

文章编号: 1000-8152(2009)03-0299-06

含有参数不确定性的挠性航天器姿态跟踪滑模控制

靳永强, 刘向东, 侯朝桢

(北京理工大学 自动控制系, 北京 100081)

摘要: 对有不确定参数的挠性航天器姿态跟踪控制, 提出了一种基于滑模控制的姿态跟踪控制律。挠性航天器动力学采用混合坐标法进行建模; 构造挠性模态观测器对挠性模态变量进行观测。基于Lyapunov稳定性原理得到含有挠性模态观测器的滑模控制律, 并给出了全局渐近稳定性的证明。对各个仿真结果进行比较, 显示出本文提出的滑模控制律针对航天器惯量阵不确定性具有良好的鲁棒性, 而且具有较强的扰动抑制能力。

关键词: 滑模控制; 挠性航天器; 姿态跟踪; 参数不确定性; 观测器

中图分类号: V448.2 **文献标识码:** A

Sliding-mode attitude tracking control for a flexible spacecraft with parametric uncertainty

JIN Yong-qiang, LIU Xiang-dong, HOU Chao-zhen

(Department of Automatic Control, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: For the attitude tracking control of a flexible spacecraft with parametric uncertainty, an attitude tracking control law is presented based on the sliding-mode control. The dynamic model of the flexible spacecraft is built by the hybrid coordinate method; and a flexible modal-observer is developed for observing the flexible variables of this model. A sliding-mode control law containing the flexible modal-observer is then obtained by using Lyapunov approach; the closed-loop system under this control is proved to be global asymptotically stable. Comparison of simulation results also shows that this control law provides high robustness to the inertia-matrix uncertainty of the spacecraft and attenuates the external disturbance well.

Key words: sliding-mode control; flexible spacecraft; attitude tracking; parametric uncertainty; observer

1 引言(Introduction)

随着空间技术的进步和空间活动的频繁, 航天器经常需要跟踪一个给定姿态来完成某些空间任务, 因此航天器姿态跟踪动力学与控制问题是国际航天领域的一个前沿问题^[1,2]。姿态跟踪控制问题的难点主要表现在以下几个方面: 航天器具有大型复杂的挠性附件, 不能再将航天器看作刚体模型, 姿态动力学非常复杂; 航天器附件展开收缩造成星体转动惯量的变化和在轨运行受到各种扰动力矩的影响; 航天器大角度机动跟踪时动力学和运动学的强烈非线性等等。因此, 姿态跟踪控制要求姿态控制系统能针对挠性航天器惯量不确定性和外部扰动具有良好的鲁棒性。在挠性航天器的姿态跟踪控制方面, 现已存在主动振动抑制^[3], 自适应模糊滑模控制^[4,5]等方法。文献[6,7]设计了基于挠性模态观测器的姿态跟

踪控制律。该方法计算量小, 不需要在挠性附件上附加任何传感器, 适合工程应用, 缺点是控制律建立在动力学方程中陀螺非线性项精确抵消基础之上, 针对惯量不确定性无法取得好的效果。滑模变结构控制由于对系统参数不确定性和外部扰动具有较强鲁棒性^[8], 近些年在挠性航天器控制方面得到了广泛应用^[3,4,9,10]。

本文针对带挠性附件航天器的姿态跟踪控制问题, 提出基于挠性模态观测器的滑模控制律。控制律的设计充分考虑了工程应用的实际问题, 计算量小, 不需要在挠性附件上额外添加传感器, 并保证控制律针对参数不确定性和外部扰动力矩具有足够鲁棒性。该方法利用混合坐标法对挠性航天器动力学进行建模, 构造挠性模态观测器。利用Lyapunov稳定性原理得到含有挠性模态观测器的滑模控制律, 并且

证明该控制律全局渐近稳定。仿真结果的比较表明，本文提出的控制律针对惯量不确定性和外部扰动力矩都有良好鲁棒性，具有工程应用价值。

2 问题描述(Problem statement)

考虑惯量不确定性时，一类挠性航天器姿态动力学方程为

$$J\dot{\omega} + [\omega \times] J\omega + C\ddot{\eta} = T_c + T_d. \quad (1)$$

其中： $J = (I_3 + \Delta)J_0 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 为航天器的惯量张量矩阵， J_0 为惯量标称值， Δ 为惯量的不确定系数， I_3 为三维单位阵， $\omega \in \mathbb{R}^3$ 为航天器姿态角速度， $T_c \in \mathbb{R}^3$ 为控制力矩， $T_d \in \mathbb{R}^3$ 为有界扰动力矩， η 为挠性附件模态坐标矢量， C 为挠性附件与星体的耦合系数矩阵， $[\omega \times]$ 表示 ω 的反对称矩阵，定义为

$$[\omega \times] = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix}.$$

为避免姿态描述中的奇异点，采用修正罗德里格参数(modified Rodrigues parameters, MRP)作为姿态描述参数。令 σ_{di} 表示惯性空间中的给定姿态， σ_{bi} 表示航天器绝对姿态。定义航天器本体相对于给定姿态的相对姿态 σ_e 为^[11]

$$\sigma_e = \sigma_{bi} \otimes \sigma_{di}^{-1} = \frac{\sigma_{di}(\sigma_{bi}^T \sigma_{bi} - 1) + \sigma_{bi}(1 - \sigma_{di}^T \sigma_{di}) - 2[\sigma_{di} \times] \sigma_{bi}}{1 + (\sigma_{di}^T \sigma_{di})(\sigma_{bi}^T \sigma_{bi}) + 2\sigma_{di}^T \sigma_{bi}}. \quad (2)$$

相对姿态运动学方程为

$$\dot{\sigma}_e = M\omega_e. \quad (3)$$

其中

$$M = \frac{1}{4}[(1 - \sigma_e^T \sigma_e)I_{3 \times 3} + 2[\sigma_e \times] + 2\sigma_e \sigma_e^T], \quad (4)$$

ω_e 为航天器本体相对于给定姿态的相对姿态角速度， $\omega_e = \omega - \omega_{di}^b$ ， $\omega_{di}^b = R_{bd}\omega_{di}$ 为 ω_{di} 在航天器本体系下的表示， ω_{di} 为给定姿态的角速度， R_{bd} 为给定姿态到航天器本体的方向余弦阵。采用混合坐标法建立挠性附件动力学方程为^[6,12]

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \eta \\ \psi \end{bmatrix} - ABC^T \omega_e - BC^T \omega_{di}^b. \quad (5)$$

其中：

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -K & -D \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix},$$

I 为适当维数的单位阵， 0 为适当维数的零矩阵， $D = 2\xi A$ ， $K = A^2$ ， $\psi = \dot{\eta} + C^T \omega_e$ ， ξ 为挠性附

件模态阻尼比矩阵， A 为挠性附件模态频率矩阵。设 D, K 均正定，即挠性结构含有非负的惯性阻尼。

采用 ω_e 描述的相对姿态动力学方程

$$\begin{aligned} J_m \dot{\omega}_e &= T_c + T_d - [\omega \times] J\omega + C(D\psi + K\eta) - \\ &\quad CDC^T \omega_e - J_m \dot{\omega}_{di}^b. \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $J_m = J - CC^T$ 。式(3)(5)和式(6)构成了挠性航天器姿态跟踪的数学模型。姿态跟踪的任务是实现航天器本体系无差跟踪给定姿态。因此，姿态跟踪控制问题就是寻找控制律 T_c 把 (σ_e, ω_e) 控制到 $(0, 0)$ 。

3 滑模跟踪控制律设计(Design of sliding mode tracking control law)

3.1 状态反馈的滑模控制律(Sliding mode control law using state feedback)

对于式(3)(5)和(6)描述的挠性航天器姿态跟踪控制，假设状态 $(\sigma_e, \omega_e, \eta, \psi)$ 完全可测量，在这种情况下，可以得到基于状态反馈的滑模控制律。

定理 1 当采用下式的滑模控制律：

$$\begin{aligned} T_c &= [\omega \times] J_0 \omega - C(D\psi + K\eta) + CDC^T \omega_e + \\ &\quad J_{m0} \dot{\omega}_{di}^b - J_{m0} M^{-1} \dot{M} \omega_e - c J_{m0} \omega_e - \\ &\quad J_{m0} M^{-1} \lambda \text{sgn } S, \end{aligned} \quad (7)$$

其中： c 是滑模面斜率，为正定对角矩阵， S 为滑模面函数， $\lambda \text{sgn } S$ 为切换控制量， λ 为切换控制量增益，是一正定对角阵； $\text{sgn } x$ 为符号函数； $J_{m0} = J_0 - CC^T = J_m G$ ， $G = I - J_m^{-1} \Delta J_0$ 是 J_m 的不确定系数， $\Delta \neq -J_m J_0^{-1}$ 时， G 是可逆的。

若 λ 取值为

$$\lambda = (u_{\max} + \alpha) MG^{-1} M^{-1}, \quad (8)$$

其中： α 为大于零的标量， $u_{\max} \geq \|u\|_{\infty}$ ，

$$\begin{aligned} u &= MJ_m^{-1} T_d - MJ_m^{-1} [\omega \times] \Delta J_0 \omega + \\ &\quad MJ_m^{-1} \Delta J_0 M^{-1} (cM + \dot{M}) \omega_e - \\ &\quad MJ_m^{-1} \Delta J_0 \dot{\omega}_{di}^b \end{aligned} \quad (9)$$

是由惯量不确定性和外部扰动力矩带来的不确定部分，则挠性航天器姿态跟踪控制系统式(3)(5)和(6)是全局渐近稳定的。

证 选取滑模面

$$S = c\sigma_e + \dot{\sigma}_e, \quad (10)$$

其中 c 是滑模面的斜率，取候选Lyapunov函数为

$$V(t) = \frac{1}{2} S^T S. \quad (11)$$

对 $V(t)$ 沿状态轨迹求导，得

$$\dot{V}(t) = S^T \dot{S} = S^T (cM\omega_e + \dot{M}\omega_e + M\dot{\omega}_e). \quad (12)$$

将式(6)和(7)代入式(12)中得到

$$\dot{V}(t) = -S^T(MGM^{-1}\lambda \operatorname{sgn} S + u). \quad (13)$$

其中见式(9). λ 按式(8))取值, 则可得

$$\dot{V}(t) \leq -\alpha \sum_{i=1}^3 |S_i|, \quad (14)$$

则 $V(t)$ 是 Lyapunov 函数, 由 Lyapunov 稳定性定理可以判断系统是渐近稳定的^[13]. 若 $\|S\| \rightarrow \infty$, 则 $V(t) \rightarrow \infty$, 进一步可知系统全局渐近稳定. 但由于系统中存在不确定部分 u , 因此系统只能是渐近有界的.

注 1 假设系统的初值为 $\sigma_e(0)$ 和 $\omega_e(0)$, 一定有界, 同时 $\Delta, G, J_0, J_m, J_{m0}, \omega_{di}$ 均有界, 因此 $u(0)$ 必有界, 则一定存在 u_m , 使 $\|u(0)\|_\infty \leq u_m$ 成立, 若 $\lambda = (u_m + \alpha)MG^{-1}M$, 则 $\dot{V}(0) < 0$, 系统在初始时刻附近是稳定的, 不难得知 $\dot{\sigma}_e(0) < 0$ 和 $\dot{\omega}_e(0) < 0$, 那么, $\|u(t)\|_\infty < \|u(0)\|_\infty \leq u_m$, 存在 u_{\max} , 使 $u_{\max} \geq \|u\|_\infty$ 成立.

注 2 状态反馈控制律需要所有状态全部可测, 在实际应用中, 这是一个非常苛刻的条件. 一般来说, 通过姿态确定算法可以得到状态 (σ_e, ω_e) , 但挠性模态变量 (η, ψ) 的测量比较困难, 因此状态反馈控制律在实际中的应用范围有限.

注 3 滑模控制的控制量不连续导致系统存在抖振现象. 为减弱抖振, 式(7) 中的符号函数可以用饱和函数 $\operatorname{sat}(S_i, \varepsilon)$ 近似, 滑模面变成了滑模边界层

$$\operatorname{sat}(S_i, \varepsilon) = \begin{cases} \operatorname{sgn} S_i, & |S_i| > \varepsilon, \\ S_i/\varepsilon, & |S_i| \leq \varepsilon, \end{cases}$$

ε 为滑模边界层的厚度. 在这种近似下, 只能保证姿态跟踪误差收敛到原点附近的一个小邻域, 姿态跟踪系统也只能是渐近有界的.

3.2 输出反馈的滑模控制律(Sliding mode control law using output feedback)

针对实际应用中 (η, ψ) 难以测量的问题, 避免采用状态反馈而采用输出反馈; 并且设计观测器对挠性模态变量进行观测. 这样就得到了输出反馈的滑模控制律.

定理 2 当采用下式的滑模控制律:

$$\begin{aligned} T_c = & [\omega \times]J_0\omega - C(D\hat{\psi} + K\hat{\eta}) + CDC^T\omega_e + \\ & J_{m0}\dot{\omega}_{di}^b - J_{m0}M^{-1}\dot{M}\omega_e - J_{m0}c\omega_e - \\ & J_{m0}M^{-1}\lambda \operatorname{sgn} S, \end{aligned} \quad (15)$$

采用下式的挠性模态观测器:

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{\eta}} \\ \dot{\hat{\psi}} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \hat{\eta} \\ \hat{\psi} \end{bmatrix} - ABC^T\omega_e - BC^T\dot{\omega}_{di}^b +$$

$$\Gamma^{-1} \begin{bmatrix} (S^T M J_{m0}^{-1} C D)^T \\ (S^T M J_{m0}^{-1} C K)^T \end{bmatrix}, \quad (16)$$

其中: c 是滑模面斜率, Γ 为正定对角的观测器增益矩阵, 且满足 $\Gamma A < 0$. 由前文挠性附件具有非负惯性阻尼的假设可知, 这样的 Γ 是存在的.

若 λ 取值为

$$\lambda = (u_{1\max} + \alpha)MG^{-1}M^{-1}, \quad (17)$$

其中:

$$\begin{aligned} u_{1\max} &\geq \|u_1\|_\infty, \\ u_1 &= MJ_m^{-1}T_d - MJ_m^{-1}[\omega \times]\Delta J_0\omega + \\ &S^T M J_m^{-1} \Delta J_0 M^{-1} (cM + \dot{M})\omega_e - \\ &MJ_m^{-1} \Delta J_0 \dot{\omega}_{di}^b + \\ &[e_\eta^T \ e_\psi^T] \begin{bmatrix} (-S^T M J_m^{-1} \Delta J_0 J_{m0}^{-1} C D)^T \\ (-S^T M J_m^{-1} \Delta J_0 J_{m0}^{-1} C K)^T \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (18)$$

是由惯量不确定性和外部扰动力矩带来的不确定部分. 则挠性航天器姿态跟踪控制系统式(3)(5)和(6)是全局渐近稳定的.

证 仍选滑模面如式(10). 取候选 Lyapunov 函数为

$$V_1(t) = \frac{1}{2}S^T S + \frac{1}{2}[e_\eta^T \ e_\psi^T]\Gamma \begin{bmatrix} e_\eta \\ e_\psi \end{bmatrix}, \quad (19)$$

其中 $\begin{bmatrix} e_\eta \\ e_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta \\ \psi \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{\eta} \\ \hat{\psi} \end{bmatrix}$ 为挠性模态的观测误差.

对 $V_1(t)$ 沿状态轨迹求导, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= S^T(cM\omega_e + \dot{M}\omega_e + M\dot{\omega}_e) + \\ &[e_\eta^T \ e_\psi^T]\Gamma \left(\begin{bmatrix} \dot{\eta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{\hat{\eta}} \\ \dot{\hat{\psi}} \end{bmatrix} \right). \end{aligned} \quad (20)$$

将式(3)(6)(15)和(16)代入式(20)中得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= -S^T(MGM^{-1}\lambda \operatorname{sgn} S + u_1) + \\ &[e_\eta^T \ e_\psi^T]\Gamma A \begin{bmatrix} e_\eta \\ e_\psi \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (21)$$

其中 u 见式(18). λ 按式(17)取值, 则可得

$$\dot{V}_1(t) \leq -\alpha \sum_{i=1}^3 |S_i| + [e_\eta^T \ e_\psi^T]\Gamma A \begin{bmatrix} e_\eta \\ e_\psi \end{bmatrix}. \quad (22)$$

由于 $\Gamma A < 0$, $\dot{V}_1(t) < 0$, 则 $V_1(t)$ 是 Lyapunov 函数, 由 Lyapunov 稳定性定理可知系统是渐近稳定的^[13]. 若 $\|S^T \ e_\eta^T \ e_\psi^T\| \rightarrow \infty$, 则 $V_1(t) \rightarrow \infty$, 进一步可知系统是全局渐近稳定的. 同样由于系统中存在不确定部分 u , 因此系统只能是渐近有界的.

4 仿真结果(Simulation results)

进行仿真实验验证提出的控制律。采用文[12]中给出的航天器和挠性附件参数,考虑到状态反馈控制律在实际应用中的限制,仿真结果主要针对输出反馈控制律。

$$\omega_{di} = \begin{bmatrix} 0.001 \sin(0.126t) \\ 0.0008 \sin(0.094t) \\ 0.0015 \sin(0.113t) \end{bmatrix} \text{rad/s},$$

$$T_{do} = \begin{bmatrix} 0.001 \sin(0.1t) \\ 0.001 \sin(0.1t) \\ 0.001 \sin(0.1t) \end{bmatrix} \text{Nm},$$

$$\sigma_{di}(0) = [-0.154 \ 0.220 \ 0.141]^T.$$

设 $\sigma_{bi} = [0 \ 0 \ 0]^T$, 则由式(2)得 $\sigma_e(0) = -\sigma_{di}$.

假设航天器姿态角速度初值 $\omega(0) = 0$, $\omega_e(0) = -R_{ba}\omega_{di}$, 为保证在初始时刻挠性附件不发生形变, 即 $\eta(0) = 0$, $\dot{\eta}(0) = 0$, 可得 $\psi(0) = C^T\omega_e(0)$.

控制器和观测器参数 $c = 0.05I_{3 \times 3}$, $\lambda = 0.5I_{3 \times 3}$, $\Gamma = 10I_{3 \times 3}$, $\varepsilon = 0.002$.

1) 状态反馈控制律:

图1给出了在 $J = J_0$ 时状态反馈控制律的欧拉角和角速度的响应曲线。

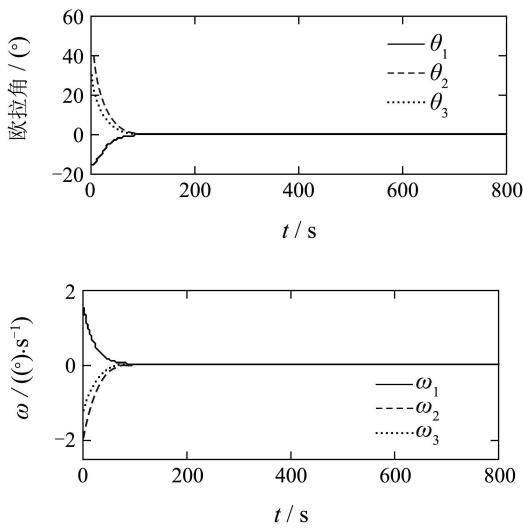


图1 $J = J_0$ 时状态反馈控制律的欧拉角和角速度响应曲线

Fig. 1 The response of Euler angles and angular velocity using state feedback control law when $J = J_0$

由图1可以看出, 采用状态反馈控制律能够使系统渐近有界。图中, θ_1 , θ_2 , θ_3 分别表示滚动、俯仰和偏航角。稳态时姿态控制精度和姿态稳定度分别为 0.001° 和 $0.0002^\circ/\text{s}$,

2) 输出反馈控制律针对惯量不确定性的鲁棒性。

将文献[6]中输出反馈控制律与本文输出反馈控制律的仿真结果进行对比。在 $J = J_0$, $J = 5J_0$ 时分别进行仿真来考察两种控制律针对惯量不确定性的鲁棒性。图2中给出了在 $J = J_0$ 时挠性模态坐标及其变化率的观测误差, 因挠性模态阶数越高, 其振幅也越小, 这里只给出了前两阶挠性模态及其变化率的观测误差。两种控制律下欧拉角和角速度的响应曲线分别如图3和4。

由图2可以看出, 挠性模态及其变化率的观测误差随着时间的增加迅速衰减。由于此处航天器跟踪一个角速度为正弦规律的给定姿态, 稳态时挠性附件仍然存在周期性的弹性形变, 稳态时挠性模态及其变化率的观测误差分别为0.002和0.001。

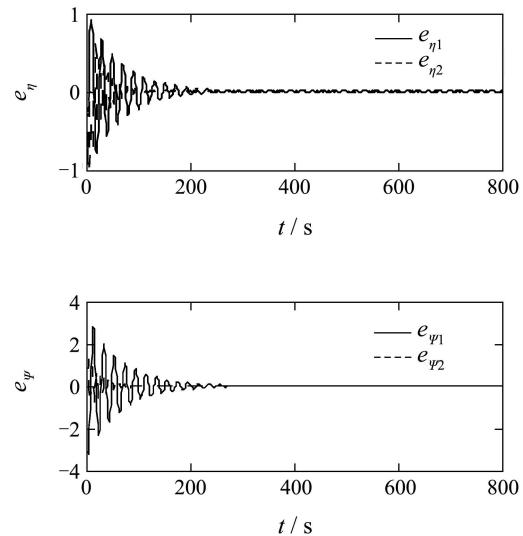
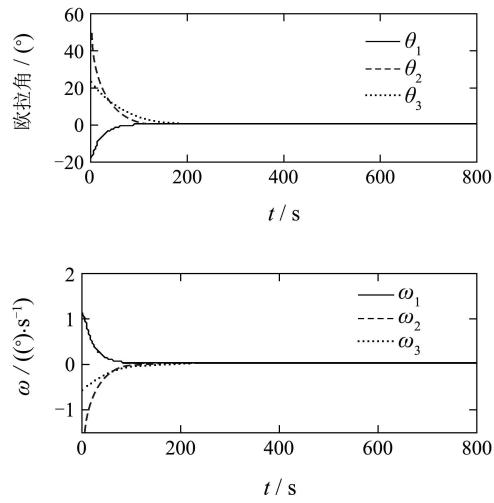


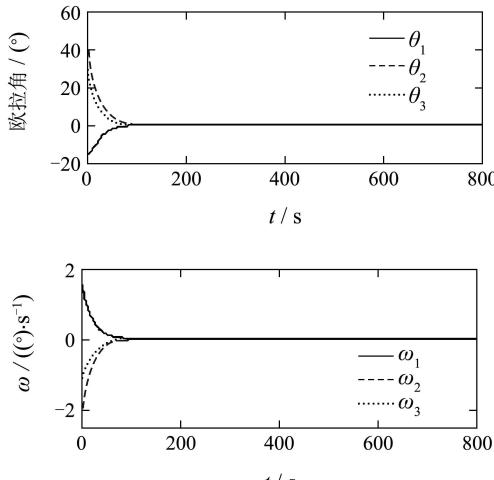
图2 前两阶挠性模态坐标及其变化率观测误差

Fig. 2 The estimation error of first two orders of the flexible modal coordinates and their derivatives

比较图3和图4可以看出在相同的扰动力矩下惯量改变对控制品质的影响。将图3(a)和图4(a)进行比较, 可以看出在惯量发生剧烈变化的情况下, 采用文献[6]中控制律时, $J = J_0$ 时能获得较好的响应品质, 约100s进入稳态, 稳态姿态控制精度和姿态稳定度分别为 0.002° 和 $0.0002^\circ/\text{s}$ 。 $J = 5J_0$ 时, 稳态姿态控制精度和姿态稳定度分别为 0.02° 和 $0.001^\circ/\text{s}$ 。将图3(b)和图4(b)进行比较, 可以看出在相同条件下, 采用本文输出反馈控制律前后过渡过程时间都是大约100s, 图3(b)图中姿态控制精度和姿态稳定度分别为 0.001° 和 $0.0002^\circ/\text{s}$, 图4(b)中姿态控制精度和姿态稳定度分别为 0.006° 和 $0.0003^\circ/\text{s}$, 通过比较可以看出本文控制律具有较高的控制精度, 针对惯量不确定性有较好的鲁棒性。

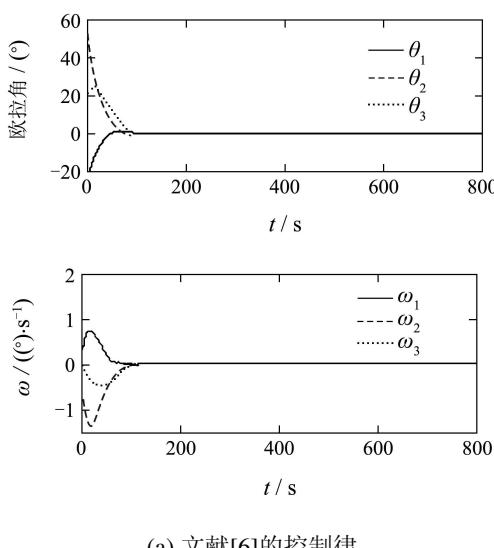


(a) 文献[6]的控制律

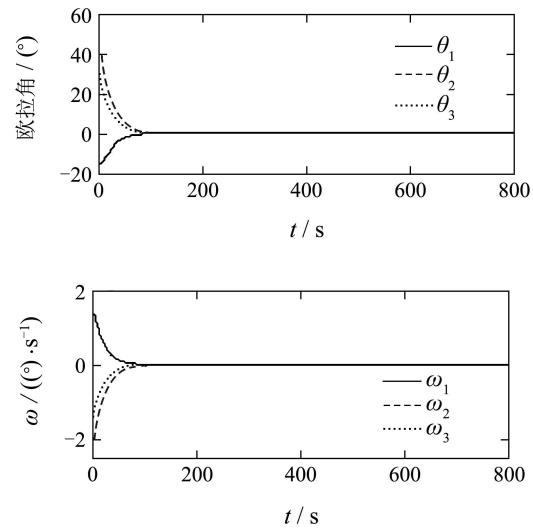


(b) 本文的控制律

图 3 $J = J_0$ 时欧拉角和角速度响应比较
Fig. 3 Comparison of response of Euler angles and angular velocity when $J = J_0$



(a) 文献[6]的控制律

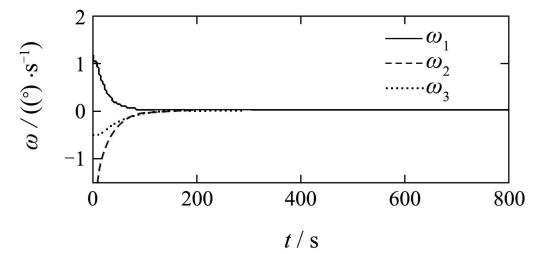
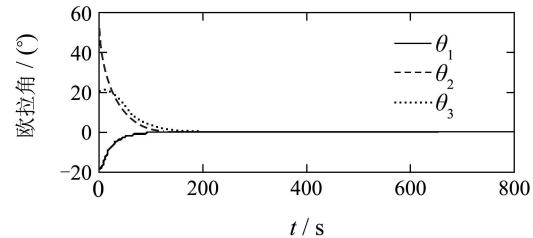


(b) 本文的控制律

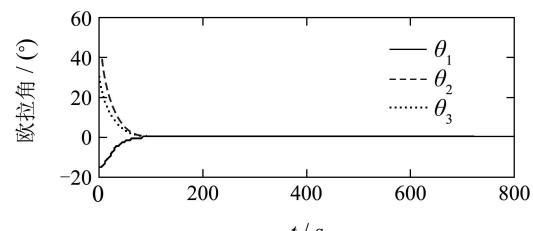
图 4 $J = 5J_0$ 时欧拉角和角速度响应比较
Fig. 4 Comparison of response of Euler angles and angular velocity when $J = 5J_0$

3) 输出反馈控制律的扰动抑制能力.

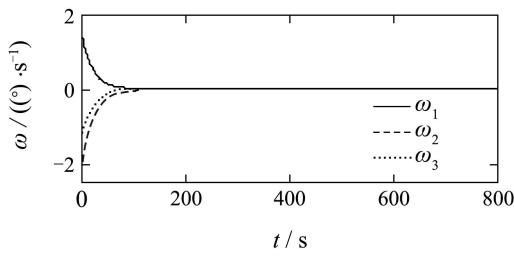
取 $J = J_0$, $T_d = 10T_{d0}$, 将文献[6]中控制律和本文控制律的仿真结果进行比较, 欧拉角和角速度的响应曲线如图5.



(a) 文献[6]的控制律



t / s



(b) 本文的控制律

图 5 $J = J_0$, $T_d = 10T_{d0}$ 时欧拉角和角速度响应比较
Fig. 5 Comparison of response of Euler angles and angular velocity when $J = J_0$ and $T_d = 10T_{d0}$

比较图3和图5可以看出在相同的惯量下扰动力矩改变对控制品质的影响。将图3(a)和图5(a)进行比较,可以看出在扰动力矩增加后,图5(a)中姿态控制精度和姿态稳定度分别为 0.03° 和 $0.002^\circ/\text{s}$ 。将图3(b)和图5(b)进行比较,可以看出在相同条件下,图5(b)中姿态控制精度和姿态稳定度分别为 0.004° 和 $0.0003^\circ/\text{s}$,通过比较可以看出本文输出反馈控制律针对扰动力矩具有较好的抑制能力。

5 结论(Conclusion)

本文针对含有参数不确定性挠性航天器姿态跟踪控制问题,提出一种滑模姿态跟踪控制律。采用混合坐标法建立挠性航天器动力学模型,基于Lyapunov稳定性原理分别设计了状态反馈控制律和输出反馈控制律,并证明了控制律全局渐近稳定。状态反馈控制律适用于状态量全部可测量的情况,应用范围相对较小,输出反馈控制律构造挠性模态观测器对挠性模态变量进行观测,不需要测量挠性模态变量,这一优点使输出反馈控制律应用范围更加广泛。仿真结果的比较显示,本文提出的滑模控制律具有针对航天器惯量不确定性的良好鲁棒性和较强的扰动抑制能力。

参考文献(References):

- [1] RAJNISH S, ASHISH T. Optimal nonlinear tracking of spacecraft attitude maneuvers[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2004, 12(5): 677 – 682.
- [2] CHEN Y P, LO S C. Sliding mode controller design for spacecraft attitude tracking maneuvers[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1993, 29(4): 1328 – 1333.
- [3] 胡庆雷, 刘亚秋, 马广富. 挠性航天器姿态机动的变结构主动振动抑制[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(6): 329 – 336.
(HU Qinglei, LIU Yaqiu, MA Guangfu. Active vibration suppression in flexible spacecraft with mismatched uncertainty via variable structure control[J]. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(6): 329 – 336.)
- [4] 管萍, 刘小河, 刘向杰. 挠性卫星的变结构姿态控制[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(3): 480 – 484.
(GUAN Ping, LIU Xiaohe, LIU Xiangjie. Viable variable structure attitude control of flexible spacecraft[J]. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(3): 480 – 484.)
- [5] SHAHRAVI M, KABGANIAN M. Attitude tracking and vibration suppression of flexible spacecraft using implicit adaptive control law[C] //Proceedings of the American Control Conference. Portland: IEEE Press, 2005: 913–918.
- [6] GENNARO S D. Output attitude tracking for flexible spacecraft[J]. *Automatica*, 2002, 38(11): 1719 – 1726.
- [7] GENNARO S D. Tracking control using attitude measurements for flexible spacecraft in presence of disturbances[C] //Proceedings of the 43rd IEEE Conference on Decision and Control. New York: IEEE Press, 2004: 2123 – 2128.
- [8] 刘金琨, 孙富春. 滑模变结构控制理论及其算法研究与进展[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(3): 407 – 418.
(LIU Jinkun, SUN Fuchun. Research and development on theory and algorithms of sliding mode control[J]. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(3): 407 – 418.)
- [9] HYOCHOONG B, CHEOL K H, JIN H K. Flexible spacecraft attitude maneuver by application of sliding mode control[J]. *Acta Astronautica*, 2005, 57(5): 841 – 850.
- [10] GOEREE B B, FASSE E D. Sliding mode attitude control of a small satellite for ground tracking maneuvers[C] //Proceedings of the American Control Conference. New York: IEEE Press, 2000: 1134 – 1138.
- [11] SHUSTER M D. A survey of attitude representations[J]. *The Journal of the Astronautical Sciences*, 1993, 41(4): 439 – 517.
- [12] FANG Y L. *Dynamic modeling and attitude control of flexible satellite*[D]. Beijing: Beijing Institute of Technology, 2007.
- [13] SLOTINE J E, LI W. *Applied Nonlinear Control*[M]. Beijing: China Machine Press, 2006: 65 – 66.

作者简介:

- 靳永强** (1981—), 男, 博士研究生, 研究方向为航天器的姿态确定与姿态控制, E-mail: jyq413@bit.edu.cn;
- 刘向东** (1971—), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为航天器大角度姿态机动控制与姿态确定, E-mail: xdlIU@bit.edu.cn;
- 侯朝桢** (1938—), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为复杂系统建模与仿真, E-mail: hcj38@bit.edu.cn.