第 26 卷第 3 期
2009 年 3 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 26 No. 3
Mar. 2009

文章编号: 1000−8152(2009)03−0296−03

应用于状态监测的多传感器融合估计

金学波[1], 林岳松[2], 章　辉[3], 孙优贤[3]

(1. 浙江理工大学 信息电子学院, 浙江 杭州 310018;

2. 杭州电子科技大学 信息与控制研究所, 浙江 杭州 310018; 3. 浙江大学 现代控制工程研究所, 浙江 杭州 310027)

摘要: 在状态监测的工程实际中, 使用多个同类传感器进行在线测量可以得到更为准确的状态估计．但各传感器测量噪声会出现相关的情况, 而且很难得到相关测量噪声的方差矩阵的精确值, 测量系统往往是不确定的．本文根据系统测量将系统分解为确定和不确定扰动两部分, 分别进行估计, 然后将两者的融合估计结果相加得到了最优鲁棒的融合估计．针对确定部分, 利用同类传感器的测量方差为Pei-Radman矩阵的特性, 通过求解测量噪声方差矩阵的最大特征值得到了一种简便的最优融合估计算法, 该算法避免了求解方差矩阵的逆的过程．针对不确定扰动部分, 基于多胞型描述模型给出了线性矩阵不等式形式的鲁棒融合估计算法.

关键词: 状态融合估计; 测量噪声相关; 不确定多传感器融合系统

中图分类号: TP274　　　**文献标识码**: A

Multisensor fusion estimation in state monitoring

JIN Xue-bo [1], LIN Yue-song[2], ZHANG Hui[3], SUN You-xian[3]

(1.College of Informatics and Electronics, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou Zhejiang 310018, China;

2. Institute of Information and Control, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou Zhejiang 310018, China;

3.Institute of Modern Control Engineering, Zhejiang University, Hangzhou Zhejiang 310027, China)

Abstract: In practical state estimation, multiple identical sensors are commonly employed to produce more accurate results. However, measurement noises from different sensors are generally correlated with covariance matrix which is difficult to be determined accurately. Moreover, the measured system may contain uncertain parts. This paper decomposes the measured system into two parts, the certain part and the uncertain part. The states of each part are estimated respectively, and the two estimated results are combined to produce the final fusion estimation. For the certain part, a simple optimal fusion estimation algorithm is proposed for computing the maximum eigenvalue of the Pei-Radman measurement noise covariance matrix. For the uncertain part, a robust fusion algorithm is also developed in terms of the linear matrix inequality(LMI), based on the polytopic models.

Key words: state fusion estimate; measurement noise correlation; uncertain multi-sensor fusion system

1　引言(Introduction)

使用同种类型的传感器能够得到更准确的估计[1]. 然而, 由于使用同类别传感器、多个传感器相距较近以及测量环境中存在剧烈的干扰或未知信号源等原因, 实际测量表明, 此时各传感器的测量噪声一般是相关的, 而且往往具有相同的相关方差.

本文定义了在状态监测中使用多个相同传感器的MSS(multi-same-sensors)系统, 考虑传感器测量性能的不确定性, 研究了系统状态的融合估计方法, 给出更适用于实际状态监测过程的融合估计方法.

设离散多传感器系统的过程状态方程为

$$x(k+1)=Ax(k)+Bw(k), \tag{1}$$

其中: $x(k)\in\mathbb{R}^n$是k时刻系统状态, $A\in\mathbb{R}^{n,n}$为状态转移矩阵, $B\in\mathbb{R}^{n,h}$是过程噪声分布矩阵, $w(k)\in\mathbb{R}^h$是零均值高斯白噪声, 方差为Q.

设系统共有N个传感器, 测量方程为

$$y_i(k)=C_ix(k)+v_i(k), \tag{2}$$

其中: $i=1,2,\cdots,N$, $y_i(k)\in\mathbb{R}^m$是第i个传感器的测量向量, C_i是相应的测量矩阵, $v_i(k)\in\mathbb{R}^m$是测量噪声.

定义 1　若多传感器系统使用多个相同传感器,

收稿日期: 2007−03−13; 收修改稿日期：2008−07−16.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60674028); 浙江省重点专业建设基金资助项目(111231A3255401).

并满足各传感器测量矩阵相同; 测量噪声相关, 测量噪声的方差相同, 相关方差也相同, 即广义测量矩阵及测量噪声方差阵可表示为

$$\tilde{C} = [c^{\mathrm{T}}, c^{\mathrm{T}}, \cdots, c^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}, \tag{3}$$

$$\tilde{R} = \mathrm{E}\{v(k), v^{\mathrm{T}}(j)\} = \begin{bmatrix} d & s & \cdots & s \\ s & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & s \\ s & \cdots & s & d \end{bmatrix}, \tag{4}$$

则称该系统为确定的MSS系统.

定义 2　若多传感器系统使用多个相同传感器, 系统的广义测量矩阵C及测量噪声方差阵$R = \mathrm{E}\{v(k), v^{\mathrm{T}}(j)\}$为不确定矩阵, 不确定描述为

$$C = \tilde{C} + \Delta C,\ R = \tilde{R} + \Delta R,$$
$$\Delta C = [\Delta C_1^{\mathrm{T}}, \Delta C_2^{\mathrm{T}}, \cdots, \Delta C_1^{\mathrm{T}}],$$
$$\Delta R = \begin{bmatrix} \Delta D_{11} & \Delta S_{12} & \cdots & \Delta S_{1m} \\ \Delta S_{21} & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \Delta S_{m-1,m} \\ \Delta S_{m,1} & \cdots & \Delta S_{m,m-1} & \Delta D_{m,m} \end{bmatrix},$$

则称该系统为不确定的MSS系统.

2　主要结果(Main results)

将Q和R分解为$Q = \tilde{B}\tilde{B}^{\mathrm{T}}$和$R = DD^{\mathrm{T}}$, 设$\xi(k) = [\bar{w}^{\mathrm{T}}(k), \bar{v}^{\mathrm{T}}(k)]^{\mathrm{T}}$, 系统方程可写为

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + \bar{B}\xi(k), \\ y(k) &= Cx(k) + \bar{D}\xi(k), \end{aligned} \tag{5}$$

其中: $\bar{B} = [B\tilde{B}, 0]$, $\bar{D} = [0, D]$. 现将C及D表示为

$$C = \tilde{C} + \Delta C,\ D = \tilde{D} + \Delta D. \tag{6}$$

选择合适的ΔD, 使其满足$\Delta R = R - \tilde{R} \leqslant \tilde{D}\Delta D^{\mathrm{T}} + \Delta D\tilde{D}^{\mathrm{T}} + \Delta D^{\mathrm{T}}\Delta D^{\mathrm{T}}$. 假定系统的不确定性是用多胞型描述的, ΔC_j, ΔD_j是多胞型的顶点. 根据式(6), 系统的广义测量方程可表示为

$$\begin{cases} y^1(k) = \tilde{C}x(k) + \tilde{D}\xi(k)), \\ y^2(k) = \Delta Cx(k) + \Delta D\xi(k)), \\ y(k) = y^1(k) + y^2(k). \end{cases} \tag{7}$$

现将系统状态分解为$x(k) = x^1(k) + x^2(k)$, 分别设计如下两个滤波器F1及F2:

$$\begin{aligned} \hat{x}^1(k+1) &= A_{f_1}\hat{x}^1(k) + B_{f_1}\hat{y}^1(k), \\ \hat{x}^2(k+1) &= A_{f_2}\hat{x}^2(k) + B_{f_2}\hat{y}^2(k). \end{aligned} \tag{8}$$

估计$x^1(k)$与$x^2(k)$, 则$\hat{x}(1) = \hat{x}^1(k) + \hat{x}^2(k)$即为$x(k)$的估计值.

定理 1　取$x^1(k) = x(k)$, 如下Pei-Radman融合估计算法得到最优估计:

$$\hat{x}_\lambda(k|k) = \hat{x}_\lambda(k|k-1) + \sum_{i=1}^{N} K_{\lambda i}(k)[y_i(k) - c\hat{x}_\lambda(k|k-1)],$$
$$\hat{x}_\lambda(k|k-1) = A\hat{x}_\lambda(k-1|k-1),$$
$$K_\lambda(k) = [K_{\kappa 1} * k), K_{\kappa 2} * k), \cdots, K_{\kappa N} * k)],$$
$$K_{\lambda i} = P_\lambda(k|k)c^{\mathrm{T}}\lambda_{\max}^{-1}(\tilde{R}).$$

估计方差为

$$P_\lambda^{-1}(k|k) = P_\lambda^{-1}(k|k-1) + Nc^{\mathrm{T}}\lambda_{\max}^{-1}(\tilde{R})c,$$
$$P_\lambda(k|k-1) = AP_\lambda(k-1|k-1)A^{\mathrm{T}} + BQB^{\mathrm{T}}.$$

证　可知, 测量噪声方差矩阵$\tilde{R}$为Pei-Radman矩阵[2], 其最大的特征值为$\lambda_{\max}(\tilde{R}) = d + (N-1)s$. 当$d$和$s$满足$d \neq s$, $d \neq -s+1$, 矩阵的逆可表示为$\tilde{R}^{-1} = [a_{ij}]$, 其中

$$a_{ij} = \begin{cases} \dfrac{d + (N-2)s}{d[d + (N+2)s - (N-1)s^2]}, & i = j, \\ \dfrac{-s}{d[d + (N+2)s - (N-1)s^2]}, & i \neq j, \end{cases} \tag{9}$$

则$\tilde{C}^{\mathrm{T}}\tilde{R}^{-1}\tilde{C} = \sum\limits_{i,j,i\neq j} c^{\mathrm{T}}[a_{ii} + (N-1)a_{ij}]c$.

定义 $R_\lambda = \lambda_{\max}(\tilde{R}) * I$, 其中$I$是单位矩阵. 利用式(9), 即$\tilde{C}^{\mathrm{T}}\tilde{R}^{-1}\tilde{C} = \tilde{C}^{\mathrm{T}}\tilde{R}_\lambda^{-1}\tilde{C}$.

利用上面得到 $\tilde{C}^{\mathrm{T}}\tilde{R}^{-1}\tilde{C}$ 的同样的方法, 可得$\tilde{C}^{\mathrm{T}}\tilde{R}^{-1} = \tilde{C}^{\mathrm{T}}\tilde{R}_\lambda^{-1}$, 即得

$$K_{\lambda i}(k) = P_\lambda(k|k)c^{\mathrm{T}}\tilde{\lambda}_{\max}^{-1}(\tilde{R}). \tag{10}$$

可见, Pei-Radman 融合估计算法与最优融合算法[3]在$P(0|0) = P_\lambda(0|0)$ 及$\hat{x}(0|0) = \hat{x}_\lambda(0|0)$的条件下是等价的.　　证毕.

定理 2　对于给定的常数$\lambda > 0$, 存在一个鲁棒H_∞ 滤波器F_2当且仅当存在对称正定矩阵X, R及矩阵H, S, T, Z, 使得

$$\begin{bmatrix} R & * & * & * & * & * \\ R & X & * & * & * & * \\ 0 & 0 & \lambda^2 I & * & * & * \\ RA & RA & RB\tilde{B} & R & * & * \\ XA + Z\Delta C_j + S & XA + Z\Delta C_j & XB\tilde{B} + Z\Delta D_j & R & X & * \\ -T & 0 & 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} > 0, \tag{11}$$

$$\begin{bmatrix} H & * & * \\ RB\tilde{B} & R & * \\ XB\tilde{B}+Z\Delta D_j & R & X \end{bmatrix} \geqslant 0, \tag{12}$$

$$\begin{bmatrix} X & I \\ I & Y \end{bmatrix} 0. \tag{13}$$

其中"$*$"表示矩阵的上三角与下三角对称. 滤波器的参数为

$$\begin{cases} A_{f_2} = M^{-1}SR^{-1}N^{\mathrm{T}},\ B_{f_2} = M^{-1}T, \\ N = R^{-1}T^{\mathrm{T}},\ M = (I - X * Y)N^{-\mathrm{T}}, \end{cases} \tag{14}$$

估计方差满足

$$\lim_{t\to\infty} \mathrm{E}[\hat{x}^2(k)]^{\mathrm{T}}\hat{x}^2(k) \leqslant \mathrm{tr}(H), \tag{15}$$

且闭环系统稳定、从系统噪声到估计误差的闭环传递函数满足$||T(z)|| < \lambda$.

证 当$x^1(k) = x(k)$时, $x^2(k) \equiv 0$. 设

$$\hat{A}=\begin{bmatrix} A & 0 \\ B_{f_2}\Delta C & A_{f_2} \end{bmatrix},\ \hat{B}=\begin{bmatrix} B \\ B_{f_2}\Delta D \end{bmatrix},\ \hat{C}=[0\ \ -I].$$

闭环系统渐近稳定且从系统噪声到估计误差的闭环传递函数$||T(z)||_\infty < \gamma$的充要条件是存在满足[4]

$$\hat{A}^{\mathrm{T}}P_\infty\hat{A} - P_\infty + \hat{A}^{\mathrm{T}}P_\infty\hat{B}[\gamma^2 - \hat{B}^{\mathrm{T}}P_\infty\hat{B}]^{-1}\hat{B}^{\mathrm{T}}P_\infty\hat{A} + \hat{C}^{\mathrm{T}}\hat{C} < 0 \tag{16}$$

的对称矩阵P_∞, 且使得$\lambda^2 - \hat{B}^{\mathrm{T}}P_\infty\hat{B}$. 根据矩阵的Schur补引理[5]并分别左乘和右乘$\mathrm{diag}\{I, I, P_\infty\}$, 得到

$$\begin{bmatrix} P_\infty & * & * & * \\ 0 & \lambda^2 I & * & * \\ P_\infty\hat{A} & P_\infty\hat{B} & P_\infty & * \\ \hat{C} & 0 & 0 & I \end{bmatrix} > 0. \tag{17}$$

将正定矩阵P_∞和它的逆矩阵进行以下分块:

$$P_\infty = \begin{bmatrix} X & M \\ M^{\mathrm{T}} & U \end{bmatrix},\ P_\infty^{-1} = \begin{bmatrix} Y & N \\ N^{\mathrm{T}} & V \end{bmatrix},$$

其中: $X, Y \in \mathbb{R}^{n\times n}$和$U, V \in \mathbb{R}^{n\times n}$是对称正定矩阵.可知$P_\infty > 0$[5]保证了式(13)成立.

定义$\bar{J}^{\mathrm{T}} = \mathrm{diag}\{J^{\mathrm{T}}, I, J^{\mathrm{T}}, I\}$, $\bar{J} = \mathrm{diag}\{J, I, J, I\}$, 其中

$$J = \begin{bmatrix} Y & -I \\ N^{\mathrm{T}} & 0 \end{bmatrix}.$$

将P_∞及$\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$带入式(17)并分别左乘和右乘$\bar{J}$及$\bar{J}^{\mathrm{T}}$, 再分别左乘和右乘$\mathrm{diag}\{Y^{-1}, I, I, Y^{-1}, I, I\}$, 并定义如下变量$Y^{-1} = R$, $MB_f = Z$, $MA_f N^{\mathrm{T}} Y^{-1} = S$, $N^{\mathrm{T}} Y^{-1} = T$, 同时考虑多胞型顶点$\nabla C_j$, ∇D_j, 即可得到LMI (11). 由于闭环系统是稳定的, 可知

$$\lim_{t\to\infty} \mathrm{E}[e^{\mathrm{T}}(k)]e(k) \leqslant \mathrm{tr}(\hat{B}^{\mathrm{T}}P_\infty\hat{B}). \tag{18}$$

设存在H满足矩阵不等式$\hat{B}^{\mathrm{T}}P_\infty\hat{B}$, 利用Schur补引理并分别左乘和右乘$\mathrm{diag}\{I, P_\infty\}$后, 将$\hat{B}$及$P_\infty$代入并分别左乘和右乘$\mathrm{diag}\{I, J^{\mathrm{T}}\}$及$\mathrm{diag}\{I, J\}$, 再分别左乘和右乘$\mathrm{diag}\{I, J^{-1}, I\}$并应用相应的变量代换、考虑多胞型顶点$\nabla D_j$即可得到式(12). 由式(18)及$x^2(k) \equiv 0$可知系统的估计方差满足式(15). 证毕.

3 结论(Conclusion)

为了解决多个测量传感器在测量信号时出现噪声相关的情况, 本文给出了性能良好的融合估计算法. 算法计算简便, 在使用同种传感器且具有确定的测量参数时, 能得到最优的融合估计结果. 当测量性能出现未知的不确定漂移时, 本文给出了有界参数不确定测量系统的多传感器鲁棒融合估计方法. 本文的算法非常适用于实际生产过程的状态监测, 在精确生产中将会取得很好的经济效益.

参考文献(References):

[1] JIN X B, SUN Y X. Optimal fusion estimation covariance of multisensor data fusion on tracking problem[C] //*Proceedings of the 2002 IEEE InternationalConference on Control Applications*. Glasgow, Scotland, UK: Scottish Exhibition and Conference Center, 2002, 9: 1288 – 1289.

[2] 陈景良, 陈向晖. 特殊矩阵[M]. 北京: 清华大学出版社, 2001.
(CHEN Jingliang, CHEN Xianghui. *Special Matrix*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2001.

[3] 何友, 王国宏. 多传感器信息融合及其应用[M]. 北京: 电子工业出版社, 2000.
(HE You, WANG Guohong. *Multisensor Information Fuxion with Applications*[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2000.

[4] SOUZA Carlos E de, XIE L H. On the discrete-time bounded real lemma with application in the characterization of static state feed back H_∞ controller[J]. *Systems & Control Letters*, 1992, 18(1): 61 – 71.

[5] IWASAKI T, SKELTON R E. All controllers for the general H_∞ control Problem: LMI existence conditions and state space formulas[J]. *Automatic*, 1994, 30(8): 1307 – 1317.

作者简介:

金学波 (1972—), 女, 博士, 副教授, 目前研究方向为信息融合、状态估计、鲁棒控制等, E-mail: xuebojin@gmail.com;

林岳松 (1973—), 男, 博士, 教授, 目前研究方向为信息融合、目标跟踪、图像处理等;

章 辉 (1967—), 男, 博士, 副教授, 研究方向为随机系统、鲁棒控制、控制系统的信息论方法等;

孙优贤 (1940—), 男, 教授, 博士生导师, 中国工程院院士, 研究领域有鲁棒控制、非线性系统、软测量技术等.