第 26 卷第 2 期
2009 年 2 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 26 No. 2
Feb. 2009

文章编号: 1000−8152(2009)02−0183−03

传感器有故障的Delta算子线性不确定系统的鲁棒D–稳定

肖民卿

(福建师范大学 数学与计算机科学学院, 福建 福州 350007)

摘要: 研究传感器有故障的Delta算子线性不确定系统的鲁棒D–稳定问题, 旨在设计控制器以消除系统不确定性和传感器故障的影响, 确保闭环系统极点落在复平面指定圆盘区域内. 由于传感器故障具有连续的故障模型, 本文采用线性矩阵不等式(LMI)方法, 利用故障模型的结构信息, 得出了Delta算子系统状态反馈鲁棒D–稳定控制器存在的充分条件, 并由此提出相应控制器设计方法. 数值算例表明设计方法的可行性和有效性.

关键词: 可靠控制; Delta算子系统; 鲁棒D–稳定; 线性矩阵不等式(LMI); 传感器故障

中图分类号: TP273 **文献标识码**: A

Robust D-stabilization for Delta operator systems with sensor failure

XIAO Min-qing

(School of Mathematics and Computer Science, Fujian Normal University, Fuzhou Fujian 350007, China)

Abstract: The robust D-stabilization is studied for the delta operator-formulated linear uncertain systems with sensor failures. The purpose is to design a controller which can tolerate sensor failures, such that the closed-loop poles always locate in a specified disk on the complex plane for all admissible uncertainties. Based on the linear continuous model of the sensor failures, the sufficient condition for the existence of a robust D-stabilization controller is derived via the linear matrix inequality(LMI) approach, and the design procedure is also presented. A numerical example is provided to demonstrate the availability of the design method.

Key words: reliable control; delta operator system; robust D-stabilization; linear matrix inequality(LMI); sensor failure

1 引言(Introduction)

近年来, 关于Delta算子系统[1]的各类控制问题成为控制理论与应用研究的热点之一. 众所周知, 可靠控制是针对系统部件(通常指执行器和传感器)可能出现的故障, 设计相应控制器, 确保系统在故障发生的情况下仍能正常工作的一类控制问题[2~5]. D–镇定指的是配置闭环系统极点于复平面指定圆盘区域内的控制问题[6,7]. 对于Delta算子系统, 文献[8]进行了鲁棒D–稳定性能分析, 并提出状态反馈控制器设计方法; 文献[9]研究了具有执行器故障的Delta算子系统可靠鲁棒H_∞控制问题, 将故障执行器输入视作外部干扰信号的一部分进行处理; 文献[10]则研究了具有执行器故障的Delta算子不确定系统鲁棒D–稳定可靠控制问题, 针对离散故障模型, 以矩阵Riccati方程形式给出控制器存在的充分条件.

本文针对具有传感器故障的Delta算子范数有界参数不确定系统, 探讨可靠鲁棒D–稳定控制问题. 由于连续故障模型不仅包含了离散故障模型的情况, 而且能更真实地描述实际故障[3], 因此, 本文考虑传感器故障为连续故障模型的情形, 运用线性矩阵不等式(LMI)方法, 充分利用故障模型的结构信息, 给出状态反馈鲁棒D–稳定可靠控制器存在的充分条件和控制器设计方法, 并利用Delta算子系统的特点, 推广结论得到Delta算子系统鲁棒稳定可靠控制器的存在条件. 通过数值算例表明本文方法的可行性和有效性.

2 问题描述(Problem description)

设Delta算子参数不确定离散系统为

$$\delta x(k) = (A + \Delta A)x(k) + (B + \Delta B)u(k). \quad (1)$$

其中: δ为Delta算子符号, $\delta = \dfrac{q-1}{T}$, 这里q表示前向移位算子, 即$qx(k) = x(k+1)$, T为采样周期;

收稿日期: 2007−12−09; 收修改稿日期: 2008−04−30.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60673014).

$x(k) \in \mathbb{R}^n$为系统状态, $u(k) \in \mathbb{R}^m$为控制输入; A, B为适维常数矩阵, $\Delta A, \Delta B$为系统不确定性, 具有如下形式:

$$[\Delta A \ \ \Delta B] = EF[G_1 \ \ G_2].$$

式中: E, G_1, G_2为已知适维矩阵, F为满足$F^{\mathrm{T}}F \leqslant I$的不确定参数矩阵, 其中$I$为适维单位矩阵.

采用状态反馈控制, 考虑系统存在传感器故障, 控制器形式和传感器连续故障模型分别为

$$u(k) = Kx^f(k),\ x^f(k) = Mx(k). \tag{2}$$

式中传感器故障矩阵$M = \mathrm{diag}\{m_1, m_2, \cdots, m_n\}$, 即以$m_1, m_2, \cdots, m_n$为对角元的对角矩阵, 这里$m_i$满足$0 \leqslant m_{vi} \leqslant m_i \leqslant m_{ui}$, 其中$m_{vi}, m_{ui}$为已知常数, 且$m_{ui} \geqslant 1$, $i = 1, 2, \cdots, n$. 当$m_i = 0$时, 表示第i个传感器完全失效; 当$m_i = 1$时, 表示第i个传感器工作正常; 当$m_{vi} < m_i < m_{ui}$, 且$m_i \neq 1$时, 表示第i个传感器部分失效, 意味着第i个传感器输出信号偏离准确值. 现给出记号:

$$\check{M} = \mathrm{diag}\{m_{v1}, m_{v2}, \cdots, m_{vn}\},$$
$$\hat{M} = \mathrm{diag}\{m_{u1}, m_{u2}, \cdots, m_{un}\},$$
$$\bar{M} = \frac{1}{2}(\hat{M} + \check{M}),\ J = \frac{1}{2}(\hat{M} - \check{M})\bar{M}^{-1},$$
$$L = \mathrm{diag}\{l_1, l_2, \cdots, l_n\} = (M - \bar{M})\bar{M}^{-1},$$
$$|L| = \mathrm{diag}\{|l_1|, |l_2|, \cdots, |l_n|\},$$

则$\check{M} \leqslant M \leqslant \hat{M},\ M = \bar{M}(I + L),\ |L| \leqslant J \leqslant I$.

在含有传感器故障的状态反馈控制器(2)作用下, Delta算子闭环系统为

$$\delta x(k) = [A + \Delta A + (B + \Delta B)KM]x(k). \tag{3}$$

用记号$D(a, r)$表示复平面上以$a+\mathrm{j}0$为圆心, r为半径的圆盘内部. 对于Delta算子系统, 若以γ表示对应于Delta变换的复频率域变量, 则其稳定域为γ复平面上的圆盘区域$D(-1/T, 1/T)$[1]. 所谓Delta算子系统D–稳定, 是指系统极点, 即状态矩阵特征值均落在包含于稳定域的给定圆盘$D(a, r)$ 中.

本文研究的问题是: 给定Delta算子系统稳定域中的圆盘$D(a, r)$和传感器故障模型参数$\check{M}$, $\hat{M}$, 设计状态反馈控制器(2), 使得对所有可容许的系统参数不确定性以及传感器的所有可能故障, Delta算子闭环系统(3)是D–稳定的, 称这样的控制器为Delta算子系统(1)的鲁棒D–稳定可靠控制器.

3 主要结果(Main results)

引理 1 给定适维矩阵Y, C和D, 其中Y是对称的, 则对所有满足$H^{\mathrm{T}}H \leqslant I$的对角矩阵$H$, 矩阵不等式$Y + CHD^{\mathrm{T}} + DHC^{\mathrm{T}} < 0$ 均成立的充分必要条件是, 存在一个对角矩阵$U > 0$, 使得

$$Y + CUC^{\mathrm{T}} + DU^{-1}D^{\mathrm{T}} < 0.$$

定理 1 如果存在对称矩阵$P > 0$, 对角矩阵$U > 0$且$U < P$, 以及矩阵X和正数ε, 使得

$$\begin{bmatrix} -P+\varepsilon EE^{\mathrm{T}} & AP-aP & 0 & BX & 0 \\ * & -r^2P-P & PG_1^{\mathrm{T}} & P & PJ \\ * & * & -\varepsilon I & G_2X & 0 \\ * & * & * & -P & 0 \\ * & * & * & * & -U \end{bmatrix} < 0 \tag{4}$$

成立, 其中$*$表示由矩阵的对称性得到的块矩阵, 则Delta算子系统(1)存在鲁棒D–稳定可靠控制器, 控制增益矩阵为$K = XP^{-1}\bar{M}^{-1}$.

根据定理1可以得到Delta算子系统(1)鲁棒D–稳定可靠控制器的设计方法. 式(4)是关于变量P, U, X和ε的线性矩阵不等式, 与约束条件$U < P$共同构成一个线性矩阵不等式系统(LMIs), 因此可以用各种有效的凸优化算法或现成计算软件, 如MATLAB的LMI工具箱进行求解, 若其可行解存在, 记为$(\tilde{P}, \tilde{U}, \tilde{X}, \tilde{\varepsilon})$, 则$K = \tilde{X}\tilde{P}^{-1}\bar{M}^{-1}$就是Delta算子系统(1)的鲁棒D–稳定可靠控制器增益矩阵.

当取$a = -1/T$, $r = 1/T$时, 圆盘$D(a, r)$即为Delta算子系统稳定域$D(-1/T, 1/T)$, 因此, 利用定理1便可得到Delta算子系统(1)鲁棒稳定可靠控制器的存在条件, 这个条件可以统一连续时间系统和通常离散时间系统鲁棒稳定可靠控制问题的相应结果(略).

若考虑Delta算子不确定系统(1)的标称系统

$$\delta x(k) = Ax(k) + Bu(k). \tag{5}$$

由定理1, 取$E = 0, G_1 = 0, G_2 = 0$, 稍加整理即得

推论 1 如果存在对称矩阵$P > 0$, 对角矩阵$U > 0$且$U < P$, 以及矩阵X, 使得

$$\begin{bmatrix} -P & AP-aP+BX & BX & 0 \\ * & -r^2P & 0 & PJ \\ * & * & -P & 0 \\ * & * & * & -U \end{bmatrix} < 0 \tag{6}$$

成立, 则Delta算子标称系统(5)存在D–稳定可靠控制器, 控制增益矩阵为$K = XP^{-1}\bar{M}^{-1}$.

注 1 事实上, 给定稳定域中的圆盘$D(a, r)$, 可靠鲁棒D–稳定状态反馈控制器的存在条件仅与系统状态矩阵和输入矩阵有关, 因此, 对于连续时间线性系统(此时$D(a, r)$ 包含在连续系统稳定域左半s复平面中)和通常离散时间线性系统(此时$D(a, r)$包含在离散系统稳定域$D(0, 1)$中)的鲁棒D–稳定可靠控制问题, 定理1的结论同样成立. 同样地, 推论1也适用于连续时间标称系统和通常离散时间标称系统的可靠D–稳定控制.

注 2　在推论1中, 若取$U = J$, 即得到文献[4]中的定理3, 由此说明, 文献[4]的定理3 是本文推论1的特殊情况, 换言之, 就线性标称系统的D–稳定可靠控制器存在问题而言, 本文推论1给出的条件较文献[4]定理3给出的条件具有更小的保守性. 其原因在于, 本文借助引理1充分利用了连续故障模型的结构信息.

4 数值算例(Numeral example)

考虑Delta算子不确定系统(1), 其中:

$$A=\begin{bmatrix}-1.43 & 0.32 & -1.78\\ 0.89 & -2.05 & 0.28\\ 0.12 & 1.32 & -1.92\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}0.48 & -0.11\\ 0.16 & -1.12\\ 0.65 & -0.19\end{bmatrix},$$

$$E=\begin{bmatrix}0.15\\ -0.15\\ 0.13\end{bmatrix},\ G_1^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix}-0.86\\ 0.14\\ 0.45\end{bmatrix},\ G_2^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix}0.33\\ -1.28\end{bmatrix}.$$

采样周期$T = 0.1$. 给定稳定域中圆盘$D(-3, 2)$. 传感器故障矩阵$M = \begin{bmatrix}m_1 & m_2 & m_3\end{bmatrix}$, $0.7 \leqslant m_1 \leqslant 2$, $0.4 \leqslant m_2 \leqslant 1.4$, $0.7 \leqslant m_3 \leqslant 1.8$.

根据上文提出的设计方法, 应用MATLAB的LMI工具箱求解相应的LMIs, 可行解存在, 表明系统(1)可实现鲁棒D–稳定可靠控制, 控制增益矩阵为

$$K=\begin{bmatrix}1.1745 & -1.1856 & -2.2924\\ 0.9071 & -0.3629 & -1.3424\end{bmatrix}.$$

对不确定参数矩阵F和故障矩阵M 的所有可容许取值, 闭环系统的极点分布如图1所示.

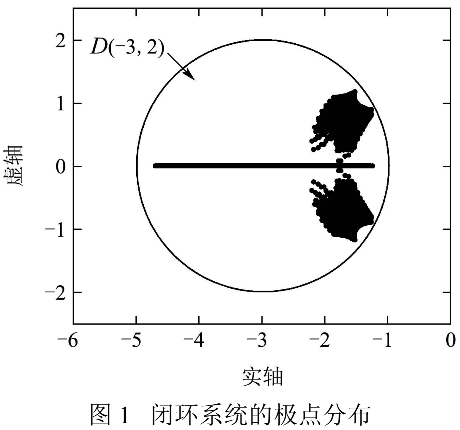

图 1　闭环系统的极点分布

Fig. 1　Pole distribution of the closed-loop system

若考虑Delta算子不确定系统(1)的标称系统, 根据推论1, 运用MATLAB软件计算可得其D–稳定可靠控制增益矩阵为

$$K=\begin{bmatrix}1.0390 & -1.1280 & -2.1355\\ 0.8193 & -0.3269 & -1.2426\end{bmatrix}.$$

如果采用文献[4]的方法, 则运用MATLAB的LMI工具箱无法求得相应LMIs的可行解, 这表明对于线性标称系统, 本文设计方法较文献[4]的方法降低了求解的保守性.

5 结束语(Conclusion)

本文研究了Delta算子不确定系统鲁棒D–稳定可靠控制问题, 针对系统含有传感器故障情况, 充分利用连续故障模型的结构信息, 给出状态反馈鲁棒D–稳定可靠控制器存在条件的矩阵不等式刻画, 由此提出相应控制器的设计方法. 文中结论和方法完全适用于连续系统和通常离散系统情形.通过数值算例, 应用MATLAB软件计算表明算法是可行的, 且具有较小的保守性.

参考文献(References):

[1] MIDDLETON R H, GOODWIN G C. Improved finite word length characteristics in digital control using delta operator[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1986, 31(11): 1015 – 1021.

[2] VEILLETTE R J, MEDANIC J V, PERKINS W R. Design of reliable control systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1992, 37(3): 290 – 304.

[3] YANG G H, WANG J L, SOH Y C. Reliable controller design for linear systems[J]. *Automatica*, 2001, 37(5): 717 – 725.

[4] 姚波, 张庆灵, 王福忠, 等. 具有传感器故障的可靠圆盘极点配置[J]. 控制与决策, 2004, 19(3): 346 – 348.
(YAO Bo, ZHANG Qingling, WANG Fuzhong, et al. Reliable circular disk pole placement with sensor failures[J]. *Control and Decision*, 2004, 19(3): 346 – 348.)

[5] 王福忠, 姚波, 张庆灵. 基于LMI双故障动态输出反馈完整性控制[J]. 控制理论与应用, 2006, 23(6): 976 – 980.
(WANG Fuzhong, YAO Bo, ZHANG Qingling. LMI-based dynamic output feedback control possessing integrity when either actuator or sensor fails[J]. *Control Theory & Applications*, 2006, 23(6): 976 – 980.)

[6] FURUTA K, KIM S B. Pole assignment in a specified disk[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1987, 32(5): 423 – 427.

[7] GARCIA G, BERNUSSOU J. Pole assignment for uncertain systems in a disk by state feedback[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1995, 40(1): 184 – 190.

[8] 张端金, 吴捷, 杨成梧. Delta算子系统圆形区域极点配置的鲁棒性[J]. 控制与决策, 2001, 16(3): 337 – 340.
(ZHANG Duanjin, WU Jie, YANG Chengwu. Robustness of pole assignment in a circular region for delta operator systems[J]. *Control and Decision*, 2001, 16(3): 337 – 340.)

[9] 向峥嵘, 陈庆伟, 胡维礼. 具有执行器故障的不确定Delta算子系统鲁棒H_∞控制[J]. 控制与决策, 2001, 16(4): 491 – 493.
(XIANG Zhengrong, CHEN Qingwei, HU Weili. Robust H_∞ control of uncertain delta operator systems with actuator failure[J]. *Control and Decision*, 2001, 16(4): 491 – 493.)

[10] 刘满, 井元伟, 张嗣瀛. Delta算子系统D稳定鲁棒容错控制[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2004, 25(8): 715 – 718.
(LIU Man, JING Yuanwei, ZHANG Siying. D-stable robust fault-tolerant control for delta operator systems[J]. *Journal of Northeastern University (Natural Science)*, 2004, 25(8): 715 – 718.)

作者简介:

肖民卿　(1970—), 男, 副教授, 博士, 目前研究方向为鲁棒控制、可靠控制、Delta算子系统控制等, E-mail: xxmmqq@fjnu.edu.cn.