

基于模糊ARMAX模型的模糊建模

王宏伟¹, 于双和²

(1. 大连理工大学 电信学院, 辽宁 大连 116023; 2. 大连海事大学 自动化与电气学院, 辽宁 大连 116023)

摘要: 提出了一种利用MGS(modified Gram-Schmidt)算法建立模糊ARMAX模型的方法, 给出了基于MGS算法的模型结构和参数辨识的一体化方法. 利用MGS正交变换对通过GK模糊聚类的聚类结果进行变换, 确定对模型贡献大的规则, 删除对模型贡献小的规则, 同时对模型中的参数进行估计. 本文提出的方法能够实现模糊模型的结构和参数的优化. 仿真结果表明, 本文提出的方法能够建立非线性系统的模糊ARMAX模型.

关键词: 模糊建模; GK模糊聚类; 辨识; 正交变换

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Fuzzy modeling based on fuzzy ARMAX model

WANG Hong-wei¹, YU Shuang-he²

(1. School of Information and Electrical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian Liaoning 116023, China;

2. School of Automation and Electrical Engineering, Dalian Maritime University, Dalian Liaoning 116023, China)

Abstract: The MGS (modified Gram-Schmidt) algorithm is proposed to construct the fuzzy ARMAX model. An integrated algorithm for structure identification and parameter identification of fuzzy model is given based on MGS algorithm. The result from GK fuzzy clustering is transformed to confirm the important rules and to remove the less important rules by means of MGS transformation. The parameters of fuzzy model are estimated via the proposed method; and the structure and parameters of fuzzy model are optimized. Simulation results show that the fuzzy ARMAX model of non-linear system can be built by the proposed algorithm.

Key words: fuzzy modeling; GK fuzzy clustering; identification; orthogonal transforms

1 引言(Introduction)

基于T-S模型可以形成模糊ARMAX模型, 即FARMAX模型. 对于FARMAX模型的结构辨识, 本质上是确定模糊模型的规则, 及规则数. 对于模糊模型的结构辨识, 现在主要有模糊网格法、模糊聚类法、模糊决策树^[1~3]. 但是对于聚类方法的有效性, 网格划分的判别准则却没有一个完整的理论和方法. 因此, 模糊模型的简化是模糊模型结构辨识中的最主要的任务. Wang^[4]提出了一种基于Gram-Schmidt正交化算法来确定模糊系统的基函数的方法. 该方法采用了Gram-Schmidt正交化算法对模糊基函数进行正交化, 然后根据输出矢量在正交化模糊基函数上的投影大小选取模糊基函数.

本文提出了一种利用MGS(modified Gram-Schmidt)算法建立模糊ARMAX模型的方法, 给出

了基于MGS算法的模型结构和参数辨识的一体化方法. 利用MGS正交变换对通过GK模糊聚类的聚类结果进行变换, 确定对模型贡献大的规则, 删除对模型贡献小的规则, 同时对模型中的参数进行估计. 本文提出的方法能够实现模糊模型的结构和参数的优化. 仿真结果表明, 提出的方法能够方便快捷地实现非线性系统的建模.

2 模糊ARMAX模型的描述和参数估计(Description of fuzzy ARMAX model and parameter estimation)

2.1 模糊ARMAX模型的描述(Description of fuzzy ARMAX model)

对于多输入多输出(MIMO)的系统, 可以分解成多个多输入单输出(MISO)系统, 因此这里以MISO系

统为例进行讨论. 其模型为:

$$\begin{aligned} R_i : & \text{ if } y(t - \tau) \text{ is } A_{i1}, \dots, \\ & u_p(t - \tau_p - n_p) \text{ is } A_{i, n_y + n_1 + n_2 + \dots + n_p + 1}, \\ & \text{ then } y_i = p_{i0} + p_{i1}y(t - \tau) + \dots + \\ & p_{i, n_y + n_1 + \dots + n_p} u_p(t - \tau_p - n_p). \end{aligned} \quad (1)$$

其中: R_i 是第*i*条规则, A_{ij} 是模糊集合($i = 1, 2, \dots, c, j = 1, 2, \dots, n_y + 1 + \sum_{i=1}^p (n_i + 1)$), 其隶属函数为 $\mu_{A_{ij}}$, 隶属度函数中的参数是前件参数; y_i 为后件线性函数的输出; P_{ij} 是后件参数; $u_1(\cdot), \dots, u_p(\cdot)$ 是输入变量, $y(\cdot)$ 是输出变量; $\tau, \tau_1, \dots, \tau_p$ 是滞后时间; n_y, n_1, \dots, n_p 是输入变量的阶数.

为了方便, 令 x_1, x_2, \dots, x_M 为

$$\begin{cases} x_1 = x_1(t) = y(t - \tau), \\ \vdots \\ x_{n_y + 1} = x_{n_y + 1}(t) = y(t - \tau - n_y), \\ \vdots \\ x_M = x_M(t) = u_p(t - \tau_p - n_p). \end{cases} \quad (2)$$

这里 $M = n_y + 1 + \sum_{i=1}^p (n_i + 1)$. 模型(1)能够以下列形式表达: 设 x_1, x_2, \dots, x_M 是系统的输入变量, 将模糊模型(1)经聚类方法转换后, 可以变成如下形式:

$$R_i : \text{ if } Z \text{ is } \bar{Z}_i, \text{ then } y_i = \Theta_i^T \hat{Z}, i = 1, 2, \dots, c. \quad (3)$$

其中: Z 是输入向量, $Z = (x_1, \dots, x_M)^T \in \mathbb{R}^M$, \bar{Z}_i 是第*i*类的中心向量, $\bar{Z}_i = (\bar{x}_{i1}, \dots, \bar{x}_{iM})^T$, μ_i 是输入向量在第*i*类里的隶属度, y_i 是第*i*条规则的后件输出, Θ_i 为第*i*条规则的后件参数向量, $\Theta_i = (p_{i0}, \dots, p_{iM})^T$, \hat{Z} 是后件部分的输入向量, $\hat{Z} = (1, x_1, \dots, x_M)^T$, c 为规则数. 下面基于式(3)形式的模糊模型来研究辨识方法.

2.2 参数估计(Parameter estimation)

对于给定的*N*个输入输出数据对 $\{Z_k, y_k\}, k = 1, 2, \dots, N$, 其中 Z_k 是*M*维输入向量, $Z_k = (x_{1k}, x_{2k}, \dots, x_{Mk})^T$, 可以转化成观测矩阵 Z_e , Z_e 为 $[1, Z]$ 的矩阵, 其行向量为 $[1, Z_k^T]$, $Z_e \in \mathbb{R}^{N(M+1)}$. 另外, 将每条规则的权重 $\mu_{ik} (i = 1, 2, \dots, c, j = 1, 2, \dots, N)$ 形成一个 $N \times N$ 维的对角阵, 即 $\Gamma_i, \Gamma_i \in \mathbb{R}^{N \times N}, \text{diag}\{\Gamma_i\} = (\mu_{1i}, \mu_{2i}, \dots, \mu_{Ni}), i = 1, 2, \dots, c$. 这样形成一个新的矩阵 Z , 即

$$Z = [\Gamma_1 Z_e, \Gamma_2 Z_e, \dots, \Gamma_c Z_e]. \quad (4)$$

另外, 被估计的参数向量 $\Theta (\Theta \in \mathbb{R}^{c(M+1)})$ 为 $\Theta = [\theta_1^T, \theta_2^T, \dots, \theta_c^T]^T$, 其中 $\theta_i = [p_{i0}, p_{i1}, \dots, p_{iM}]^T$. 这样模型(3)的输出变为下列形式:

$$Y = Z \cdot \Theta + e. \quad (5)$$

其中: $Y = [y_1, y_2, \dots, y_N]^T$, e 为逼近误差. 应用最小二乘, 通过式(6)可以估计参数.

$$\Theta = (Z^T Z)^{-1} Z^T Y. \quad (6)$$

3 模糊模型的化简和数据压缩(Simplification and data compression of fuzzy model)

若用最小二乘法解如式(6)超定方程, 求解模型的参数, 需要解决以下几个问题:

1) 在基于模糊模型的建模过程中, 往往采用模糊聚类的方法, 但是如果聚类效果不好, 使各类之间存在线性相关性.

2) 在工程实际应用中, 由于噪声和干扰的存在, 以及变量之间的耦合, 使输入变量之间存在线性相关性.

对于1) 2)两个问题, 会使 $Z^T Z$ 形成奇异矩阵, 即使不是奇异矩阵, 但由于 $Z^T Z$ 存在着近似为零的特征值, 使得 Θ 的估计变得不可信. 对于模糊模型(3)来说, 它的参数向量总含有一些对建模贡献非常小的元素. 如果在辨识参数向量之前, 通过一定的方法, 确定出这些元素所在的位置, 然后将它们从中删除, 重构模型(3), 这样既降低了式(3)的维数, 又有利于降低计算量和提高辨识精度.

本文采用文[5]提出的GK模糊聚类方法, 由于篇幅的限制, 这里不再赘述. 经过聚类后得到如下形式的模糊推理关系矩阵:

$$U = \begin{bmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & \dots & \mu_{1c} \\ \mu_{21} & \mu_{22} & \dots & \mu_{2c} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mu_{N1} & \mu_{N2} & \dots & \mu_{Nc} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

对式(7)的模糊推理关系矩阵进行正交分解

$$U = W \cdot A, \quad (8)$$

其中: W 是正交矩阵, A 为对角线是1, 其他元素为 $\alpha_{ij} (i = 1, 2, \dots, c, j = i + 1, \dots, c)$ 的上三角矩阵. 为了确定各规则模型对系统贡献的大小, 用 W 代替 U 来确定模型规则. 首先, 将 W 的列向量构建成一个对角阵 $W_i, W_i = \text{diag}\{\omega_i\}, i = 1, 2, \dots, c$. 用 W_i 代替 Γ_i , 这样就有新的输入矩阵 $Z', Z' = [W_1 Z_e, W_2 Z_e, \dots, W_c Z_e]$, 这样模糊模型(3)可以转化为下列形式:

$$Y = \Theta' \cdot Z', \quad (9)$$

其中:

$$\Theta' = [g_1^T, g_2^T, \dots, g_c^T]^T,$$

$$g_i = [g_{i0}, g_{i1}, \dots, g_{iM}]^T.$$

下面根据MGS原理来简化模糊模型. 设

$$u_i^{(0)} = u_i = [\mu_{1i}, \mu_{2i}, \dots, \mu_{Ni}]^T, i = 1, 2, \dots, c,$$

$$\Gamma_i^{(0)} = \text{diag}\{u_i^{(0)}\},$$

(即矩阵 $\Gamma_i^{(0)}$ 的对角线上元素为 $u_i^{(0)}$ 向量内的元素), $P_i^{(0)} = \Gamma_i^{(0)} Z_e, i = 1, 2, \dots, c, Y^{(0)} = Y$. 则模糊模型结构和参数确定过程如下:

1) $k = 1$;

2) 计算

$$P_k^{(i)} = \frac{\langle P_i^{(k-1)}, Y^{(k-1)} \rangle}{\langle P_i^{(k-1)}, P_i^{(k-1)} \rangle},$$

$$[\text{err}]_i = \frac{(P_k^{(i)})^2 \langle P_i^{(k-1)}, P_i^{(k-1)} \rangle}{\langle Y, Y \rangle}, i = k, \dots, c;$$

3) 设 $[\text{err}]_k = \max\{[\text{err}]_i, k \leq i \leq c\}$, 则矩阵 $U^{(k-1)}$ 的第 i 列与第 k 列交换. 为方便起见交换后的矩阵仍记为 $U^{(k-1)}$, 同时矩阵 A 中的第 i 列与第 k 列的前 $k-1$ 个元素交换;

4) 正交化估计参数

$$\omega_k = u_k^{(k-1)}, \alpha_{ki} = \frac{\langle \omega_k, u_i^{(k-1)} \rangle}{\langle \omega_k, \omega_k \rangle}, \quad (10a)$$

$$u_i^{(k)} = u_i^{(k-1)} - \alpha_{ki} \omega_k, \Gamma_i = \text{diag}\{u_i^{(k)}\}, \quad (10b)$$

$$P_i^{(k)} = \Gamma_i^{(k)} Z_e, i = k + 1, \dots, c, \quad (10c)$$

$$W_k = \text{diag}\{\omega_k\}, Z_k = [W_k Z_e], \quad (10d)$$

$$g_k = \frac{\langle Z_k, Y^{(k-1)} \rangle}{\langle Z_k, Z_k \rangle}, Y^{(k)} = Y^{(k-1)} - g_k Z_k; \quad (10e)$$

5) 若 $1 - \sum_{i=1}^{M_s} [\text{err}]_i = \rho \leq \rho_{\max}$, 则算法结束; 否则, $k = k + 1$, 转到第2)步.

通过上述步骤求得参数向量 Θ' , $W_k (k = 1, 2, \dots, M_s)$ 和规则数 M_s , 通过下式回代, 求得向量 Θ_k .

$$\Gamma_k X_e \Theta_k = W_k X_e g_k, 1 \leq k \leq M_s. \quad (11)$$

4 仿真实例(Simulation example)

例 设非线性系统为:

$$y(t+1) = \frac{y(t) + y(t-1)}{1 + y(t)^2 + y(t-1)^2} + u(t)^3. \quad (12)$$

从被辨识对象(12)中产生500个样本点, 这500个样本点是利用输入信号产生的. 利用本文提出的模糊建模方法对上述非线性系统进行建模. 在建模中将 $y(k), y(k-1), u(k)$ 作为输入量, 用500对输

入输出数据, 采用GK模糊聚类方法进行模糊聚类, $c = 15$. 通过本文提出的正交分解后, 每条规则对于建模所提供的贡献如表1所示.

表 1 每条规则对于建模所提供的贡献

Table 1 Provided contribution by each rule for modeling

| rule | $[\text{err}]_i$ | rule | $[\text{err}]_i$ | rule | $[\text{err}]_i$ |
|------|------------------|------|------------------|------|------------------|
| 11 | 0.7052 | 5 | 0.1371 | 7 | 0.878 |
| 14 | 0.0398 | 1 | 0.00926 | 3 | 0.006038 |
| 8 | 0.003691 | 4 | 0.002951 | 9 | 0.000843 |
| 15 | 0.000843 | 12 | 0.000530 | 10 | 0.000330 |
| 2 | 0.00028 | 13 | 0.00019 | 6 | 0.00012 |

通过表1分析, 模糊模型的第1, 3, 8, 4, 9, 15, 12, 10, 2, 13, 6条规则对于建模的贡献基本没有, 因此本文采用了第11, 5, 7, 14条规则作为最后描述模糊模型的规则. 这样经过辨识后, 均方误差为0.0209. 图1给出了辨识模型的输出与实际输出的比较, 图2为误差曲线.

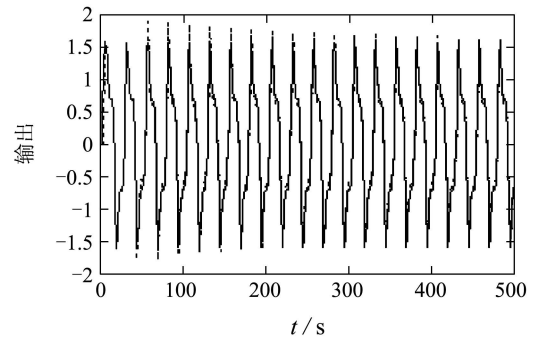


图 1 辨识模型的输出与实际输出的比较
Fig. 1 Comparison between the output of model and the output of real system

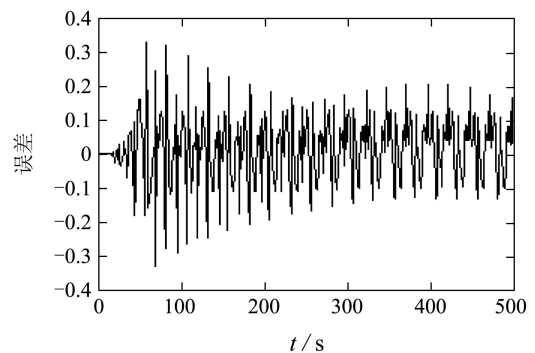


图 2 误差曲线
Fig. 2 Error diagram

从图1辨识结果和图2的误差曲线, 可以看出本文提出的方法可以建立非线性系统的模型, 并能够提

高模型的辨识精度, 为非线性系统建模提供了新的工具.

5 结论(Conclusions)

本文利用MGS正交变换, 通过GK模糊聚类的聚类结果进行变换, 确定对模型贡献大的规则, 删除对模型贡献小的规则, 同时对模型中的参数进行估计. 仿真结果表明, 提出方法可以确定规则数、减少规则之间的冗余度, 优化模型结构.

参考文献(References):

- [1] TOMOHIRO T, SUGENO M. Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 1985, 15(1): 116 – 132.
- [2] HWANG H S, WOO K B. Linguistic fuzzy model identification[J]. *IEE Proceeding: Control Theory and Applications*, 1995, 142(6): 537 – 544.
- [3] LIANG W, REZA L. Complex systems modeling via fuzzy logic[J].

IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics-1, 1996, 26(1): 100 – 106.

- [4] WANG L X, MENDEL J M. Fuzzy basis functions, universal approximation and orthogonal least-squares learning[J]. *Neural Network*, 1992, 3(5): 1 – 8.
- [5] GUSTAFSON D, KESSEL W. Fuzzy clustering with a fuzzy covariance matrix[C] // *Proceedings of IEEE Conference on Control and Decision*. CA, USA: [s.n.], 1979: 761 – 766.

作者简介:

王宏伟 (1969—), 男, 博士, 现在大连理工大学自动化系工作, 副教授, 现已在国内外发表论文几十篇, 其中SCI, EI, ISTP检索共计50余篇, 申请国家专利两项, 获得过国家科技进步奖, 山东省科技进步奖等, 研究领域为建模、辨识与控制、非线性系统, E-mail: wanghw@dlut.edu.cn;

于双和 (1968—), 男, 博士, 现在大连海事大学自动化与电气学院工作, 教授, 研究领域为神经网络控制、非线性控制、机器人.

下 期 要 目

- 无动力双足步行机器人控制策略与算法..... 刘振泽, 田彦涛, 张佩杰, 周长久
- 高精度快速非线性离散跟踪微分器..... 谢云德, 龙志强
- 带最小批量约束的计划问题及其拉格朗日松弛算法..... 潘常春, 杨根科, 孙 凯, 陆恒云
- 三轴稳定挠性卫星姿态机动时变滑模变结构和主动振动控制..... 胡庆雷, 马广富, 姜 野, 刘亚秋
- 基于RBF神经网络的非线性时间序列在线预测..... 张冬青, 宁宣熙, 刘雪妮
- 受控排队系统的平均最优与约束平均最优..... 张兰兰, 郭先平
- 不确定脉冲系统的动态输出反馈 H_∞ 控制..... 陈武华, 唐友建, 王俊歌, 卢小梅
- 控制量前具有不确定系数的电液伺服系统自适应控制..... 方一鸣, 韩永成, 赵琳琳, 李 强
- 二维非线性临界解析动态系统的局部渐近稳定性..... 倪郁东, 沈吟东
- 相关观测融合Kalman估值器及其全局最优性..... 冉陈键, 顾 磊, 邓自立
- 传感器有故障的Delta算子线性不确定系统的鲁棒D-稳定..... 肖民卿
- 二型Takagi-Sugeno-Kang模糊模型和不确定高斯混合模型的等价性..... 张钦礼, 王士同, 谭左平
- 基于多参数规划的显式模型预测系统设计的可行域扩张算法..... 张 聚, 郝 平, 王万良
- 基于PNN和IGS的铅锌烧结块成分智能集成预测模型..... 王春生, 吴 敏, 余锦华
- 含有负载扰动系统的多控制器自适应控制..... 游乙龙, 李昇平, 王 勇