第 26 卷第 3 期
2009 年 3 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 26 No. 3
Mar. 2009

文章编号: 1000−8152(2009)03−0332−05

离散T-S模糊广义系统的H_∞控制

袁宇浩[1], 张庆灵[1], 陈　兵[2]

(1. 东北大学 系统科学研究所, 辽宁 沈阳 110004; 2. 青岛大学 复杂性科学研究所, 山东 青岛 266071)

摘要: 研究了离散T-S模糊广义系统的H_∞控制问题. 首先引入辅助矩阵变量得到新的容许性条件, 解决了由于矩阵P的不定性, 无法运用Schur补引理处理非线性Lyapunov不等式的问题, 进而得到严格不等式表示的H_∞控制条件. 基于模糊Lyapunov函数方法, 分别研究了状态反馈控制器、静态输出反馈控制器、动态输出反馈控制器的构造方法. 所得结论可推广到系统具有范数有界不确定性的情况. 最后通过算例验证方法的有效性.

关键词: 离散T-S模糊广义系统; H_∞控制; 模糊Lyapunov函数; 严格线性矩阵不等式

中图分类号: TP13　　　**文献标识码**: A

H-infinity control for discrete T-S fuzzy descriptor systems

YUAN Yu-hao[1], ZHANG Qing-ling[1], CHEN Bing[2]

(1. Institute of Systems Science, Northeastern University, Shenyang Liaoning 110004, China;
2. Institute of Complexity Science, Qingdao University, Qingdao Shandong 266071, China)

Abstract: The H-infinity control problem of discrete T-S fuzzy descriptor systems is investigated. Auxiliary matrix variables are introduced for obtaining new admissible conditions to deal with the indefiniteness of matrix P, which causes the Schur-complement being unable to be applied to solve the nonlinear Lyapunov inequality. Then, the H-infinity control conditions in terms of strict inequalities are obtained. Subsequently, based on the fuzzy Lyapunov function, the design method of state-feedback controller, static output-feedback controller and dynamic output-feedback controller are studied. The obtained results can be applied to systems with norm-bounded uncertainties. Finally, numerical example shows the effectiveness of the proposed method.

Key words: discrete T-S fuzzy descriptor systems; H-infinity control; fuzzy Lyapunov function; strict linear matrix inequality(LMI)

1　引言(Introduction)

目前, 对于T-S模型描述的广义系统的研究已经取得了一些结果[1~11]. 但是, 对于离散广义系统来说, 研究成果还较少, 而且已有成果多半是围绕稳定性分析问题进行研究的[8~10]. 在实际系统中, 往往需要借助控制器来使系统达到预定的性能指标, 然而设计离散广义系统的控制器难度较大, 原因之一在不等式$E^{\mathrm{T}}PE \geqslant 0$中, 由于矩阵$E$的奇异性, 导致矩阵$P$不一定是正定矩阵, 甚至是不定的, 因而无法将Schur补引理运用于非线性Lyapunov不等式, 使之转化为LMI; 原因之二是离散模糊广义系统的控制问题既要考虑其稳定性又要考虑其正则性和因果性, 而这个问题在正常离散系统中是不需要考虑的. 据作者所知, 目前只有文献[11]研究了离散模糊广义系统的H_∞控制问题, 但文献[11]在矩阵分解的过程中选取形式较为特殊的待求矩阵, 为问题的求解带来一定的保守性.

为了进行系统的控制器设计, 不同于离散模糊广义系统中比较常见的一种容许性条件[9,10], 本文通过引入辅助矩阵变量得到了新的容许性条件, 克服了由于矩阵P的不定性导致的难于将非线性Lyapunov不等式转化为LMI的困难, 进而将其转化为严格矩阵不等式形式的条件, 继而给出了开环系统的H_∞控制条件. 在控制器的设计过程中, 分别考虑了3种形式的控制器: 状态反馈控制器、静态输出反馈控制器、动态输出反馈控制器. 其中动态输出反馈的情况可以归结为静态输出反馈的情形. 文中控制问题的可解性条件均以严格LMI形式给出. 最后指出, 对于系统存在范数有界不确定性的情况, 本文的结论可以做直接的推广.

收稿日期: 2007−09−06; 收修改稿日期: 2008−03−10.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60574011); 辽宁省普通高校学科带头人基金资助项目(124210).

2 问题描述(Problem formulation)

考虑由T-S模型描述的非线性广义系统. 模型的第i条规则为

$$
\begin{aligned}
&R_i: \text{If } \xi_1(k) \text{ is } N_{i1} \text{ and} \cdots \xi_p(k) \text{ is } N_{ip}, \text{then}\\
&\quad Ex(k+1) = A_i x(k) + B_i u(k) + B_{wi} w(k),\\
&\quad z(k) = A_{1i} x(k) + B_{1i} u(k),\ i = 1, 2, \cdots, r.
\end{aligned} \tag{1}
$$

其中: $\xi_1(k), \xi_2(k), \cdots, \xi_p(k)$为前件变量, N_{ij}是模糊集, r为模糊规则数. $x(k) \in \mathbb{R}^n$为状态向量, $u(k) \in \mathbb{R}^m$为控制输入向量, $w(k) \in \mathbb{R}^m$为外部扰动向量, $z(k) \in \mathbb{R}^m$为受控输出向量. $E \in \mathbb{R}^{n\times n}$, 且$\operatorname{rank} E = q < n$. $A_i, A_{1i} \in \mathbb{R}^{n\times n}, B_i, C_i, B_{1i} \in \mathbb{R}^{n\times m}, i = 1, 2, \cdots, r$.

对系统(1)运用单点模糊化、乘机推理和中心加权平均解模糊方法, 全局模糊广义系统可表示成

$$
\begin{cases}
Ex(k+1) = \\
\sum\limits_{i=1}^{r} h_i(k)[A_i x(k) + B_i u(k) + B_{wi} w(k)],\\
z(k) = \sum\limits_{i=1}^{r} h_i(k)[A_{1i} x(k) + B_{1i} u(k)],
\end{cases} \tag{2}
$$

其中

$$h_i(k) = \prod_{j=1}^{p} N_{ij}(\xi_j(k)) / \sum_{i=1}^{r} \prod_{j=1}^{p} N_{ij}(\xi_j(k)),\ \xi_j(k).$$

对于N_{ij}的隶属度为$N_{ij}(\xi_j(k))$, $\sum\limits_{i=1}^{r} h_i(k) = 1$. $h_i(k) \geqslant 0, \forall t \geqslant 0$. 简便起见, 下文将用$h_i$代替$h_i(k)$, $i = 1, 2, \cdots, r$.

本文研究系统(2)的H$_\infty$控制问题, 即使系统(2)满足:

1) $w(t) = 0$时, 系统是正则、因果、稳定的;

2) 在零初始条件下, 对任意$w(t) \in \mathrm{L}_2[0, +\infty)$和给定的实数$\gamma > 0$, 满足$\|w(k)\| < \gamma \|z(k)\|$.

考虑系统(2)的H$_\infty$控制问题之前, 首先对于系统

$$Ex(k+1) = \sum_{i=1}^{r} h_i A_i x(k) \tag{3}$$

给出相关定义:

定义 1　系统(3)是正则的, 如果存在$s \in C$, 使得

$$\det(sE - \sum_{i=1}^{r} h_i A_i) \neq 0, \forall k \geqslant 0.$$

定义 2　系统(3)是因果的, 如果系统(3)是正则的, 并且

$$\deg_s \det(sE - \sum_{i=1}^{r} h_i A_i) = \operatorname{rank} E, \forall k \geqslant 0.$$

定义 3　系统(3)是稳定的, 如果系统(3)是正则的, 并且$\sigma(E, \sum\limits_{i=1}^{r} h_i A_i) \subset D(0,1), \forall k \geqslant 0$,其中

$$\sigma(E, \sum_{i=1}^{r} h_i A_i) = \{s \mid \det(sE - \sum_{i=1}^{r} h_i A_i) = 0\},$$

$D(0,1)$为圆心在$(0,0)$的单位圆盘.

定义 4　系统(3)是容许的, 如果系统(3)是正则、因果、稳定的.

3 主要结果(Main results)

将E进行满秩分解$E = E_L E_R, E_L \in \mathbb{R}^{n\times r}$为列满秩矩阵, $E_R \in \mathbb{R}^{r\times n}$为行满秩矩阵, 则有

定理 1　考虑系统(3), 如果存在非奇异对称矩阵P, 矩阵G和H, 满足

$$E_L^{\mathrm{T}} P E_L > 0, \tag{4}$$

$$\begin{bmatrix} \varUpsilon & -G + (\sum\limits_{i=1}^{r} h_i A_i)^{\mathrm{T}} H \\ * & P - H - H^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} < 0, \tag{5}$$

其中$\varUpsilon = (\sum\limits_{i=1}^{r} h_i A_i)^{\mathrm{T}} G^{\mathrm{T}} + G(\sum\limits_{i=1}^{r} h_i A_i) - E^{\mathrm{T}} P E$. 则系统(3)是容许的.

证　篇幅有限, 证明省略.

注 1　如果在文献[9,10]给出条件的基础上直接考虑控制器设计问题, 则由于矩阵P不一定是正定的, 甚至是不定的. 因此无法采用Schur 补引理将非线性Lyapunov不等式转化为LMI. 本文通过引入矩阵变量G和H, 得到新的容许性判别条件, 为控制器的设计和H$_\infty$控制问题研究奠定了基础.

对于系统(2)的开环系统

$$
\begin{aligned}
&Ex(k+1) = \sum_{i=1}^{r} h_i [A_i x(k) + B_{wi} w(k)],\\
&z(k) = \sum_{i=1}^{r} h_i A_{1i} x(k)
\end{aligned} \tag{6}
$$

的H$_\infty$控制问题, 有以下结论:

定理 2　考虑系统(6), 对于给定的$\gamma > 0$,如果存在非奇异对称矩阵P, 矩阵G和H, 满足

$$E_L^{\mathrm{T}} P E_L > 0, \tag{7}$$

$$\begin{bmatrix} \varPi & \varSigma & -G + (\sum\limits_{i=1}^{r} h_i A_i)^{\mathrm{T}} H \\ * & \varTheta & 0 \\ * & * & P - H - H^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} < 0, \tag{8}$$

其中:

$$\varPi = \varUpsilon + (\sum_{i=1}^{r} h_i A_{1i})^{\mathrm{T}} (\sum_{i=1}^{r} h_i A_{1i}),$$

$$\varSigma = (\sum_{i=1}^{r} h_i A_i)^{\mathrm{T}} P (\sum_{i=1}^{r} h_i B_{wi}),$$

$$\varTheta=-\gamma^2 I+(\sum_{i=1}^{r}h_iB_{wi})^{\mathrm T}P(\sum_{i=1}^{r}h_iB_{wi}),$$

则系统(6)是容许的, 并且满足$\mathrm H_\infty$性能指标.

证 篇幅有限, 证明省略.

受文献[12]的启发, 结合状态反馈控制器

$$u(k)=F(k)x(k),$$

将系统(2)写为

$$\begin{aligned}&E^*x^*(k+1)=\sum_{i=1}^{r}h_i[A_i^*x^*(k)+B_{wi}^*w(k)],\\&z(k)=\sum_{i=1}^{r}h_iA_{1i}^*x^*(k),\end{aligned}\tag{9}$$

其中:

$$E^*=\begin{bmatrix}E&0\\0&0\end{bmatrix},A_i^*=\begin{bmatrix}A_i&B_i\\-F(k)&I\end{bmatrix},$$

$$B_{wi}^*=\begin{bmatrix}B_{wi}\\0\end{bmatrix},\ A_{1i}^*=[A_{1i}\ B_{1i}],\ x^*(k)=\begin{bmatrix}x(k)\\u(k)\end{bmatrix}.$$

对于系统(2)和系统(9), 考虑到

$$\begin{aligned}&\det(sE-\sum_{i=1}^{r}h_i(A_i+B_iF(k))=\\&(-1)^m\det\left(s\begin{bmatrix}E&0\\0&0\end{bmatrix}-\sum_{i=1}^{r}h_i\begin{bmatrix}A_i&B_i\\-F(k)&I\end{bmatrix}\right)=\\&(-1)^m\det(sE^*-\sum_{i=1}^{r}h_iA_i^*),\end{aligned}$$

并且$\mathrm{rank}E=\mathrm{rank}E^*$, 结合容许性定义并考察$\mathrm H_\infty$指标, 可知系统(2)的$\mathrm H_\infty$控制问题等价于系统(9)的$\mathrm H_\infty$控制问题. 所以通过研究系统(9)就可以得到系统(2)的$\mathrm H_\infty$控制结果.

定理 3 考虑系统(9), 对于给定的$\gamma>0$, 如果存在非奇异对称矩阵P_{i1},P_{l3}, 矩阵$G_{i1},G_{i3},H_{i1},H_{i2},H_{i4},N_i$, 满足

$$E_L^{\mathrm T}P_{i1}E_L>0,\ i=1,2,\cdots,r,\tag{10}$$

$$\begin{cases}\varXi_{ijl}+\varXi_{ilj}+\varXi_{jil}+\varXi_{jli}+\varXi_{lij}+\varXi_{lji}<0,\\1\leqslant i\leqslant j\leqslant l\leqslant r.\end{cases}\tag{11}$$

其中:

$$\varXi_{ijl}=\begin{bmatrix}\varXi_{ijl}^{11}&\varXi_{ijl}^{12}&A_i^{\mathrm T}P_{l1}B_{wj}&\varXi_{ijl}^{14}&\varXi_{ijl}^{15}\\ *&\varXi_{ijl}^{22}&B_i^{\mathrm T}P_{l1}B_{wj}&\varXi_{ijl}^{24}&\varXi_{ijl}^{25}\\ *&*&\varXi_{ijl}^{33}&0&0\\ *&*&*&\varXi_{ijl}^{44}&-H_{i2}\\ *&*&*&*&\varXi_{ijl}^{55}\end{bmatrix},$$

$$\varXi_{ijl}^{11}=(G_{i1}A_j)+(G_{i1}A_j)^{\mathrm T}-E^{\mathrm T}P_{i1}E+A_{1i}^{\mathrm T}A_{1j},$$
$$\varXi_{ijl}^{12}=G_{i1}B_j+A_j^{\mathrm T}G_{i3}^{\mathrm T}+A_{1i}^{\mathrm T}B_{1j}^{\mathrm T},$$
$$\varXi_{ijl}^{14}=A_i^{\mathrm T}H_{j1}-G_{i1},\ \varXi_{ijl}^{15}=A_i^{\mathrm T}H_{j2}-N_i^{\mathrm T},$$
$$\varXi_{ijl}^{22}=(G_{i3}B_j)+(G_{i3}B_j)^{\mathrm T}+B_{1i}^{\mathrm T}B_{1j},$$
$$\varXi_{ijl}^{24}=B_i^{\mathrm T}H_{j1}-G_{i3},\ \varXi_{ijl}^{25}=B_i^{\mathrm T}H_{j2}+H_{j4},$$
$$\varXi_{ijl}^{33}=-\gamma^2I+B_{wi}^{\mathrm T}P_{l1}B_{wj},\ \varXi_{ijl}^{44}=P_{l1}-H_{i1}-H_{i1}^{\mathrm T},$$
$$\varXi_{ijl}^{55}=P_{l3}-H_{i4}-H_{i4}^{\mathrm T},\ h_i^+=h_i(k+1).$$

则系统(9)是容许的, 并且满足$\mathrm H_\infty$性能指标, 控制器为$u(k)=\sum_{i=1}^{r}h_i(\sum_{i=1}^{r}h_i^+H_{i4})^{-\mathrm T}N_ix(k)$.

证 篇幅有限, 证明省略.

对于系统

$$\begin{cases}Ex(k+1)=\\ \sum_{i=1}^{r}h_i[A_ix(k)+B_iu(k)+B_{wi}(k)],\\ z(k)=\sum_{i=1}^{r}h_i[A_{1i}x(k)+B_{1i}u(k)],\\ y(k)=\sum_{i=1}^{r}h_iC_{1i}x(k),\end{cases}\tag{12}$$

结合控制器$u(k)=F(k)y(k)$, 可将系统(12)写为

$$\begin{cases}\tilde E\tilde x(k+1)=\sum_{i=1}^{r}h_i[\tilde A_i\tilde x(k)+\tilde B_{wi}w(k)],\\ z(k)=\sum_{i=1}^{r}h_i\tilde A_{1i}\tilde x(k),\\ y(k)=\sum_{i=1}^{r}h_i\tilde C_{1i}\tilde x(k),\end{cases}\tag{13}$$

其中:

$$\tilde E=\begin{bmatrix}E&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix},\ \tilde A_i=\begin{bmatrix}A_i&B_i&0\\0&I&-F(k)\\C_{1i}&0&-I\end{bmatrix},$$

$$\tilde B_{wi}^{\mathrm T}=\begin{bmatrix}B_{wi}\\0\\0\end{bmatrix},\ \tilde A_{1i}^{\mathrm T}=\begin{bmatrix}A_{1i}^{\mathrm T}\\B_{1i}^{\mathrm T}\\0\end{bmatrix},$$

$$\tilde C_{1i}=[C_{1i}\ \ 0\ \ 0],\ \tilde x(k)^{\mathrm T}=\begin{bmatrix}x(k)^{\mathrm T}\ u(k)^{\mathrm T}\ y(k)^{\mathrm T}\end{bmatrix}.$$

类似于定理3的推导过程, 可知通过研究系统(13)即可得到系统(12)的$\mathrm H_\infty$控制结果.

定理 4 考虑系统(13), 对于给定的$\gamma>0$, 如果存在矩阵$P_{i1},P_{i3},P_{i4},P_{i5},P_{i6},G_{i1},G_{i3},G_{i4},G_{i6},G_{i7},G_{i9},H_{i1},H_{i2},H_{i3},H_{i5},H_{i7},H_{i8},H_{i9},N_i$, 满足

$$E_L^{\mathrm T}P_{i1}E_L>0,i=1,2,\cdots,r.\tag{14}$$

$$\begin{cases}\varOmega_{ijl}+\varOmega_{ilj}+\varOmega_{jil}+\varOmega_{jli}+\varOmega_{lij}+\varOmega_{lji}<0,\\1\leqslant i\leqslant j\leqslant l\leqslant r.\end{cases}\tag{15}$$

其中:

$$\varOmega_{ijl}=$$

$$\begin{bmatrix} \Omega_{ijl}^{11} & \Omega_{ijl}^{12} & \Omega_{ijl}^{13} & \Omega_{ijl}^{14} & \Omega_{ijl}^{15} & \Omega_{ijl}^{16} & \Omega_{ijl}^{17} \\ * & \Omega_{ijl}^{22} & \Omega_{ijl}^{23} & \Omega_{ijl}^{24} & \Xi_{ijl}^{25} & \Omega_{ijl}^{26} & \Xi_{ijl}^{27} \\ * & * & \Omega_{ijl}^{33} & \Omega_{ijl}^{34} & \Omega_{ijl}^{35} & \Omega_{ijl}^{36} & \Omega_{ijl}^{37} \\ * & * & * & \Omega_{ijl}^{44} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \Omega_{ijl}^{55} & -H_{i2} & \Omega_{ijl}^{57} \\ * & * & * & * & * & \Omega_{ijl}^{66} & \Omega_{ijl}^{67} \\ * & * & * & * & * & * & \Omega_{ijl}^{77} \end{bmatrix},$$

$$\Omega_{ijl}^{11} = (G_{j1}A_i + G_{j3}C_{1i}) + (G_{j1}A_i + G_{j3}C_{1i})^{\mathrm{T}} - E^{\mathrm{T}}P_{i1}E + A_{1i}^{\mathrm{T}}A_{1j},$$

$$\Omega_{ijl}^{12} = G_{j1}B_i + A_i^{\mathrm{T}}G_{i4}^{\mathrm{T}} + C_{1i}^{\mathrm{T}}G_{j6}^{\mathrm{T}} + A_{1i}^{\mathrm{T}}B_{1j},$$

$$\Omega_{ijl}^{13} = -G_{j3} + A_i^{\mathrm{T}}G_{j7}^{\mathrm{T}} + C_{1i}^{\mathrm{T}}G_{j9}^{\mathrm{T}},$$

$$\Omega_{ijl}^{14} = A_i^{\mathrm{T}}P_{l1}B_{wj} + B_{1i}^{\mathrm{T}}P_{l3}^{\mathrm{T}}B_{wj},$$

$$\Omega_{ijl}^{15} = -G_{i1} + A_i^{\mathrm{T}}H_{j1} + C_{1i}^{\mathrm{T}}H_{j7},$$

$$\Omega_{ijl}^{16} = A_i^{\mathrm{T}}H_{j2} + C_{1i}^{\mathrm{T}}H_{j8},$$

$$\Omega_{ijl}^{17} = -G_{i3} + A_i^{\mathrm{T}}H_{j3} + C_{1i}^{\mathrm{T}}H_{j9},$$

$$\Omega_{ijl}^{22} = (G_{j4}B_i) + (G_{j4}B_i)^{\mathrm{T}} + B_{1i}^{\mathrm{T}}B_{1j},$$

$$\Omega_{ijl}^{23} = -G_{j6} + B_i^{\mathrm{T}}G_{j7}^{\mathrm{T}},\ \Omega_{ijl}^{24} = B_i^{\mathrm{T}}P_{l1}B_{wj},$$

$$\Omega_{ijl}^{25} = -G_{i4} + B_i^{\mathrm{T}}H_{j1},\ \Omega_{ijl}^{26} = B_i^{\mathrm{T}}H_{j2} - H_{j5},$$

$$\Omega_{ijl}^{27} = -G_{i6} + B_i^{\mathrm{T}}H_{j3},\ \Omega_{ijl}^{33} = -G_{j9} - G_{j9}^{\mathrm{T}},$$

$$\Omega_{ijl}^{34} = -P_{l3}^{\mathrm{T}}B_{wj},\ \Omega_{ijl}^{35} = -G_{i7} - H_{j7},$$

$$\Omega_{ijl}^{36} = N_i^{\mathrm{T}} - H_{j8},\ \Omega_{ijl}^{37} = -G_{i9} - H_{j9},$$

$$\Omega_{ijl}^{44} = -\gamma^2 I + B_{wi}^{\mathrm{T}}P_{l1}B_{wj},\ \Omega_{ijl}^{55} = P_{l1} - H_{i1} - H_{i1}^{\mathrm{T}},$$

$$\Omega_{ijl}^{57} = P_{l3} - H_{i3} - H_{i7}^{\mathrm{T}},\ \Omega_{ijl}^{66} = P_{l4} - H_{i5} - H_{i5}^{\mathrm{T}},$$

$$\Omega_{ijl}^{67} = P_{l5} - H_{i8}^{\mathrm{T}},\ \Omega_{ijl}^{77} = P_{l6} - H_{i9} - H_{i9}^{\mathrm{T}},$$

则系统(13)是容许的, 并且满足H_∞性能指标, 控制器为$u(k) = \sum\limits_{i=1}^{r} h_i(\sum\limits_{i=1}^{r} h_i^{+} H_{i5})^{-\mathrm{T}}N_i y(k)$.

证　篇幅有限, 证明省略.

对于系统(12), 设计控制器

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1) &= \sum_{i=1}^{r} h_i[\hat{A}_i\hat{x}(k) + \hat{B}_i y(k)], \\ u(k) &= \sum_{i=1}^{r} h_i[\hat{A}_{1i}\hat{x}(k) + \hat{B}_{1i} y(k)]. \end{aligned} \tag{16}$$

结合控制器(16), 可将对系统(12)的动态输出反馈看做对于系统

$$\hat{E}\xi(k+1) = \hat{A}(k)\xi(k) + \hat{B}(k)u(k) + \hat{B}_w(k)w(k),$$
$$z(k) = \hat{A}_1(k)\xi(k) + \hat{B}_1(k)u(k),$$
$$\hat{y}(k) = \hat{C}_1(k)\xi(k)$$

的静态输出反馈. 静态输出反馈控制器为

$$u(k) = \hat{K}(k)\hat{y}(k),$$

其中:

$$\hat{E} = \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix},\ \hat{A}(k) = \begin{bmatrix} \sum\limits_{i=1}^{r} h_i A_i & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\hat{B}(k) = \begin{bmatrix} 0 & \sum\limits_{i=1}^{r} h_i B_i \\ I & 0 \end{bmatrix},\ \hat{B}_w(k) = \begin{bmatrix} \sum\limits_{i=1}^{r} h_i B_{wi} \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\hat{A}_1^{\mathrm{T}}(k) = \begin{bmatrix} \sum\limits_{i=1}^{r} h_i A_{1i}^{\mathrm{T}} \\ 0 \end{bmatrix},\ \hat{B}_1(k) = \sum_{i=1}^{r} h_i B_{1i},$$

$$\hat{C}_1(k) = \begin{bmatrix} 0 & I \\ \sum\limits_{i=1}^{r} h_i C_{1i} & 0 \end{bmatrix},$$

$$\hat{K}(k) = \begin{bmatrix} \sum\limits_{i=1}^{r} h_i \hat{A}_i & \sum\limits_{i=1}^{r} h_i \hat{B}_i \\ \sum\limits_{i=1}^{r} h_i \hat{A}_{1i} & \sum\limits_{i=1}^{r} h_i \hat{B}_{1i} \end{bmatrix},$$

$$\xi^{\mathrm{T}}(k) = [x^{\mathrm{T}}(k)\ \hat{x}^{\mathrm{T}}(k)],$$

所以可以采用静态输出反馈的有关结论研究动态输出反馈H_∞控制问题, 具体结论从略.

4　数值算例(Numerical example)

考虑离散T-S模糊广义系统

$$Ex(k+1) = \sum_{i=1}^{2} h_i[A_i x(k) + B_i u(k) + B_{wi} w(k)],$$
$$z(k) = \sum_{i=1}^{2} h_i[A_{1i}x(k) + B_{1i}u(k)],$$

其中隶属度函数为

$$h_1 = \frac{1}{2}(1+\sin x_1(k)),\ h_2 = \frac{1}{2}(1-\sin x_1(k)).$$

并且

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\ A_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 2 \\ 5 & 0 \end{bmatrix},\ A_2 = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & a_{22} \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ b_{12} \end{bmatrix},\ B_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix},\ B_{w1} = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$B_{w2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},\ A_{11} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},\ A_{12} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.2 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$$

$$B_{11} = 0.2, B_{12} = 0.1, w(k) = 0.5\cos(2k).$$

矩阵中a_{22}, b_{12}取值范围分别为$[-5, 10], [-10, 10]$的整数点. 图中"*"表示定理的可解区域. 从图1～图4的比较中可以看出, 本文定理3的条件具有较小的保守性.

5　结论(Conclusion)

本文研究了离散T-S模糊广义系统的容许性条件和H_∞控制问题. 首先引入辅助矩阵变量, 得出新的容许性条件. 继而基于模糊Lyapunov函数方法, 分别讨论了状态反馈控制器、静态输出反馈控制器、动态输出反馈H_∞控制器的设计方法, 最终的控制器设计方案均以严格LMI形式给出. 最后举例说明本文方法的实用性和有效性.

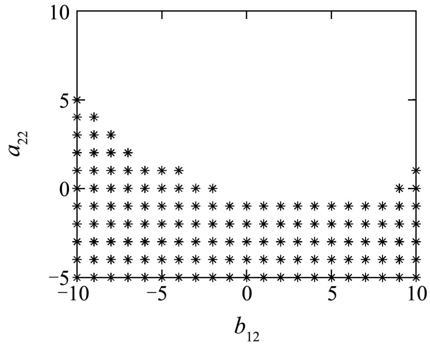

图 1 文献[11]中定理1的可解区域($\gamma = 1$)

Fig. 1 The feasible area of Theorem 1 in [11]($\gamma = 1$)

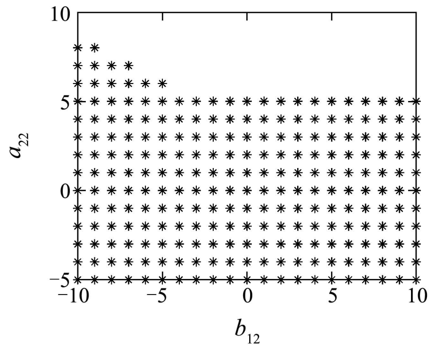

图 2 定理3的可解区域($\gamma = 1$)

Fig. 2 The feasible area of Theorem 3($\gamma = 1$)

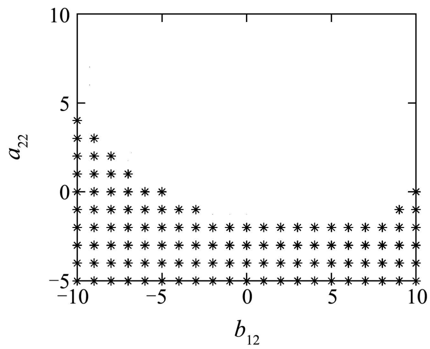

图 3 文献[11]中定理1的可解区域($\gamma = 0.8$)

Fig. 3 The feasible area of Theorem 1 in Ref.[11]($\gamma = 0.8$)

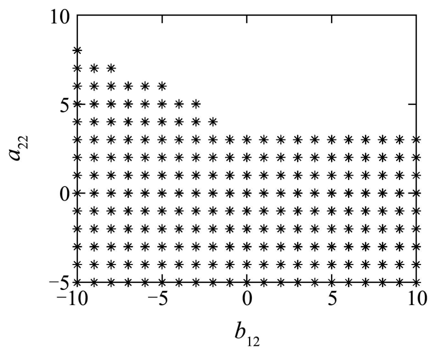

图 4 定理3的可解区域($\gamma = 0.8$)

Fig. 4 The feasible area of Theorem 3($\gamma = 0.8$)

参考文献(References):

[1] TANIGUCHI T, TANAKA K, YAMAFUJI K, et al. Fuzzy descriptor systems: stability analysis and design via LMIs[C] //*Proceedings of American Control Conference*. San Diego, California, USA: IEEE Press, 1999: 1827 – 1831.

[2] TANIGUCHI T, TANAKA K, WANG H O. Fuzzy descriptor systems and fuzzy controller designs[C] //*Proceedings of the 8th International Fuzzy Systems Assoc World Congress*. Taipei, Taiwan: [s.n.], 1999: 655 – 659.

[3] TANIGUCHI T, TANAKA K, WANG H O. Fuzzy descriptor systems and nonlinear model following control[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2000, 8(4): 442 – 452.

[4] YONEYAMA J, ICHIKAMA A. H_∞ control for Takagi-Sugeno fuzzy descriptor systems[C] //*Proceedings of IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*. Tokyo, Japan: IEEE Press, 1999, 3: 28 – 33.

[5] WANG Y, SUN Z Q, SUN F C. Robust fuzzy control of a class of nonlinear descriptor systems with time-varying delay[J]. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2004, 2(1): 76 – 82.

[6] LIN C, WANG Q G, LEE T H. Stability and stabilization of a class of fuzzy time-delay descriptor systems[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2006, 14(4): 442 – 451.

[7] WANG Y, ZHANG Q L, LIU X D. Robustness design of uncertain discrete-time fuzzy descriptor systems with guaranteed admissibility[C] //*Proceedings of American Control Conference*. Anchorage, Alaska, USA: IEEE Press, 2002, 2: 1699 – 1704.

[8] HUANG C P. Stability analysis of discrete singular fuzzy systems[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2005, 151(1): 155 – 165.

[9] XU S Y, SONG B, LU J W, et al. Robust stability of uncertain discrete-time singular fuzzy systems[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2007, 158(20): 2306 – 2316.

[10] 朱宝彦, 张庆灵, 佟绍成. 一类Takagi-Sugeno 模糊离散广义系统的稳定性判据[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(1): 113 – 116.
(ZHU Baoyan, ZHANG Qingling, TONG Shaocheng. Stability criteria for a class of Takagi-Sugeno fuzzy discrete descriptor system[J]. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(1): 113 – 116.)

[11] LEE H J, KAU S W, LEE C H, et al. H_∞ control for discrete-time fuzzy descriptor systems[C] //*Proceedings of IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*. Taipei, Taiwan: IEEE Press, 2006: 5059 – 5064.

[12] TANAKA K, OHTAKE H, WANG H O. A descriptor system approach to fuzzy control system design via fuzzy Lyapunov functions[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2007, 15(3): 333 – 341.

作者简介:

袁宇浩 (1979—), 女, 东北大学系统科学研究所博士研究生, 主要研究方向为模糊控制, E-mail: yyhmds@sohu.com;

张庆灵 (1956—), 男, 东北大学教授, 主要研究方向为分散控制、鲁棒控制、容错控制和广义系统理论等, E-mail: qlzhang@mail.neu.edu.cn;

陈 兵 (1958—), 男, 青岛大学教授, 从事非线性系统的鲁棒控制、模糊控制等研究, E-mail: dongshuoch@sina.com.