

一种变论域模糊控制自适应算法

文生平¹, 赵国平², 蔡康雄²

(1. 华南理工大学 聚合物新型成型装备国家工程研究中心, 广东 广州 510640;

2. 华南理工大学 聚合物成型加工工程教育部重点实验室, 广东 广州 510640)

摘要: 针对受控系统非线性、时变性、复杂性和不确定性的特点, 文中采用一种基于模糊控制的变论域自适应控制算法, 将变论域引入模糊控制的隶属函数中, 设计了输入函数的自适应律, 并通过李雅普诺夫函数进行了稳定性分析. 仿真结果表明在有干扰的情况下, 算法能很好的跟踪系统输入, 使系统跟踪误差小且能够保证系统的稳定性. 该算法结构简单, 具有良好的鲁棒性和动态性能, 同时克服了系统参数变化对稳定性造成的不利影响. 仿真实例表明了本算法的正确性和有效性.

关键词: 模糊控制; 自适应算法; 变论域; 仿真

中图分类号: TP273.2 **文献标识码:** A

A fuzzy-control adaptive algorithm with variable domain

WEN Sheng-ping¹, ZHAO Guo-ping², CAI Kang-xiong²

(1. National Engineering Research Center of Novel Equipment for Polymer Processing, Guangzhou Guangdong 510640, China;

2. The Key Laboratory of Polymer Processing Engineering, South China University of Technology, Guangzhou Guangdong 510640)

Abstract: To deal with the nonlinearity, time-varying property, complexity and uncertainty in the controlled systems, a variable domain for membership functions is introduced by adopting an adaptive algorithm for changing the domain based on fuzzy control. The adaptive law is designed for input functions, and the stability is then analyzed through Lyapunov function. Simulation results also show that the system output can follow the input variation even in the case of external interferences. This algorithm has simple structure, high robustness and desired dynamic performance; ensuring the stability of the system with low tracking error and eliminating the negative effect on stability caused by system parameter variations. Finally, simulation examples illustrate the validity and feasibility of the results.

Key words: fuzzy control; adaptive algorithms; variable domain; simulation

1 引言(Introduction)

模糊控制器因其无须建立系统数学模型和对参数变化的不敏感性特点, 一般在受控系统对象参数或结构存在较大的不确定性因素时采用. 而自适应控制的目的是在系统出现随机因素时, 仍能使系统保持原有的特性. 因此, 模糊控制与自适应控制方法具有很强的融合性. 近年来国内外许多学者就模糊自适应控制方法作了研究, 本文对参考文献[1]的控制方法进行了改进并对算法进行了仿真, 证明了该算法的有效性.

2 自适应模糊控制简介(Introduction of adaptive fuzzy control)

考虑 n 阶非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \vdots \\ \dot{x}_n = f(x) + g(x)u, \\ y = x_1. \end{cases} \quad (1)$$

假设 x 是可测的, 其可用下式表示:

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T = (x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})^T \in \mathbb{R}^n, \quad (2)$$

$f(x), g(x)$ 是未知连续函数且 $g(x) > 0$; $u \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$ 分别表示输入与输出.

在理想情况下, 当 $f(x), g(x)$ 均为已知量, 则可以

推导出理想控制律 $\bar{u}$ 为

$$\bar{u} = \frac{1}{g(x)}[-f(x) + Y_r^{(n)} + k^T e]. \quad (3)$$

实际上不可能完全消除系统的非线性, 所以实际上理想控制律无法实现. 王立新通过采用下述的方法来求解此问题:

$$u = u_c(x|\theta) + u_s, \quad (4)$$

式中: $u_c(x|\theta)$ 为模糊控制器, u_s 为监督控制器^[2], 且有

$$u_c(x|\theta) = \frac{1}{g(x|\theta_g)}[-f(x|\theta_f) + Y_r^n + k^T e], \quad (5)$$

$$f(x|\theta_f) = \theta_f^T \xi, \quad (6)$$

$$\xi^l = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{F_i}^l(x_i)}{\sum_{i=1}^M [\prod_{i=1}^n \mu_{F_i}^l(x_i)]}, \quad l = 1, 2, \dots, M. \quad (7)$$

式中: $\mu_{F_i}^l$ 为状态 x_i 在第 l 条规则中对模糊集的隶属度, n 为状态个数, M 为规则数目, 模糊基函数用 $\xi = [\xi^1, \xi^2, \dots, \xi^M]^T$ 表示. 自适应调节向量参数 θ_f 在参考文献[2]中给出了具体的表达式.

2.1 变论域模糊系统(Fuzzy system of variable domain)

模糊逻辑控制器从功能上进行划分主要由以下四部分组成: 过程量输入、控制量输出、模糊规则知识库、模糊算法. 其结构如图1所示.

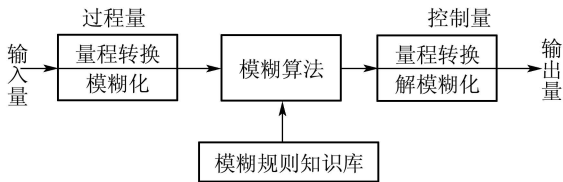


图1 模糊控制器结构示意图

Fig. 1 Structure diagram of fuzzy controller

将模糊控制器的输入量用 x_i 表示, 输出变量用 y 表示. 变论域的特点是随着输入的变化, 输出论域可以进行自调整. 设输入的初始论域为 $[-E, E]$, 输出的初始论域为 $[-U, U]$. 记

$$X_i(x_i) = [-\gamma_i(x_i)E, \gamma_i(x_i)E], \quad (8)$$

$$Y(y) = [-b(y)U, b(y)U]. \quad (9)$$

式中 $\gamma_i(x_i)$ ($i = 1, 2, \dots, n$)与 $b(y)$ 叫做论域的伸缩因子, 根据参考文献[3]可知其具有: 1) 对偶性; 2) 避零性; 3) 单调性; 4) 协调性; 5) 正规性的性质.

采用下述公式计算 $\gamma_i(x_i)$ 的值:

$$\gamma_i(x_i) = (1 - \zeta e^{-k x_i^2}). \quad (10)$$

将误差和误差的变化率分别用 α_i, β_i 表示, 则

$$\gamma_{A_i}(\alpha_i) = 1 - \zeta e^{-k \alpha_i^2}, \quad (11)$$

$$\gamma_{B_i}(\beta_i) = 1 - \zeta e^{-k \beta_i^2}. \quad (12)$$

式中: $k > 0$, k 反映了控制系统的灵敏度, 它的大小影响论域伸缩速度, k 值越大, 论域伸缩越快, 对系统的响应度也就越高; ζ 是最小论域取值范围系数: $0 < \zeta < 1$, 它反映了受控系统的控制精度^[4], 这里取 $k = 6$, $\zeta = 0.9$.

以T-S模糊逻辑系统作为函数逼近器, 建立如下的If-Then模糊控制规则:

$$\begin{aligned} R: & \text{ if } \alpha_i \text{ is } A_i \text{ and } \beta_i \text{ is } B_i, \\ & \text{ then } y_i, \quad i = 1, 2, \dots, k, \end{aligned} \quad (13)$$

式中: A_i, B_i 表示模糊控制规则.

对于高阶系统来说, 控制系统的所有被控对象都包含于隶属函数中, 使用T-S模型其控制规则庞大, 为简便起见可以采用下式等效T-S模型^[5]输出:

$$y = \frac{\sum_{i=1}^k \eta_i y_i}{\sum_{i=1}^k \eta_i}. \quad (14)$$

式中 η_i 为第 i 条规则的权值.

3 控制器设计(Controller design)

考虑一般的情况, n 阶非线性系统方程为

$$\begin{cases} \dot{x}^n = f(x) + bu + \Delta, \\ y = x. \end{cases} \quad (15)$$

式中 Δ 表示系统随机干扰.

取控制器

$$u = u_c + \lambda u_k,$$

式中: u_c 为模糊控制器输出, λ 为调节系数, u_k 为状态控制器. $u_c^{[6,7]}$ 写为

$$u_c = \sigma(t)o(t). \quad (16)$$

式中:

$$\sigma(t) = \sum_{i=1}^n A_i \left[\frac{\alpha_i}{\gamma_{A_i}(\alpha_i)} \right] B_i \left[\frac{\beta_i}{\gamma_{B_i}(\beta_i)} \right] y_i, \quad (17)$$

$$\dot{o}(t) = \zeta e^T(t) P_n(\zeta). \quad (18)$$

对 $\dot{o}(t)$ 在 $[0, t]$ 上积分有

$$o(t) = \zeta \int_0^t e^T(\tau) P_n d\tau + o(0). \quad (19)$$

设 P 为对称正定矩阵, P_n 为 P 的最后一列, $b_c = (0, 0, \dots, b)$, $\Lambda^T P + P \Lambda + Q = 0$, Q 为任意对角正定矩阵^[8,9]. 考虑李雅普诺夫函数方程为

$$V = \frac{1}{2}e^T P e + b\left(\frac{1}{2\gamma_1}\phi^T \phi + \frac{1}{2\gamma_2}\psi^T \psi\right). \quad (20)$$

对 V 求导, 得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\frac{1}{2}e^T Q e + \frac{b}{\gamma_1}\phi^T [\gamma_1 e^T P_n \xi(x) + \phi] + \\ & \frac{b}{\gamma_2}\psi^T [\gamma_2 e^T P_n \xi(x) + \psi] - e^T P b_c \omega. \end{aligned} \quad (21)$$

根据参考文献[10]知

$$\begin{aligned} & \frac{b}{\gamma_1}\phi^T [\gamma_1 e^T P_n \xi(x) + \phi] + \\ & \frac{b}{\gamma_2}\psi^T [\gamma_2 e^T P_n \xi(x) + \psi] < 0. \end{aligned} \quad (22)$$

简化上式, 得

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2}e^T Q e - e^T P b_c \omega (\omega = \sigma(t)o(t) - \bar{u}). \quad (23)$$

根据参考文献[11]的方法计算得

$$\begin{aligned} m = \max \frac{1}{\lambda} \{ & (\frac{1}{2}\lambda_{Q_{\min}}\varepsilon^2)/(\max |e^T P b_c| - \\ & |\frac{1}{b}[e^n + k^T e]|), 0\}, \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} m \leq |u_k| \leq \frac{1}{\lambda} \{ & (\frac{1}{2}\lambda_{Q_{\min}}\varepsilon^2)/(\max |e^T P b_c| - \\ & |\frac{1}{b}[e^n + k^T e]|). \end{aligned} \quad (25)$$

对 $\dot{V} \leq -\frac{1}{2}e^T Q e - e^T P b_c \omega$ 两边进行积分, 得

$$\int_0^t V dt \leq -\frac{1}{2} \int_0^t e^T Q e dt - \frac{1}{2} P b_c \int_0^t \omega dt. \quad (26)$$

上式整理可得

$$\begin{aligned} V(t) - V(0) \leq & -\frac{1}{2} \int_0^t e^T Q e dt - \frac{1}{2} P b_c \int_0^t \omega dt. \end{aligned} \quad (27)$$

式中 V_0 为 V 的初值. 误差在区间 Ω 上是有界的, 且有

$$\Omega = \{e | e^T Q e \leq (2V(0) - P b_c \max(\omega))\}, \quad (28)$$

从而使受控系统在李雅普诺夫意义下全局稳定.

4 仿真与分析(Simulation and analysis)

考虑如下非线性系统, 系统方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -5 \cos x_1 + 4 \sin x_1 - \\ \quad \frac{10 \tan x_1}{1 - \frac{3}{4} \sin x_1} u + \Delta, \\ y = x_1. \end{cases} \quad (29)$$

按照上述算法进行仿真试验, 当 $\Delta = 0$ 时仿真跟踪曲线如图2所示; 当随机干扰 $\Delta = 5 \sin t$ 时, 仿真跟踪曲线如图3(a)所示, 其中: 输入信号为正弦曲

线(见曲线1), 输出信号见曲线2. 由图2和图3(a)可以看出, 当被控对象模型不精确或模型参数发生变化时, 变论域模糊系统对参数变化不敏感, 都能实现较好的控制目标, 对参数的变化具有较强的鲁棒性. 从图3(a)中可以看出系统在响应过程中具有稳定和误差收敛的特征, 而且跟踪误差小, 响应速度快, 几乎没有稳态误差, 具有较好的静态特性, 达到了理想的控制效果. 图3(b)为在有随机干扰 $\Delta = 5 \sin t$ 时控制量 u 的曲线图.

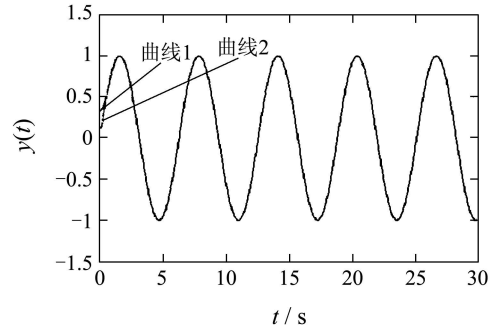


图2 正弦曲线仿真跟踪图($\Delta = 0$)

Fig. 2 Simulation graph of sine curve($\Delta = 0$)

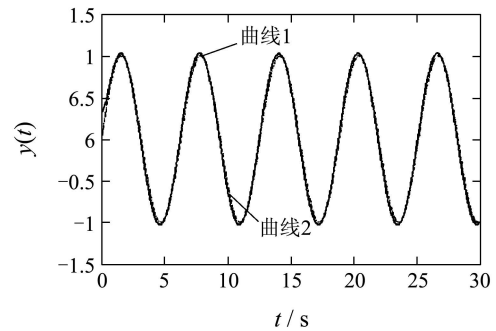


图3(a) 正弦曲线仿真跟踪图($\Delta = 5 \sin t$)

Fig. 3(a) Simulation graph of sine curve($\Delta = 5 \sin t$)

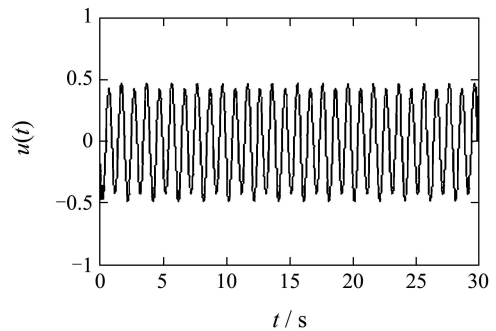


图3(b) 控制量 u 曲线图($\Delta = 5 \sin t$)

Fig. 3(b) Graph of control variable u ($\Delta = 5 \sin t$)

5 结论(Conclusion)

变论域自适应模糊控制在模糊自适应控制的基础上, 引入变论域思想, 并通过在输入变量中引入

缩因子的方式来实现变论域的目的. 通过仿真试验证明该控制器具有较好的灵活性、适应性、更强的实时性以及更好的控制精度, 对于非线性系统来说具有一定的应用价值.

参考文献(References):

- [1] WANG L X. Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 1993, 1(2): 146 – 155.
- [2] 王立新. 自适应模糊系统与控制—设计与稳定性分析[M]. 北京: 国防工业出版社, 2002.
(WANG Lixin. *Adaptive Fuzzy System and Control-Design and Stability Analysis*[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2002.)
- [3] 李洪兴. 变论域自适应模糊控制器[J]. 中国科学(E辑), 1999, 29(1): 32 – 42.
(LI Hongxing. Adaptive fuzzy controller based on variable universe[J]. *Science in China(Series E)*, 1999, 29(1): 32 – 42.)
- [4] 张吉礼. 模糊—神经网络控制原理与工程应用[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2004.
(ZHANG Jili. *Fuzzy-Nerve Network Control Principle and Engineering Control*[M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2004.)
- [5] SKRJANC I, BLAZIC S, MATKO D. Direct fuzzy model-reference adaptive control[J]. *International Journal of Intelligent Systems*, 2002, 17(1): 943 – 963.
- [6] 潘永平, 张慧, 王钦若. 非线性液位系统的稳定自适应模糊控制研究[J]. 电气传动, 2007, 37(3): 44 – 48.
(PAN Yongping, ZHANG Hui, WANG Qinruo. Research on a stable adaptive fuzzy control of nonlinear liquid system[J]. *Electric Drive*, 2007, 37(3): 44 – 48.)
- [7] TAROKH M, BAILEY S. Adaptive fuzzy force control of manipulators with unknown environment parameters[J]. *Journal of Robotic Systems*, 1997, 14(5): 341 – 353.
- [8] YOUSEF H, MADBOULY E, ETEIM D, et al. Adaptive fuzzy semi-decentralized control for a class of large-scale nonlinear systems with unknown interconnections[J]. *International Journal of Robust Nonlinear Control*, 2006, 16(3): 687 – 708.
- [9] 王银河, 戴冠中. 一类非线性不确定系统的模糊自适应控制[J]. 控制理论与应用, 2004, 21(2): 271 – 274.
(WANG Yinhe, DAI Guanzhong. Adaptive fuzzy control for a class of nonlinear uncertain systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2004, 21(2): 271 – 274.)
- [10] 张乃尧, 金晖. 对稳定的模糊自适应控制方案的研究与改进[J]. 自动化学报, 1997, 23(2): 160 – 166.
(ZHANG Naiyao, JIN Hui. Study and mod on stable adaptive fuzzy control[J]. *Acta Automatica Sinica*, 1997, 23(2): 160 – 166.)
- [11] 朱丽业, 方园, 吴惕华. 模糊自适应控制算法的新方案[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(2): 289 – 293.
(ZHU Liye, FANG Yuan, WU Tihua. New scheme of adaptive fuzzy control[J]. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(2): 289 – 293.)

作者简介:

文生平 (1966—), 男, 博士, 副教授, 主要从事工业装备的智能控制与网络化技术, E-mail: shpwen@scut.edu.cn;

赵国平 (1982—), 男, 硕士, 主要研究方向为机械智能控制系统设计与虚拟技术研究, E-mail: Zhaogp1982@126.com;

蔡康雄 (1984—), 男, 硕士, 主要研究方向为虚拟技术与智能控制系统设计, E-mail: caikangxiong@163.com