

文章编号: 1000-8152(2009)01-0107-04

## 采用Brent优化的核学习单步预测控制算法

刘毅, 王海清, 李平

(浙江大学工业控制技术国家重点实验室工业控制研究所, 浙江杭州 310027)

**摘要:** 针对非线性SISO系统, 提出一种基于核学习辨识模型的单步预测控制算法(kernel learning one-step-ahead predictive control, KLOPC). 通过KL辨识模型得到系统的一步超前预报值, 并引入输出反馈和偏差校正以克服模型失配等因素引起的预测误差, 以此构造一步加权预测控制性能指标, 然后采用Brent一维搜索方法求取控制律. 该方法无需任何相关的导数信息, 需调整的参数少, 求解效率高. 在一非线性液位系统的仿真研究表明了KLOPC优于整定的PID和其它基于KL模型的控制方法, 对噪声和扰动等均具有更好的鲁棒性和自适应性.

**关键词:** 非线性系统; 核学习; 单步预测控制; Brent优化

**中图分类号:** TP273; TP301.6 **文献标识码:** A

## Kernel learning one-step-ahead predictive control algorithm using Brent optimization

LIU Yi, WANG Hai-qing, LI Ping

(State Key Laboratory of Industrial Control Technology, Institute of Industrial Process Control, Zhejiang University, Hangzhou Zhejiang 310027, China)

**Abstract:** A novel kernel learning one-step-ahead predictive control (KLOPC) algorithm is presented for the general unknown single-input/single-output nonlinear systems. Firstly, a one-step-ahead predictive model is obtained by using the KL identification framework; secondly, a new one-step-ahead weighted predictive control performance index is formulated; thirdly, the control law is computed via Brent optimization method, which is efficient and reliable in one dimension search without knowing any derivative of the KL identification model. This simple KLOPC scheme has few parameters to be chosen, making it very suitable for real-time control. Simulation results of a nonlinear process show that the new KLOPC algorithm is superior to other methods based on KL model and the well tuned PID controller. The proposed KLOPC strategy also exhibits more satisfactory robustness and adaptation to both additive noise and unknown process disturbance.

**Key words:** nonlinear system; kernel learning; one-step-ahead predictive control; Brent optimization

### 1 引言(Introduction)

神经网络(neural networks, NN)的非线性逼近能力使得NN非线性系统辨识和控制技术得到了广泛研究<sup>[1~3]</sup>, 但NN存在的拓扑结构难确定和过拟合等问题制约了其应用和发展. 支持向量机(support vector machines, SVM)和核学习(kernel learning, KL)方法<sup>[4,5]</sup>已应用到工业过程的建模和故障诊断等领域中<sup>[6,7]</sup>. 针对非线性系统的控制, 文<sup>[8]</sup>提出了基于SVM的一步超前预测控制, 但缺乏对控制量的约束易导致过大的控制作用; Zhong等人基于二次多项式核函数SVM得到单步预测控制律<sup>[9]</sup>, 较NN控制效果更好, 但其辨识模型缺乏普遍性.

为设计简单有效的适合工业过程的控制器, 提出一种基于KL辨识模型的单步预测控制算法(KL one-step-ahead predictive control, KLOPC). 先由KL辨识出非线性系统的模型, 并用最新的测量值校正辨识模型以克服模型失配等因素引起的误差, 接着由Brent方法<sup>[10]</sup>优化目标函数以求取控制量. 在小样本数据情况下, KL辨识的模型准确且推广性能较好; 以Brent法求取控制律无需辨识模型相关的导数信息; 且整个KLOPC控制器需调整的参数少.

### 2 KLOPC控制算法(KLOPC control algorithm)

考虑如下的非线性SISO系统:

$$y(k+d) = f[y(k+d-1), \dots, y(k+d-n_y), u(k), \dots, u(k-n_u+1)]. \quad (1)$$

其中:  $u(k)$ 和 $y(k)$ 分别是 $k$ 时刻系统的输入和输出,  $n_u$ 和 $n_y$ 分别为其相应的阶次, 时滞为 $d(d \geq 1)$ ,  $f(\cdot)$ 是一未知的非线性函数. 为推导方便, 设 $d=1$ , 并记

$$\begin{aligned} Y(k) &= [y(k), \dots, y(k-n_y+1)], \\ U(k-1) &= [u(k-1), \dots, u(k-n_u+1)], \\ x(k) &= [Y(k), u(k), U(k-1)], \end{aligned}$$

则式(1)可表示为

$$y(k+1) = f[Y(k), u(k), U(k-1)] = f[x(k)]. \quad (2)$$

可采用并行(或串-并行)NN模型<sup>[1]</sup>来提供输出 $y(k+1)$ 的预报值 $y_m(k+1)$ , 然而NN基于传统的经验风险最小化原则, 容易过拟合导致推广能力下降. 相比之下, 以SVM为代表的KL建模方法基于结构风险最小化原则, 具有很好的非线性处理能力, 能保证在小样本情况下(很多工业过程只能得到很有限的输出)辨识的模型推广性能较好, 且模型容易获得<sup>[4~6]</sup>. 因此, 本文提出由KL方法辨识非线性系统的模型并依此得到KLOPC控制律. 根据统计学习理论<sup>[4,5]</sup>, 并行形式的KL辨识模型可表示为

$$y_m(k+1) = \text{KL}[x(k), \alpha(k)]. \quad (3)$$

其中 $\alpha(k)$ 为KL模型的参数, 可离线学习或在线学习自适应调整<sup>[4~6]</sup>. 当KL为SVM回归<sup>[4]</sup>(support vector regression, SVR)或最小二乘SVR<sup>[5]</sup>(least squares SVR, LSSVR)时, 式(3)可统一为

$$y_m(k+1) = \sum_{i=1}^{N_{\text{SV}}} \alpha_i K\langle x(i), x(k) \rangle + b. \quad (4)$$

其中:  $\alpha_i$ 为广义拉格朗日乘子: 选择SVR时 $\alpha_i$ 为拉格朗日乘子的线性组合; 采用LSSVR时 $\alpha_i$ 即为拉格朗日乘子.  $N_{\text{SV}}$ 为支持向量个数,  $K\langle x(i), x(k) \rangle$ 为满足Mercer定理的核函数<sup>[4]</sup>,  $b$ 为偏置.

为了克服模型失配等因素引起的误差, 提高对各种不可测干扰的鲁棒性, 有必要用实测的输出信息来校正预报值 $y_m(k+1)$ , 以构成闭环预测. 本文采用一种简单的校正方法<sup>[9]</sup>, 即根据最新的系统输出 $y(k)$ 和KL辨识模型输出 $y_m(k)$ 之间的误差 $e(k) = y(k) - y_m(k)$ , 来校正预报值 $y_m(k+1)$ , 即

$$y_p(k+1) = y_m(k+1) + he(k). \quad (5)$$

其中:  $h$ 为误差修正系数, 取为1<sup>[9]</sup>. 设 $y_r(k)$ 是 $k$ 时刻的参考轨迹, 由设定值 $y_{sp}$ 获得<sup>[9]</sup>, 采用如下的一步加权预测控制性能指标:

$$J[u(k)] = [E(k+1)]^2 + \lambda[u(k) - u(k-1)]^2, \quad (6)$$

$$\text{s.t. } u_{\min}(k) \leq u(k) \leq u_{\max}(k),$$

$$\Delta u_{\min}(k) \leq \Delta u(k) \leq \Delta u_{\max}(k). \quad (7)$$

其中:  $E(k+1) = y_r(k+1) - y_p(k+1) = y_r(k+1) - y_m(k+1) - e(k)$ 为误差项,  $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$ 为控制量的变化,  $\lambda(\lambda > 0)$ 表示控制作用的加权因子. 当 $J[u(k)]$ 可微时, 可用梯度下降法求取控制律<sup>[8]</sup>:

$$u(k) = u(k-1) - \mu \frac{\partial J}{\partial u(k-1)}. \quad (8)$$

然而, 其缺点是优化步长 $\mu$ 不好选取; 且没有真正考虑式(7)的约束; 况且 $J[u(k)]$ 并不总是可微的.

注意到上述问题可归结为一单变量实函数有约束边界的最小值问题, 可采用基于非导数优化的方法如: 随机搜索, 黄金分割法, 或遗传算法等智能方法求解. 考虑到控制系统的实时性要求, 本文采用Brent法<sup>[10]</sup>, 它是求解有约束单变量极值问题一种高效可靠的方法.

Brent法巧妙结合了黄金分割搜索和抛物线插值法两者的优点: 基于抛物线插值的思想, 在优化迭代步长的选取方面, 将抛物线插值与黄金分割法相结合, 从而自适应限定移动步长的大小并确保新的区间包含最优解<sup>[10]</sup>.

选择Brent法优点在于: 无需 $J[u(k)]$ 可微; 可同时考虑输入约束(文[8,9]等方法则不行); 能确保在每一控制时刻快速求取目标函数 $J[u(k)]$ (尽管它始终都在变化)的极小值, 具有很好的自适应性.

因此, 采用Brent法求解 $J[u(k)]$ 在区间 $[\max(u(k-1) + \Delta u_{\min}(k), u_{\min}(k)), \min(u(k-1) + \Delta u_{\max}(k), u_{\max}(k))]$ 的最小值便可求得 $u(k)$ . 所提出的基于Brent优化的KLOPC控制器由两个模块组成: KL辨识模型和Brent优化控制器. 在 $k$ 时刻, 由KL辨识模型得到单步预报值 $y_m(k+1)$ , 并加上修正误差 $e(k)$ 得到 $y_p(k+1)$ , 和参考轨迹 $y_r(k+1)$ 相比得到总误差 $E(k+1)$ , 从而构成目标函数 $J[u(k)]$ , 最终由Brent优化方法求取 $u(k)$ .

### 3 仿真研究(Simulation study)

以文[2,3]的非线性液位系统为研究对象. 文[2]设计了NN自适应控制器, 文[3]采用基于递归模糊NN的广义预测控制, 控制效果均不错. 然而, 前者需要系统精确的数学模型且其瞬态增益必须为正; 后者控制器复杂且计算量大.

不失一般性, 以离线学习的SVR作为KL辨识模型, 选择KL方法中常用的Gaussian核函数<sup>[4,5]</sup>:  $K\langle x_i, x_k \rangle = \exp(-\|x_i - x_k\|^2 / \sigma^2)$ , 参数 $\sigma$ 为核宽度.

以 $[-1, 1]$ 的白噪声序列对系统进行激励得到辨识数据集, 考虑小样本情况, 样本数为100,  $x(k) = [y(k), y(k-1), u(k), u(k-1)]$ . 由交叉验证法<sup>[5]</sup>得到SVR的线性不敏感损失函数参数 $\varepsilon = 0.005$ , 惩罚系数 $\gamma = 100$ , 核参数 $\sigma^2 = 16$ ,  $N_{SV} = 48$ , 最终获得辨识模型.

为了全面验证所提出的KLOPC控制器的简单和有效, 作如下两方面研究:

- 1) 和另外两种基于KL辨识模型的控制器的控制效果进行比较, 突出采用Brent优化的优越性;
- 2) 和PID控制器比较以表明KLOPC控制器的自适应性和鲁棒性.

### 3.1 3种KLOPC控制策略的比较(Comparisons of three KLOPC control strategies)

在设计控制器时, 梯度下降法(简记为Gradient)需调整 $\mu$ 和 $\lambda$ 两个参数, 文[9]方法(记为Zhong)和Brent法均只需调整 $\lambda$ 一个参数. 以积分绝对误差IAE作为性能指标, 调整相应的参数得到较满意的结果. 图1比较了3种方法的控制效果, 从中可知基于Brent优化的KLOPC控制器有最快的阶跃响应, 超调小, 综合控制效果最佳.

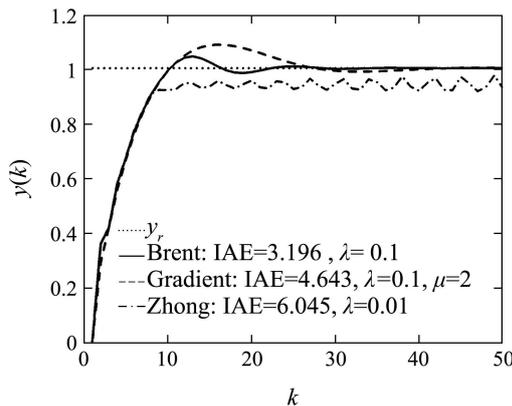


图 1 不同KLOPC控制效果的比较

Fig. 1 Comparisons of system response to the set-point tracking based on different control schemes

Gradient法由于 $\mu$ 不好选取(较大的 $\mu$ 收敛快但可能不稳定, 反之亦然)造成较大的超调, 且 $\mu$ 和 $\lambda$ 相互制约增大了参数选取的难度. 如前所述, 采用二次多项式核进行辨识<sup>[9]</sup>不具有普遍性; 用卡丹公式求解控制律并不能保证 $u(k)$ 满足输入约束, 因此Zhong法出现了振荡和稳态误差. 3种方法计算量都较小, 以Gradient法最快(整个过程耗时0.172 s), Zhong法次之(0.203 s), Brent法稍慢(0.765 s).

$\lambda$ 是用于限制 $\Delta u(k)$ 的剧烈变化, 以减少对被控对象的过大冲击. 较大的 $\lambda$ 可实现稳定控制, 但也减弱了控制作用. Brent法中 $\lambda$ 可调整的范围较大,

当 $0.001 \leq \lambda \leq 0.1$ 时, 都能获得很好的控制效果(最大的IAE = 4.691). 而Zhong法对 $\lambda$ 依赖性较大: 如当 $\lambda = 0.001$ 时, IAE = 7.082; 当 $\lambda = 0.1$ 时, IAE = 15.804. 这充分说明了Brent法能自适应的根据优化目标 $J[u(k)]$ 的不同求取 $u(k)$ , 受 $\lambda$ 的影响相对较小.

### 3.2 Brent法KLOPC控制律和PID的比较(Comparisons of Brent KLOPC and PID)

为了突出Brent法KLOPC控制策略的优越性, 与一优化整定的PID控制器比较, 其参数为 $(K_c, T_i, T_d) = (1, 0.2, 0.01)$ <sup>[3]</sup>. 跟踪类似文[3]的波形, 对系统的输出加入均值为0, 方差为0.02的白噪声, 同时在 $k = 35$ 处加入幅值为0.3的反向干扰, 为表明KLOPC对参数选取的鲁棒性, 仍取 $\lambda=0.1$ (此时不一定最优, 下同).

从图2可知, 此时输出含有一定的噪声并受到较大的扰动, 但系统并没有受到太大的影响, 尤其在扰动后很快恢复正常. 而PID受到扰动后恢复到稳态的过渡时间较长, 抗干扰能力不强. 为获得统计意义下的结果, 进行蒙特卡洛实验50次, 得到KLOPC和PID的平均IAE分别为7.013和8.684, 这表明KLOPC的综合控制效果(跟踪和调节)均优于PID控制器, 对噪声和扰动具有更好的鲁棒性.

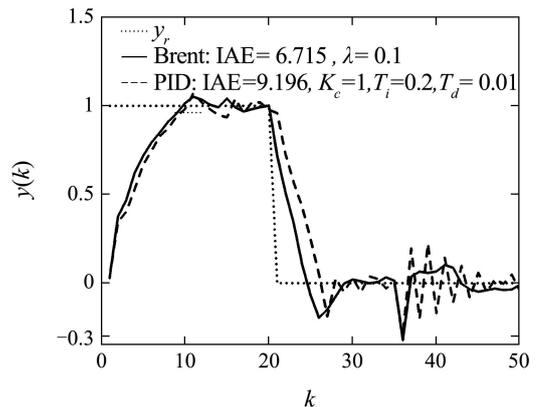


图 2 噪声和扰动下跟踪效果比较

Fig. 2 System response with both noise and disturbance

为了进一步研究KLOPC控制器的自适应能力, 考虑跟踪如下参考轨迹:

$$y_r(k) = \begin{cases} -0.5, & 1 \leq k \leq 20, \\ 0.7 \sin[\exp(\frac{k-20}{200} \pi)], & 21 \leq k \leq 200. \end{cases} \quad (9)$$

它由一阶跃信号和一频率逐渐变大的正弦曲线组成. 从图3可知KLOPC控制器在不改变任何参数的情况下仍旧能很好的跟踪新的参考轨迹. 而PID已无法跟踪前一部分的阶跃信号, 这意味着其

参数需重新整定;同时,在跟踪正弦波形时,随着频率的变大,PID控制逐渐跟不上节拍,有较大的振荡.两方面均表明KLOPC较PID有更好的自适应能力,这是由于KLOPC基于KL辨识模型,且采用Brent优化 $J[u(k)]$ ,能保证控制器参数适应范围较广.计算时间PID(跟踪式(9),0.08 s)较KLOPC(1.97 s)更快.

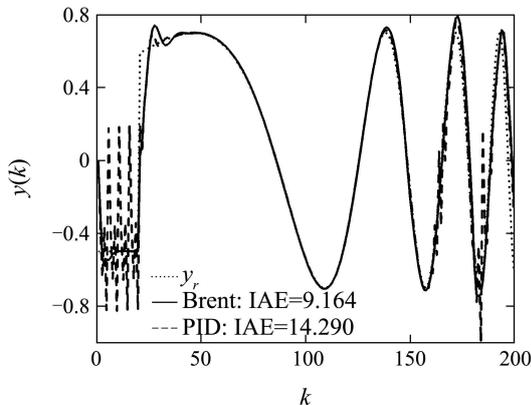


图3 混合波形跟踪效果比较

Fig. 3 System response to tracking a mixed wave

综上,KLOPC控制方法以准确的KL辨识模型为基础设计控制器,采用Brent优化高效的求解目标函数获得控制律,两方面共同保证KLOPC控制器在各种情况下均有满意的控制效果.

#### 4 结论(Conclusion)

KL辨识模型能很好的描述非线性系统,基于Brent法优化的控制器需调整的参数少,无需辨识模型的导数信息,并可确保高效求取控制律.仿真研究验证了采用Brent法的KLOPC控制器性能优于其它相应的方法;同时较优化整定的PID控制器对噪声和扰动等均具有更好的鲁棒性,且能自适应跟踪不同的参考轨迹.因此,基于KL设计的先进控制算法在工业过程的控制中将逐步展现其应用潜力.

#### 参考文献(References):

- [1] NARENDRA K S, PARTHASARATHY K. Identification and control of dynamical systems using neural networks[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1990, 1(1): 4 – 27.
- [2] AHMED M S. Neural-net-based direct adaptive control for a class of nonlinear plants[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(1): 119 – 124.
- [3] LU C H, TSAI C C. Generalized predictive control using recurrent fuzzy neural networks for industrial processes[J]. *Journal of Process Control*, 2007, 17(1): 83 – 92.
- [4] SCHOLKOPF B, SMOLA A J. *Learning with Kernels*[M]. Cambridge, MA: MIT Press, 2002.
- [5] SUTKENS J A K, VAN GESTEL T, DE BRABANTER J, et al. *Least Squares Support Vector Machines*[M]. Singapore: World Scientific, 2002.
- [6] WANG H Q, LI P, SONG Z H, et al. Kernel classifier with adaptive structure and fixed memory for process diagnosis[J]. *AIChE Journal*, 2006, 52(10): 3515 – 3531.
- [7] 刘瑞兰, 牟盛静, 苏宏业, 等. 基于支持向量机和粒子群算法的软测量建模[J]. *控制理论与应用*, 2006, 23(6): 895 – 899. (LIU Ruilan, MU Shengjing, SU Hongye, et al. Modeling soft sensor based on support vector machine and particle swarm optimization algorithms[J]. *Control Theory & Applications*, 2006, 23(6): 895 – 899.)
- [8] 张浩然, 韩正之, 李昌刚. 基于支持向量机的未知非线性系统辨识与控制[J]. *上海交通大学学报*, 2003, 37(6): 927 – 930. (ZHANG Haoran, HAN Zhengzhi, LI Changgang. Support vector machine based unknown nonlinear systems identification and control[J]. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 2003, 37(6): 927 – 930.)
- [9] ZHONG W M, HE G L, PI D Y, et al. SVM with polynomial kernel function based nonlinear model one-step-ahead predictive control[J]. *Chinese Journal of Chemical Engineering*, 2005, 13(3): 373 – 379.
- [10] BRENT R P. *Algorithms for Minimization without Derivatives*[M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1973.

#### 作者简介:

刘毅 (1982—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为核学习自适应建模与控制等, E-mail: yliu@iipc.zju.edu.cn;

王海清 (1974—), 男, 博士, 副教授, 主要研究方向为统计学习建模、监测与故障诊断等, E-mail: hqwang@iipc.zju.edu.cn;

李平 (1954—), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为复杂工业过程建模与控制等, E-mail: pli@iipc.zju.edu.cn.