先, 提出以下定理(证明略).

定理1 假定有含过程故障 f_j 的无噪声

数据集 $X_{f_j} = X^{0*} + \begin{bmatrix} f_j(1) \\ \vdots \\ f_j(N) \end{bmatrix} \mathfrak{S}_j^T$ 和根据无

故障数据集 X^{0*} 建立的PCA统计模型($\mathfrak{S}_j$ 对应故障 f_j), PCS为*k*维, PCS和RS的负荷向量阵为*P*和*P_e*,

X_{f_j} 的SVD为 $X_{f_j} = USV^T$, 则存在以下性质:

1) 若 $\mathfrak{S}_j \in \text{PCS}$, $\mathfrak{S}_j$ 与 P_e 正交, 则*V*的前*k*列与 P_e 正交.

2) 若 $\mathfrak{S}_j \in \text{RS}$, 则*V*的前*k*+1列为 $\left[v_1^* \cdots v_k^* \frac{\mathfrak{S}_j}{\|\mathfrak{S}_j\|} \right]$.

3) 若 $\mathfrak{S}_j \notin \text{PCS}$ 且 $\mathfrak{S}_j \notin \text{RS}$, 则*V*的前*k*+1列中的任一列 v_i 在RS的投影与 φ_{k+m+j} 同向.

4) 若故障幅值 f_j 远大于过程的输入驱动, v_1 可近似与 $\mathfrak{S}_j$ 同向.

所以对故障数据 X_{f_j} 进行SVD分解, 然后令*V*各列向RS上投影, 即可得故障在RS上的方向向量.

总结给出基于映射向量方向向量和PCA结构化残差的故障隔离算法:

1) 数据预处理: 用正常数据的各变量均值和方差对正常数据和含有 $f_1, f_2, \cdots, f_s$ 的故障数据进行零均值和标准化处理;

2) 利用正常数据建立PCA统计模型, 得到传感器和执行器故障的映射向量 P_e^T 和控制限^[8], 根据故障映射向量提取算法, 利用含各过程故障的数据, 计算得到过程故障 φ_{k+m+j} 的方向向量;

3) 根据式(10)和关联矩阵, 计算转换矩阵*G*;

4) 根据式(7)计算 t_e , 根据式(9)计算结构化残差, 通过与控制限比较, 得到当前采样时刻的故障代码;

5) 对比当前故障代码和关联矩阵的各列, 实现故障隔离.

4 CSTR仿真研究(Simulations on CSTR)

为验证本文方法的有效性, 引入如图1的CSTR过程, 其中*T*和*F_C*的传感器不用于控制. 若用于控制, 则其故障可视为过程故障处理.

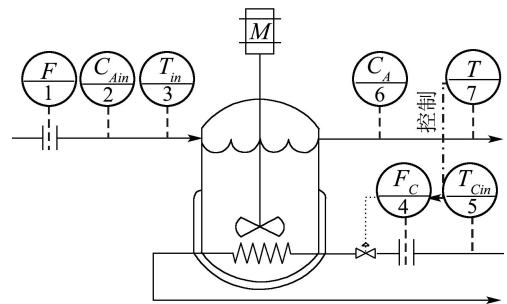


图1 CSTR过程示意图

Fig. 1 CSTR process

这里先给出贡献图法的传感器故障隔离结果. 对变量*F*, *CA_{in}*, *T_{in}*, *F_C*, *T_{Cin}*, *CA*及*T*进行监控, 取100组正常数据, 用于建立PCA统计模型, 利用交叉检验法知该过程的PCS为4维, RS为3维. 待检验数据从20采样时刻起过程中发生*T_{in}*传感器偏差+2°C故障, 各传感器的贡献值如图2. 从图中可看出, 变量*F_C*和*T_{Cin}*对SPE统计量的贡献最大,

而 T_{in} 的贡献却相当小,此图容易导致工程师做出错误判断。

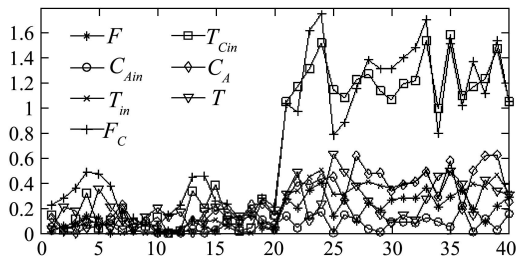


图2 基于贡献图的故障隔离结果

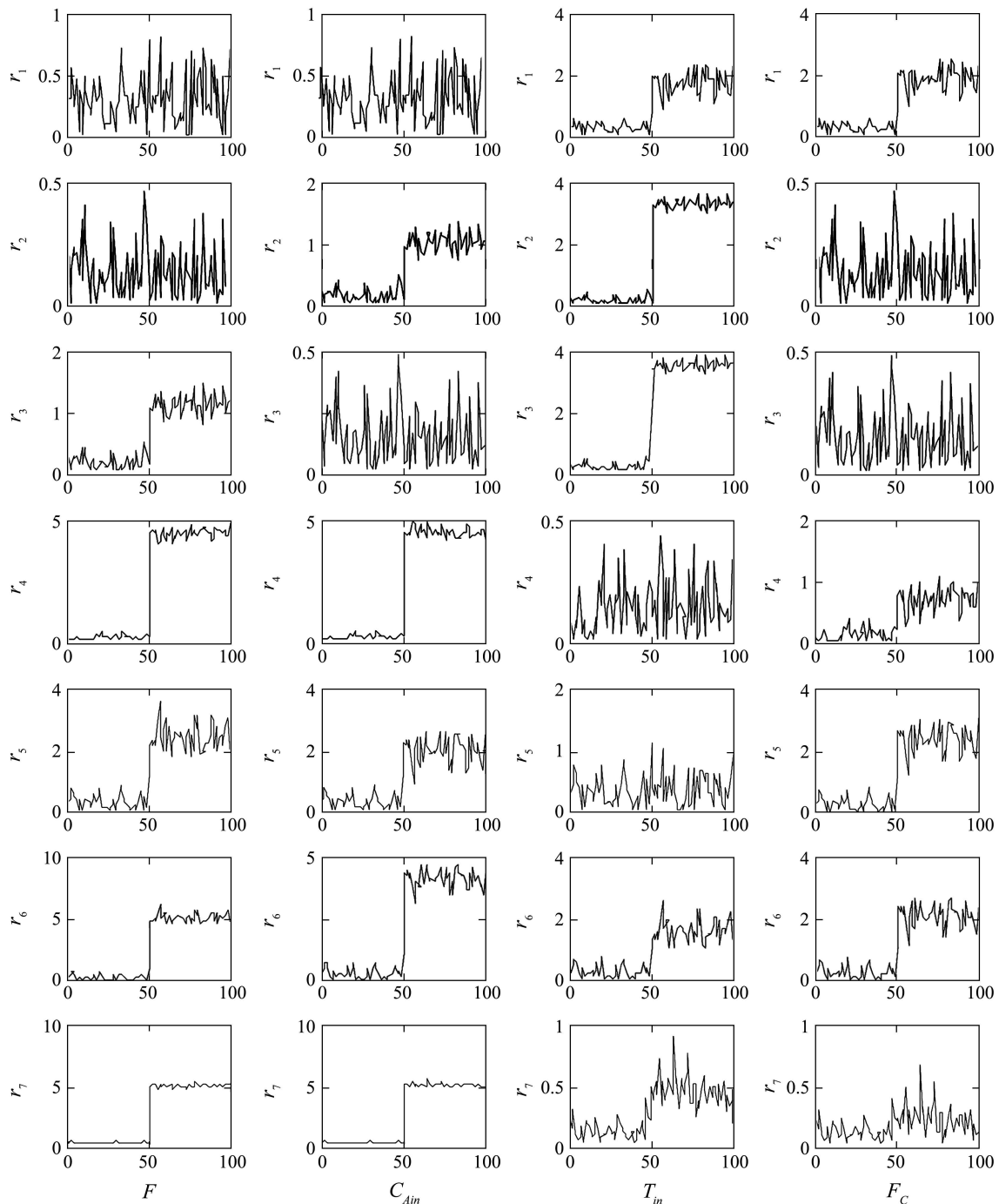
Fig. 2 Result of fault isolation by contribution plot

下面采用结构化残差实现故障隔离. 此时对冷却流温度 T_{Cin} 未设传感器, 正常状况下该变量为恒值或小方差变动, 其变动过大可视为由不可测扰动过大性质的过程故障, 其他机理故障与该故障作用相同. 取100组正常数据, 用于建立PCA统计模型, PCS降为3维, RS仍然为3维.

另取100组含有 T_{Cin} 过程故障的数据, 由文中两算法可得该过程故障映射向量的方向向量均为

$$\frac{\varphi_f}{\|\varphi_f\|} = [-0.5265 \quad 0.8496 \quad 0.0312]^T. \quad (14)$$

针对该过程设计表2所示的关联矩阵.



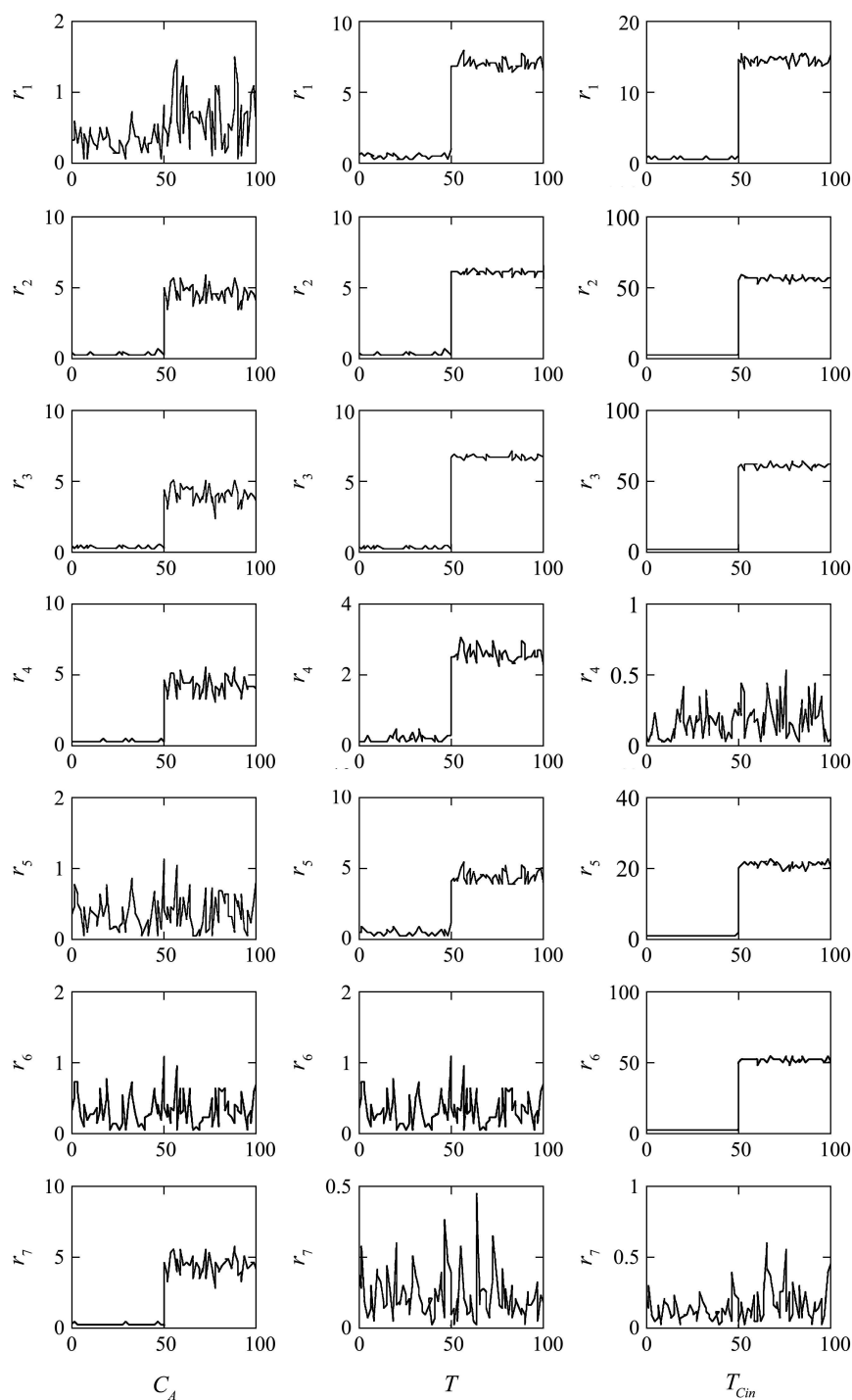


图3 基于结构化残差和故障映射向量的故障隔离结果

Fig. 3 Result of fault isolation based on fault mapping vector and structured residuals

根据上述关联矩阵及故障映射向量求取转换阵 G . 另取正常数据、各传感器故障数据及 T_{Cin} 扰动过大故障数据各50组, 用以验证隔离方法的有效性. 结合式(7)(9)直接给出基于结构化残差的故障隔离结果. 结果如图3, 图中的每一列对应着一个故障产生的7个结构化残差, 每一行表示一个结

构化残差与7个故障的关联关系. 对比关联矩阵, 可见各故障响应结果与关联矩阵中各列基本一致. 也就是说对于含有其中任一故障的新测量数据, 通过其相应的7个结构化残差与关联矩阵的对比, 即可把这一故障从7个故障中分开辨出来, 进而实现故障的隔离.

表2 CSTR过程的关联矩阵

Table 2 Incidence matrix of CSTR process

	F	C_{Ain}	T_{in}	F_C	C_A	T	T_{Cin}
r_1	0	0	1	1	1	1	1
r_2	0	1	1	0	1	1	1
r_3	1	0	1	0	1	1	1
r_4	1	1	0	1	1	1	0
r_5	1	1	0	1	0	1	1
r_6	1	1	1	1	0	0	1
r_7	1	1	1	1	1	0	0

5 结论(Conclusion)

在统计过程监控中,故障隔离的作用极为重要,可目前的方法在实现故障的完全隔离方面存在着各种问题.本文提出一种基于各类故障映射向量和PCA结构化残差的故障隔离方法,并推导出结构化残差的构造算法.针对过程故障的故障映射向量不易求的问题,提出了其方向向量的两个提取算法.在CSTR仿真中的应用分析,进一步验证了该方法的有效性.相比普通模式识别的方法,该方法对于传感器/执行器故障并不需要先验知识,而且关联矩阵的一行可以有多个“0”元素,因此可以以较少次数的匹配实现故障的识别.另外相比其他方法,该法计算方便、结论直观,可以完全实现所有故障的隔离,因此无论在统计过程监控的理论研究还在应用实施中,都有较好的发展前景.

参考文献(References):

[1] 刘敏华, 萧德云. 基于趋势分析和SDG模型的故障诊断[J]. 控制理

论与应用, 2006, 23(2): 306 – 310.

(LIU Minhua, XIAO Deyun. Fault diagnosis based on trend analysis and SDG[J]. *Control Theory & Applications*, 2006, 23(2): 306 – 310.)

- [2] YOON S Y, MACGREGOR J F. Fault diagnosis with multivariate statistical models part I: using steady state fault signatures[J]. *Journal of Process control*, 2001, 11(4): 387 – 400.
- [3] QIN S J, VALLE S, PIOVOSO M J. On unifying multiblock analysis with application to decentralized process monitoring[J]. *Journal of Chemometrics*, 2001, 15(9): 715 – 742.
- [4] YUE H H, QIN S J. Reconstruction-based fault identification using a combined index[J]. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2001, 40(20): 4403 – 4414.
- [5] STAROSWIECKI M, COMTET-VARGA G. Analytical redundancy relations for fault detection and isolation in algebraic dynamic systems[J]. *Automatica*, 2001, 37(5): 687 – 699.
- [6] COMMAULT C, DION J M, SENAME O, et al. Observer-based fault detection and isolation for structured systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, 47(12): 2074 – 2079.
- [7] HUANG Y, GERTLER J, MCAVOY T J. Sensor and actuator fault isolation by structured partial PCA with nonlinear extensions[J]. *Journal of Process Control*, 2000, 10(5): 459 – 469.
- [8] GERTLER J, CAO J. Design of optimal structured residuals from partial principal component models for fault diagnosis in linear systems[J]. *Journal of Process Control*, 2005, 15(5): 585 – 603.

作者简介:

李荣雨 (1977—), 男, 博士, 主要研究方向为工业系统的监控与先进控制, E-mail: ryli.cec@gmail.com;

荣冈 (1963—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为数据校正与数据挖掘、复杂工业过程的虚拟现实理论、企业综合自动化整体解决方案、流程工业生产执行系统MES等, E-mail: grong@ipc.zju.edu.cn.