第 26 卷第 1 期
2009 年 1 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 26 No. 1
Jan. 2009

文章编号：1000−8152(2009)01−0035−04

一类多输入级联非线性切换系统的全局镇定

董亚丽[1]，范姣姣[1]，秦化淑[2]

(1. 天津工业大学 理学院, 天津 300160;

2. 中国科学院 数学与系统科学研究院 系统科学研究所, 北京 100080)

摘要: 研究一类带有部分线性系统的多输入级联非线性切换系统的全局镇定问题. 首先, 给出保证线性部分有一致规范型的充分条件. 其次, 利用一致规范型及其零动态的共同二次Lyapunov函数设计状态反馈使得线性部分在任意切换律下镇定. 最后, 通过构造共同Lyapunov函数能实现闭环系统在任意切换律下的全局渐近稳定性.

关键词: 非线性切换系统; 全局镇定; 一致规范型; 共同Lyapunov函数

中图分类号: O231　　　**文献标识码**: A

Global stabilization of a class of multi-input cascade switched nonlinear systems

DONG Ya-li[1]，FAN Jiao-jiao[1]，QIN Hua-shu[2]

(1. School of Science, Tianjin Polytechnic University, Tianjin 300160, China;

2. Institute of Systems Science, Academy of Mathematics and Systems Science, Chinese Academy of Science, Beijing100080, China)

Abstract: We consider the global stabilization of a class of multi-input cascade switched nonlinear systems with a linear switched part. A set of sufficient conditions for existing a uniform canonical form is given to the linear system. To the canonical form and the memoryless nonlinearity, we apply the quadratic Lyapunov function to design a state feedback for stabilizing the linear parts under arbitrary switching laws. Globally asymptotic stability of closed-loop system under arbitrary switching laws can be achieved by properly constructing the common Lyapunov functions.

Key words: switched nonlinear system; global stabilization; uniform normal form; common Lyapunov function

1　引言(Introduction)

切换系统是一类重要的混杂系统, 它由多个子系统及作用在其中的切换法则构成. 稳定性分析是目前切换系统研究中的一个热点, 主要集中于Lyapunov稳定性判据. 文献[1]给出切换系统在任意切换律下渐近稳定的充要条件是所有子系统存在共同Lyapunov函数. 一些保证共同Lyapunov函数存在的条件和构造共同Lyapunov函数的方法已获得[1~5]. 文献[2,3]利用线性化子系统和Lyapunov间接法研究了非线性切换系统的局部渐近稳定性. 文献[4]利用可交换的向量场证明了非线性切换系统的全局渐近稳定性. 文献[5]研究了一类上三角形结构的非线性切换系统的全局一致渐近稳定性.

对于非切换连续系统而言, 文献[6]在非峰值(non-peaking)假设、输入–状态稳定性(ISS)假设和线性增长条件下得到了这类系统的全局稳定性. 文献[7,8]利用带切换增益的线性反馈和不变控制的方法给出了这类系统全局镇定的一些结果.

本文研究一类多输入级联非线性切换系统的全局镇定问题. 将文献[6]中关于连续系统的方法推广到此类非线性切换系统. 首先, 将线性切换子系统变换成一致规范型, 其次, 利用一致规范型的共同结构设计状态反馈来镇定线性部分, 最后, 通过构造复合共同Lyapunov函数来实现非线性切换系统在任意切换律下的全局渐近稳定性.

全文用$\|\cdot\|$表示向量欧几里得范数, $\|\cdot\|_2$ 表示由$\|\cdot\|$诱导的矩阵范数. 符号$\mathrm{diag}\{e_1,\cdots,e_p\}$表示以$e_j, j=1,\cdots,p$, 及O子块为元素的分块矩阵

$$\begin{bmatrix} e_1 & & \\ & \ddots & \\ & & e_p \end{bmatrix}.$$

收稿日期: 2006−11−17; 收修改稿日期: 2007−10−30.
基金项目: 天津市高等学校科技发展基金资助项目(20051527).

2 预备知识(Preliminaries)

考虑如下多输入级联非线性切换系统:

$$\dot{z} = f_i(z) + \psi_i(z,\xi), \tag{1}$$

$$\dot{\xi} = A_i\xi + B_i u_i, \tag{2}$$

其中:

$$\begin{aligned}&B_i = (b_{i1}, b_{i2}, \cdots, b_{ip}),\\&u_i = (u_{i1}, u_{i2}, \cdots, u_{ip})^{\mathrm{T}},\\&z \in \mathbb{R}^{n-m}, \xi \in \mathbb{R}^m,\\&u_{ij} \in \mathbb{R}, j = 1,2,\cdots,p,\\&u_i \in \mathbb{R}^p, A_i \in \mathbb{R}^{m\times m}, B_i \in \mathbb{R}^{m\times p},\\&b_{ij} \in \mathbb{R}^m, j = 1,2,\cdots,p,\end{aligned}$$

$f_i(z), \psi_i(z,\xi)$都是光滑的向量场且$f_i(0) = 0$, $\psi_i(0,0) = 0, i = 1,2,\cdots,l$.

首先对如下多输入多输出线性切换系统引入一致规范型的概念:

$$\begin{cases}\dot{\xi} = A_i\xi + B_i u_i,\\ y = C\xi,\\ i = 1,2,\cdots,l,\end{cases} \tag{3}$$

其中: $C = (C_1^{\mathrm{T}}, C_2^{\mathrm{T}}\cdots, C_p^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}, y \in \mathbb{R}^p, C_j \in \mathbb{R}^{1\times m}, j = 1,2,\cdots,p, C \in \mathbb{R}^{p\times m}$.

定义 1 如果存在整数$r_j \geqslant 1, j = 1,2,\cdots,p$, 满足$r = \sum\limits_{j=1}^{p} r_j < n$, 且存在非奇异线性变换$X = T\xi$ 将系统(3)变换成如下系统:

$$\begin{cases}\dot{x}_k^j = x_{k+1}^j, k = 1,2,\cdots,r_j - 1,\\ \dot{x}_{r_j}^j = Q_{i1}^j X_1 + Q_{i2}^j X_2 + K_i^j u_i,\\ \dot{X}_2 = P_{i1}X_1 + P_{i2}X_2 + D_i u_i,\\ y_j = x_1^j,\\ j = 1,2,\cdots,p, i = 1,2,\cdots,l,\end{cases} \tag{4}$$

其中:

$$\begin{aligned}&X_{r_j} = (x_1^j, x_2^j, \cdots, x_{r_j}^j)^{\mathrm{T}}, j = 1,2,\cdots,p,\\&X_1 = (X_{r_1}^{\mathrm{T}}, X_{r_2}^{\mathrm{T}}, \cdots, X_{r_p}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}},\\&X_2 = (x_{r+1}, \cdots, x_m)^{\mathrm{T}}, X = (X_1^{\mathrm{T}}, X_2^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}},\\&K_i^j = (k_{i1}^j, k_{i2}^j, \cdots, k_{ip}^j), k_{i1}^j, k_{i2}^j, \cdots, k_{ip}^j \neq 0,\\&Q_{i1}^j \in \mathbb{R}^{1\times r}, Q_{i2}^j \in \mathbb{R}^{1\times(m-r)}, j = 1,2,\cdots,p,\\&P_{i1} \in \mathbb{R}^{(m-r)\times r}, P_{i2} \in \mathbb{R}^{(m-r)\times(m-r)},\\&D_i \in \mathbb{R}^{(m-r)\times p}, i = 1,2,\cdots,l,\end{aligned}$$

那么称(4)是(3)的一致规范型.

下述定理给出了一致规范型存在的充分条件.

定理 1 设$r_j \geqslant 2, j = 1,2,\cdots,p$, 如果系统(3)满足以下条件:

a)

$$\begin{aligned}&b_{i1}, b_{i2}, \cdots, b_{ip}, (A_i - A_j)\xi \in\\&(\mathrm{span}\{C_1, C_1A_1, \cdots, C_1A_1^{r_1-2}, C_2, C_2A_1, \cdots,\\&C_2A_1^{r_2-2}, \cdots, C_p, C_pA_1, \cdots, C_pA_1^{r_p-2}\})^{\perp},\\&\forall\xi \in \mathbb{R}^m, i,j = 1,2,\cdots,l, i \neq j;\end{aligned}$$

b) $C_sA_1^{r_s-1}b_{ij} \neq 0, s,j = 1,2,\cdots,p$, 且矩阵

$$\begin{bmatrix}C_1A_1^{r_1-1}b_{i1} & C_1A_1^{r_1-1}b_{i2} & \cdots & C_1A_1^{r_1-1}b_{ip}\\ C_2A_1^{r_2-1}b_{i1} & C_2A_1^{r_2-1}b_{i2} & \cdots & C_2A_1^{r_2-1}b_{ip}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ C_pA_1^{r_p-1}b_{i1} & C_pA_1^{r_p-1}b_{i2} & \cdots & C_pA_1^{r_p-1}b_{ip}\end{bmatrix},$$

$i = 1,2,\cdots,l$,

是非奇异的; 那么(3)有一致规范型(4).

证 由条件a)和b)得

$$\begin{aligned}&C_sA_i^k = C_sA_1^k, 0 \leqslant k \leqslant r_s - 1,\\&C_sA_i^k b_{ij} = C_sA_1^k b_{ij} = 0, 0 \leqslant k \leqslant r_s - 2,\\&C_sA_i^{r_s-1}b_{ij} = C_sA_1^{r_s-1}b_{ij} \neq 0,\\&s,j = 1,2,\cdots,p, i = 1,2,\cdots,l.\end{aligned}$$

对于系统(3)的第i个子系统, 令

$$\begin{aligned}&f_i(\xi) = A_i\xi, g_{ij}(\xi) = b_{ij},\\&h_s(\xi) = C_s\xi, s,j = 1,2,\cdots,p,\end{aligned}$$

则

$$L_{g_{ij}}L_{f_i}^k h_s(\xi) = C_sA_i^k b_{ij} = 0, 0 \leqslant k \leqslant r_s - 2,$$

且$L_{g_{ij}}L_{f_i}^{r_s-1}h_s(\xi) = C_sA_i^{r_s-1}b_{ij} \neq 0$, 由相对阶的定义知, 第$i$个子系统的相对阶为$\{r_1, r_2, \cdots, r_p\}$, 相对阶之和为$r = \sum\limits_{j=1}^{p} r_j, i = 1,2,\cdots,l$. 因此, 系统(3)的所有子系统关于同一输出$y = C\xi$都有相对阶$\{r_1, r_2, \cdots, r_p\}$. 再则根据数学归纳法易证明行向量组$C_1, C_1A_1, \cdots, C_1A_1^{r_1-1}, \cdots, C_p, C_pA_1, \cdots, C_pA_1^{r_p-1}$线性无关.

于是取坐标变换$X = T\xi$, 其中$T = [C_1^{\mathrm{T}}, (C_1A_1)^{\mathrm{T}}, \cdots, (C_1A_1^{r_1-1})^{\mathrm{T}}, \cdots, C_p^{\mathrm{T}}, (C_pA_1)^{\mathrm{T}}, \cdots, (C_pA_1^{r_p-1})^{\mathrm{T}}, \beta_{r+1}^{\mathrm{T}}, \cdots, \beta_m^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$, 且选取行向量$\beta_{r+1}, \cdots, \beta_m$使得矩阵$T$非奇异, 通过简单计算, (3)可变换成一致规范型(4).

定义 2 称系统

$$\dot{X}_2 = Q_iX_2, i = 1,2,\cdots,l \tag{5}$$

为系统(4)的零动态, 其中:

$$Q_i = P_{i2} - D_i K_i^{-1} Q_{i2},$$
$$Q_{i2} = \left((Q_{i2}^1)^{\mathrm{T}}, (Q_{i2}^2)^{\mathrm{T}}, \cdots, (Q_{i2}^p)^{\mathrm{T}}\right)^{\mathrm{T}},$$
$$K_i = [k_{is}^j]_{p\times p} = [C_j A_1^{r_j-1} b_{is}]_{p\times p},$$
$$i = 1, 2, \cdots, l,$$

k_{is}^j为矩阵K_i中位于第j行第s列的元素.

显然, 零动态(5)也是一线性切换系统, 而且在一定条件下, 零动态在任意切换律下的稳定性能保证切换系统在任意切换律下的稳定性.

3　主要结果(Main result)

本节首先利用一致规范型及其零动态的共同二次Lyapunov函数设计状态反馈控制律来镇定系统(4), 从而使系统(3)在任意切换律下镇定. 其次在此基础上给出非线性切换系统(1)和(2)在任意切换律下全局渐近稳定的充分条件.

定理 2　如果系统(3)有一致规范型(4), 且存在正定对称矩阵$\bar{P}\in\mathbb{R}^{(m-r)\times(m-r)}$, 使得$\bar{P}Q_i + Q_i^{\mathrm{T}}\bar{P} \leqslant -I, i = 1, 2, \cdots, l$, 其中$Q_i$由式(5)给出, 那么存在控制律$u_i = u_i(\xi), i = 1, 2, \cdots, l$, 使得与系统(3)相应的闭环系统在任意切换律下是二次稳定的.

证　取系统(4)的控制律为

$$u_i = -K_i^{-1}[(Q_{i1} + E)X_1 + Q_{i2}X_2], \quad i = 1, 2, \cdots, l, \tag{6}$$

其中:

$$Q_{i1} = \left((Q_{i1}^1)^{\mathrm{T}}, (Q_{i1}^2)^{\mathrm{T}}, \cdots, (Q_{i1}^p)^{\mathrm{T}}\right)^{\mathrm{T}},$$
$$E = \mathrm{diag}\{e_1, e_2, \cdots, e_p\},$$
$$e_j = (e_1^j, e_2^j, \cdots, e_{r_j}^j), j = 1, 2, \cdots, p,$$

系数$e_1^j, e_2^j, \cdots, e_{r_j}^j, j = 1, 2, \cdots, p$都是正数且使得矩阵

$$\bar{A}_j = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -e_1^j & -e_2^j & -e_3^j & \cdots & -e_{r_j}^j \end{bmatrix}, j = 1, 2, \cdots, p$$

是Hurtiwz矩阵, 于是存在正定对称矩阵P_j满足$P_j\bar{A}_j + \bar{A}_j^{\mathrm{T}} P_j \leqslant -I, j = 1, 2, \cdots, p$, 那么闭环系统(4)和(6)为

$$\begin{cases} \dot{X}_{r_j} = \bar{A}_j X_{r_j}, \\ \dot{X}_2 = \sum\limits_{j=1}^{p} M_{ij} X_{r_j} + Q_i X_2, \\ y_j = x_1^j, \\ j = 1, 2, \cdots, p, i = 1, 2, \cdots, l, \end{cases} \tag{7}$$

其中:

$$(M_{i1} M_{i2} \cdots M_{ip}) = P_{i1} - D_i K_i^{-1}(Q_{i1} + E),$$
$$M_{ij} \in \mathbb{R}^{(m-r)\times r_j}, j = 1, 2, \cdots, p, i = 1, 2, \cdots, l.$$

取$V(X) = \sum\limits_{j=1}^{p} \hat{k}_j X_{r_j}^{\mathrm{T}} P_j X_{r_j} + \bar{V}(X_2)$, 其中$\bar{V}(X_2) = X_2^{\mathrm{T}} \bar{P} X_2, \hat{k}_j > 0, j = 1, 2, \cdots, p$待定, 显然, $\bar{V}(X_2)$是零动态(5)的共同二次Lyapunov函数.

$V(X)$沿闭环系统(7)的轨迹对时间t的导数为

$$\dot{V}(X) = \sum_{j=1}^{p} \hat{k}_j X_{r_j}^{\mathrm{T}} \left(P_i \bar{A}_j + \bar{A}_j^{\mathrm{T}} P_i\right) X_{r_j} + L_{Q_i X_2}\bar{V} + \sum_{j=1}^{p} L_{M_{ij}X_{r_j}}\bar{V} \leqslant -\sum_{j=1}^{p} \hat{k}_j X_{r_j}^{\mathrm{T}} X_{r_j} - X_2^{\mathrm{T}} X_2 + \sum_{j=1}^{p} L_{M_{ij}X_{r_j}}\bar{V},$$

易知存在常数$l_0 > 0, l_{ij} > 0, j = 1, 2, \cdots, p, i = 1, 2, \cdots, l$, 满足

$$\|M_{ij} X_{r_j}\| \leqslant l_{ij} \|X_{r_j}\|, \|\frac{\partial \bar{V}}{\partial X_2}\| \leqslant l_0 \|X_2\|.$$

令$\hat{l}_j = \max\{l_{ij} l_0, i = 1, 2, \cdots, l\}, j = 1, 2, \cdots, p$, 则

$$\dot{V}(X) \leqslant -\sum_{j=1}^{p} \hat{k}_j \|X_{r_j}\|^2 - \|X_2\|^2 + \sum_{j=1}^{p} \hat{l}_j \|X_{r_j}\| \|X_2\|,$$

对于上式最后一项, 令$\theta_j = \sqrt{2p\hat{l}_j}, j = 1, 2, \cdots, p$, 根据文献[9]中引理1得

$$\hat{l}_j \|X_{r_j}\| \|X_2\| \leqslant p\hat{l}_j^{\,2} \|X_{r_j}\|^2 + \frac{\|X_2\|^2}{4p}.$$

选取$\hat{k}_j > p\hat{l}_j^{\,2}, j = 1, 2, \cdots, p$, 则

$$\dot{V}(X) \leqslant -\sum_{j=1}^{p} (\hat{k}_j - p\hat{l}_j^{\,2}) \|X_{r_j}\|^2 - \frac{3}{4}\|X_2\|^2 \leqslant -K_0\left(\sum_{j=1}^{p} \|X_{r_j}\|^2 + \|X_2\|^2\right),$$

其中

$$K_0 = \min\{\hat{k}_1 - p\hat{l}_1^{\,2}, \hat{k}_2 - p\hat{l}_2^{\,2}, \cdots, \hat{k}_p - p\hat{l}_p^{\,2}, \frac{3}{4}\} > 0,$$

所以, $V(X)$是闭环系统(7)的共同二次Lyapunov函数. 因此控制律(6)能镇定系统(4). 易得在原坐标ξ下, 控制律(6) 为以下形式:

$$u_i = u_i(\xi) = K_i^{-1}([-Q_{i1} \quad -Q_{i2}]T\xi - F), \quad i = 1, 2, \cdots, l, \tag{8}$$

其中

$$F = \left(\sum_{k=1}^{r_1} e_k^1 C_1 A_1^{k-1} \xi, \cdots, \sum_{k=1}^{r_p} e_k^p C_p A_1^{k-1} \xi\right)^{\mathrm{T}}.$$

由于非奇异坐标变换不改变系统的稳定性, 因此,

控制律(8)在任意切换律下能二次镇定系统(3).

定理 3 如果非线性切换系统(1)和(2)满足以下条件:

a) 存在矩阵$C \in \mathbb{R}^{p\times m}$使得线性切换系统(2)关于输出$y = C\xi$有一致规范型(4), 且存在正定对称矩阵$\bar{P} \in \mathbb{R}^{(m-r)\times(m-r)}$, 满足$\bar{P}Q_i + Q_i^{\mathrm{T}}\bar{P} \leqslant -I, i = 1, 2, \cdots, l$, 其中$Q_i$由式(5)给出;

b) $\psi_i(z,\xi)$关于ξ满足全局Lipschitz条件, 即存在常数$L > 0$, 使得

$$\|\psi_i(z,\xi_1) - \psi_i(z,\xi_2)\| \leqslant L\|\xi_1 - \xi_2\|,$$
$$\forall z \in \mathbb{R}^{n-m}, \forall \xi_1, \xi_2 \in \mathbb{R}^m, i = 1, 2, \cdots, l;$$

c) 存在正定径向无界光滑函数$W_0(z)$满足$L_{f_i(z)}W_0(z) < 0, \forall z \neq 0, i = 1, 2, \cdots, l$, 并存在正常数$\alpha, \beta$, 使得

$$\|\frac{\partial W_0}{\partial z}\| \leqslant \alpha\|z\|, \frac{\partial W_0}{\partial z}\psi_i(z,0) \leqslant -\beta\|z\|^2,$$
$$i = 1, 2, \cdots, l;$$

那么(1)和(2)在任意切换律下是全局渐近稳定的.

证 条件a)保证了定理2成立, 于是选取控制律为式(8), 令

$$U(\xi) = V(T\xi) = \xi^{\mathrm{T}}(T^{\mathrm{T}}\hat{P}T)\xi,$$
$$i = 1, 2, \cdots, l, \tag{9}$$

其中$\hat{P} = \mathrm{diag}\{\hat{k_1}P_1, \cdots, \hat{k_p}P_p, \bar{P}\}$.

由于$\hat{P}$是对称正定矩阵, 且T非奇异, 则$T^{\mathrm{T}}\hat{P}T$也是对称正定矩阵. $U(\xi)$沿闭环系统(2)和(8)的轨迹对时间t的导数为

$$\dot{U}(\xi) \leqslant -K_0\frac{\|\xi\|^2}{\|T^{-1}\|_2^2}. \tag{10}$$

令$\theta = \sqrt{\dfrac{2\alpha L}{3K_0}}, \beta = \dfrac{\alpha^2L^2}{2K_0}$, 取复合Lyapunov函数

$$W(z,\xi) = \|T^{-1}\|_2^2U(\xi) + W_0(z),$$

则$W(z,\xi)$沿闭环系统(1) (2)和(8)的轨迹对时间t的导数为

$$\begin{aligned}\dot{W}(z,\xi) \leqslant\ & \frac{\partial W_0}{\partial z}f_i(z) - K_0\|\xi\|^2 + \frac{\partial W_0}{\partial z}\psi_i(z,0) + \\ & \frac{\partial W_0}{\partial z}(\psi_i(z,\xi) - \psi_i(z,0)) \leqslant \\ & \frac{\partial W_0}{\partial z}f_i(z) - K_0\|\xi\|^2 - \beta\|z\|^2 + \\ & \alpha L(\frac{\theta^2}{2}\|z\|^2 + \frac{1}{2\theta^2}\|\xi\|^2) \leqslant \\ & \frac{\partial W_0}{\partial z}f_i(z) - (K_0 - \frac{\alpha L}{2\theta^2})\|\xi\|^2 - \\ & (\beta - \frac{\alpha L\theta^2}{2})\|z\|^2 < 0, \forall (z^{\mathrm{T}}, \xi^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}} \neq 0.\end{aligned}$$

因此, $W(z,\xi)$是(1) (2)和(8)的正定径向无界共同Lyapunov函数, 从而闭环系统(1) (2)和(8)在任意切换律下是全局渐近稳定的.

4 结论(Conclusion)

本文通过设计线性子系统的状态反馈解决了一类多输入级联非线性切换系统在任意切换律下的全局镇定问题. 文中将文献[6]中关于连续系统的方法推广到具有一般性的多输入多输出切换系统中. 在线性部分是最小相位且有一致规范型的条件下, 利用其状态的增益线性反馈使得非线性切换系统在任意切换律下是全局渐近稳定的. 值得注意的是由于非线性交叉项的影响, 一致规范型及其零动态在任意切换律下的稳定性不足以保证整个非线性切换系统在任意切换律下的稳定性. 因此, 文中对非线性部分进行了适当的技巧处理, 得到了整个非线性切换系统全局渐近稳定的新的充分条件.

参考文献(References):

[1] LIBERZON D, MORSE A S. Basic problem in stability and design of switched systems[J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 1999, 19(5): 59 – 70.

[2] AGRACHEV A A, LIBERZON D. Lie-algebraic stability criteria for switched systems[J]. *SIAM Journal of Control Optimization*, 2001, 40(1): 253 – 270.

[3] LIBERZON D, HESPANHA J P, MORSE A S. Stability of switched linear systems: a Lie-algebraic condition[J]. *Systems & Control Letters*, 1999, 37(3): 117 – 122.

[4] MANCILLA-AGUILAR J L. A condition for the stability of switched nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Automatica Control*, 2000, 45(11): 2077 – 2079.

[5] ANGELI D, LIBERZON D. A note on uniform global asymptotic stability of nonlinear switched systems in triangular form[C] // *Proceedings of the 14th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems*. Perpignan, France: [s.n.], 2000.

[6] SEPULCHRE R, JANKOVIC M, KOKOTOVIC P. *Constructive Nonlinear Control*[M]. London: Springer-Verlag, 1997.

[7] MARECZEK J, BUSS M, SPONG M W. Invariance control for a class of cascade nonlinear Systems[J]. *IEEE Transactions on Automatica Control*, 2002, 47(4): 636 – 640.

[8] MARECZEK J, BUSS M, SCHMIDT G. Sufficient conditions for invariance control of a class of nonlinear systems[C] //*Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control*. Sydney, NSW: [s.n.], 2000, 2: 1900 – 1905.

[9] ZHAO S Z, ZHAO J. Global stabilization of a class of a cascade switched nonlinear systems[C] //*Proceedings of the 43rd IEEE Conference on Decision and Control*. Atlantis: [s.n.], 2004, 11: 14 – 17.

作者简介:

董亚丽 (1963—), 女, 博士, 天津工业大学理学院教授, 研究方向为非线性系统控制理论与应用等, E-mail: dongyl@vip.sina.com;

范姣姣 (1982—), 女, 天津工业大学理学院研究生, 研究方向为非线性系统控制, E-mail: fanjiaojiaof@163.com;

秦化淑 (1934—), 女, 中国科学院数学与系统科学研究院系统科学研究所研究员, 博士生导师, 研究方向为非线性系统控制及鲁棒控制.