

平滑转移向量误差修正模型的非线性调节bootstrap检验

黄 维¹, 田 铮^{1,2}, 党怀义³

(1. 西北工业大学 理学院, 陕西 西安 710129; 2. 遥感科学国家重点实验室, 中国科学院遥感应用研究所, 北京 100101;

3. 中国飞行试验研究院, 陕西 西安 710089)

摘要: 对原假设为线性不含平滑转移均衡趋势关系的两类平滑转移向量误差修正模型提出了非线性调节检验; 提出了检验这类非线性调节关系的SupWald检验、相应的渐近分布和残差bootstrap方法模拟 p 值。模拟实验中证实了有限样本下SupWald检验统计量的良好效用, 并给出了其适用范围, 进而应用该方法检验出几组美国国库券收益率间存在明显的平滑转移非线性调节。

关键词: 平滑转移; 非线性调节; 未识别量; bootstrap

中图分类号: O212 **文献标识码:** A

Bootstrap testing for nonlinear adjustments in error-correction models of nonsmooth transition vector

HUANG Wei¹, TIAN Zheng^{1,2}, DANG Huai-yi³

(1. School of Science, Northwest Polytechnical University, Xi'an Shaanxi 710129, China;

2. State Key Laboratory of Remote Sensing Science, Institute of Remote Sensing Applications, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100101, China;

3. Chinese Flight Test Establishment, Xi'an Shaanxi 710089, China)

Abstract: Nonlinear adjustment tests are presented for the error-correction models of two types of transition vectors with null hypothesis of linear and nonsmooth transition relationship. The SupWald type test is adopted for testing the nonlinear adjustment, and the null asymptotic distribution of which is derived. The approach for simulating the p -values is then given. A residual bootstrap approximation is also presented. Finally, the simulation shows the desired performance with finite samples, and specifies the range of application. Applying the proposed methods to the U.S. treasury, we found the strong evidence for nonlinear adjustment.

Key words: smooth transition; nonlinear adjustment; non-identification; bootstrap

1 引言(Introduction)

非线性调节统计框架包括门限模型、选择模型、马尔可夫选择模型、混合模型和平滑转移模型等五类模型。自1986年Chan和Tong^[1]扩展门限自回归过程而提出平滑转移自回归(smooth transition autoregressive, STAR)过程, 该模型被广泛地应用到商业和贸易价格、汇率等均衡关系研究中。1994年Teräsvirta^[2]吸收了Box-Jenkins对线性时间序列模型的建模理论化的思想, 对STAR过程完成了建模理论化。之后模型的发展为多状态选择^[3]、时变系数^[4]、向量化^[5]等方向。STAR过程的向量化在受Krolzig^[6]和Tsay^[7]分别对马尔可夫选择模型和门限模型下向量化的影响, 也相继完成了模型向量

化的发展, 进而吸收了误差修正机制, 衍生出平滑转移向量误差修正模型(smooth transition vector error correction models, STVECM)^[8]。文[8]对STAR过程和STVECM的研究与应用给予了综述。

还应注意平滑转移非线性调节的理论尚未如其应用广泛般的发展。例如, 绝大多数的文献以线性原假设来检验非线性调节, 但其检验统计量是基于多项式近似的, 进一步的, 这类文献并非直接作用于平滑转移的, 如文[8]等。Seo^[9]考虑了原假设为线性的STVECM的平滑转移非线性调节检验。绝大多数STVECM和STAR过程的检验的原假设为存在线性趋势, 因此构造以原假设为线性但不存在长时趋势的STVECM和STAR过程的检验方法是十分

必要的. 于是本文提出了应用于直接检验平滑转移非线性调节的一类新模型—STVECM, 其中转移函数包含了两类转移函数; 给出了新的STVECM基于原假设为线性不含平滑转移关系的一种平滑转移非线性调节检验—SupWald检验, 和相应的渐近分布理论, 以及bootstrap方法的推断. 在模拟实验中两类平滑转移的SupWald检验的检验水平良好, 而功效略有差异, 并给出了检验的适用范围. 最后在通过SupWald检验后给出了几组美国国库券间的STVECM的估计.

2 平滑转移向量误差修正模型(Smooth transition vector error correction models)

令 $\{x_t, t \in T\}$ 为一个 m 维STVECM生成的非稳定时间序列, 那么有如下形式:

$$\Delta x_t = A'X_{t-1} + \lambda'z_{t-1}(\beta) \cdot F(s_t; \gamma, c) + \varepsilon_t, \quad (1)$$

其中 $X_{t-1} = (1, \Delta x'_{t-1}, \dots, \Delta x'_{t-l})'$.

$z_t(\beta) = (1 - \beta')x_t = x_{1t} - \beta'x_{2t}$, 其中同积量 β 和向量 x_{2t} 都是 $m-1$ 维向量, 若 $\beta = \beta_0$, 记 $z_t = z_t(\beta_0)$. 回归量 $X_{t-1}(\beta)$ 为 $k \times 1$ 维向量, 其中 $k = lm+1$, 系数矩阵 A 为 $k \times m$ 维矩阵, λ 为 $1 \times m$ 维向量, ε_t 为 $m \times 1$ 维向量鞅差序列和有限协方差矩阵 $\Sigma = E(\varepsilon_t \varepsilon_t')$.

转移函数 $F(s_t; \gamma, c)$ 依赖于转移变量 s_t 和联合参数 (γ, c) . logistic 转移函数和指数转移函数经典的研究模型, 考虑一阶logistic转移函数和指数转移函数:

$$F(s_t; \gamma, c) = \{1 + \exp[-\gamma(s_t - c)]\}^{-1}, \gamma > 0, \quad (2)$$

$$F(s_t; \gamma, c) = 1 - \exp[-\gamma(s_t - c)^2], \gamma > 0. \quad (3)$$

观察式(2)和式(3)知参数 γ 决定转移速度, 参数 c 产生阈效应. 特别地, 对于式(2), 当 $\gamma = 0$ 时, 转移效应不存在; 当 $\gamma \rightarrow \infty$ 时, $F(s_t; \gamma, c) \rightarrow \mathbf{1}\{s_t > 1\}$, 其中 $\mathbf{1}\{\cdot\}$ 为示性函数, 模型变成门限向量误差修正模型(vector error correction model, VECM). 对于式(3), 当 $\gamma = 0$ 时, 转移效应不存在; 当 $\gamma \rightarrow \infty$ 时, 模型就简化成线性 VECM. 转移性的存在要求参数 c 满足 $\min(s_t) < c < \max(s_t)$. 转移变量 s_t 一般考虑时间序列滞后项的一个函数(或平稳函数的一个变换). 如 $s_t = z_{t-1}(\beta)$, $s_t = |z_{t-1}(\beta)|$. 不失一般性地取 $s_t = z_{t-1}(\beta)$. 由 $F(s_t; \gamma, c)$ 的单调性和极限易知STVECM是多状态且平滑转移的, 其一为系数矩阵 A 支撑短时动态调节, 其二为系数 A 和 λ 支撑的长时均衡调节.

当系数矩阵(向量) λ 为0时, 模型(1)则简化为线性VECM. 据分析, 考虑基于模型(1)的原假设为线性且不含平滑转移关系的检验, 即假设检验为:

$$H_0: \lambda = 0 \leftrightarrow H_1: \lambda \neq 0.$$

定义参数向量:

$$\theta = \text{vec}(\beta, \gamma, c; A, \lambda, \Sigma) \in \Theta,$$

真值为 θ_0 . 考虑参数 (β, γ, c) , 显然 (β, γ, c) 是原假设下的未识别的(称未识别量, non-identification), 若 (β, γ, c) 均未知, 则对于 (β, γ, c) 估计的搜索将基于三维实数域的, 本文考虑同积参数是已知的情形, 即 $\beta = 1$. 可运用穷举法给出未识别量 (γ, c) 的OLS估计. 参数 (γ, c) 中 γ 仅要求 $\gamma > 0$, 注意到搜索区间是无界的, 因此, 必须对其进行一个可满足搜索精度的变换: 构造一单调函数 $f(\cdot)$ 使得 $\gamma = f^{-1}(v_1)$, $v_1 \in (0, 1)$. 可取变换 $\gamma = \frac{v_1}{1 - v_1}$, 则 $f: v_1 \in [v_{1L}, v_{1U}] \subset (0, 1) \rightarrow \gamma \in [\gamma_L, \gamma_U] \subset \mathbb{R}^+$. 参数 c 要求 $0 < P(z_{t-1}(\beta) \leq c) < 1$, 记 $v_2 = P(z_{t-1}(\beta) \leq c)$, 则 $P^{-1}: v_2 \in [v_{2L}, v_{2U}] \subset (0, 1) \rightarrow c \in [c_L, c_U] \subset \mathbb{R}^+$. 记参数定义域为 $\Upsilon \equiv [\gamma_L, \gamma_U] \times [c_L, c_U]$, $V \equiv [v_{1L}, v_{1U}] \times [v_{2L}, v_{2U}]$.

3 STVECM的平滑转移非线性调节bootstrap检验(Bootstrap testing for smooth transition nonlinearity)

3.1 SupWald 检验统计量(SupWald test statistic)

Wald类检验是一类常用于检验线性VECM原假设中不含同积长时均衡趋势关系且备选假设中只含一个已知的长时均衡趋势关系的方法. 考虑应用Wald类检验统计量的上限值(即SupWald)作为检验STVECM中平滑转移非线性调节关系的检验统计量. 当参数 (γ, c) 给定时, 模型(1)的系数有相应的OLS估计 $(\tilde{A}(\gamma, c), \tilde{\lambda}(\gamma, c), \tilde{\varepsilon}_t(\gamma, c))$, 那么有

$$\Delta x_t = \tilde{A}'(\gamma, c)X_{t-1} + \tilde{\lambda}'(\gamma, c)z_{t-1}(\beta) \times F(z_{t-1}(\beta; \gamma, c)) + \tilde{\varepsilon}_t(\gamma, c),$$

其中 $\tilde{\Sigma}(\gamma, c) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \tilde{\varepsilon}_t(\gamma, c) \tilde{\varepsilon}_t'(\gamma, c)$. 令 $\mathbf{X} = \{X_0, X_1, \dots, X_{T-1}\}'$, $\mathbf{F}_{(\gamma, c)}$ 和 ε 分别为 $F_t(\gamma, c) = z_{t-1}(\beta) \cdot F(z_{t-1}(\beta); \gamma, c)$ 和 $\tilde{\varepsilon}_t(\gamma, c)$ 按行构成的矩阵. 令 $\mathbf{P}_{-1}$ 为关于常数项与滞后项 $\Delta x_{t-1}, \dots, \Delta x_{t-l}$ 的投影算子, 在 H_0 下, $\mathbf{P}_{-1}\Delta x_t = \mathbf{P}_{-1}\varepsilon_t$, 则投影后的模型关于给定参数 (γ, c) 的Wald类检验统计量为:

$$\begin{aligned} \text{Wald}_n(\gamma, c) = & \text{vec}(\tilde{\lambda}(\gamma, c))' \text{var}(\text{vec}(\tilde{\lambda}(\gamma, c)))^{-1} \text{vec}(\tilde{\lambda}(\gamma, c)) = \\ & \text{vec}((\mathbf{F}_{(\gamma, c)}' \mathbf{P}_{-1} \mathbf{F}_{(\gamma, c)})^{-1} (\mathbf{F}_{(\gamma, c)}' \mathbf{P}_{-1} \varepsilon))' \times \\ & [(\mathbf{F}_{(\gamma, c)}' \mathbf{P}_{-1} \mathbf{F}_{(\gamma, c)})^{-1} \otimes \tilde{\Sigma}(\gamma, c)]^{-1} \times \\ & \text{vec}((\mathbf{F}_{(\gamma, c)}' \mathbf{P}_{-1} \mathbf{F}_{(\gamma, c)})^{-1} (\mathbf{F}_{(\gamma, c)}' \mathbf{P}_{-1} \varepsilon_b)) = \\ & \text{tr}\{(\mathbf{F}_{(\gamma, c)}' \mathbf{P}_{-1} \varepsilon \tilde{\Sigma}(\gamma, c)^{-1/2})' (\mathbf{F}_{(\gamma, c)}' \mathbf{P}_{-1} \mathbf{F}_{(\gamma, c)})^{-1} \times \\ & (\mathbf{F}_{(\gamma, c)}' \mathbf{P}_{-1} \varepsilon \tilde{\Sigma}(\gamma, c)^{-1/2})\}. \end{aligned}$$

上述检验统计量是 (γ, c) 给定时的检验统计量, 而在原假设下 (γ, c) 为未识别量, 因此Wald类检验统计量是非标准的. 据文献[10,11]和 $(\gamma, c) \in \mathcal{Y} \subset \mathbb{R}^2$, 因此考虑如下检验统计量:

$$\text{SupWald} = \sup_{(\gamma, c) \in \mathcal{Y}} \text{Wald}_n(\gamma, c). \quad (4)$$

3.2 渐近分布(Asymptotic distribution)

模型(1)的原假设线性VECM: $\Delta x_t = C(L)\varepsilon_t$ 可由Engle-Granger表示定理表示为如此形式: $x_t = C(1) \sum_{i=1}^n \varepsilon_i + C^*(L)\varepsilon_t, z_t = B'C^*(L)\varepsilon_t$, 其中 $C^*(L) = \frac{C(L) - C(1)}{1 - L}$ 和 $B = (1, -\beta)'$. 因此, 可看成一平稳过程加上一随机趋势项构成, 其中该模型的随机趋势项为平稳过程的同积关系 $z_t(\beta) = B'x_t = x_{1t} - \beta'x_{2t}$.

首先, 整理记号与参数. 记“ $\Rightarrow$ ”表示弱收敛, $z_t = z_t(\beta_0)$, $F_t(v) = F(z_{t-1}(\beta_0), v)$, $\varepsilon_t(v) = \varepsilon_t(\theta_0, v)$. 其中 $v \equiv (v_1, v_2)$, $v_1 = f(\gamma)$, $v_2 = P(z_{t-1} \leq c)$, 且在原假设下 ε_t 与 v 无关. 在此给出线性VECM常用的假设和平滑转移的相应假设条件.

- 假设 1**
- 1) $v \in V \subset (0, 1)^2$;
 - 2) $\{\varepsilon_t, \mathcal{F}_t\}$ 为 $\sup_t \|\varepsilon_t\|_4 < \infty$ 的向量鞅差序列;
 - 3) $\sum_{k=1}^{\infty} k|C_k| < \infty$, 其中 $\Delta x_t = \sum_{k=0}^{\infty} C_k \varepsilon_{t-k}$;
 - 4) $\sup_{\theta \in \Theta} |\theta| < \infty$;
 - 5) $F_t(v)$ 连续可导, $\sup_t \|\sup_{v \in V} |F'_t(v)|\|_2 < \infty$.

假设1)~4) 保证logistic转移函数和指数转移函数满足误差项和1阶差分项的4阶矩有界, 假设5)保证转移函数的随机收敛性.

引理 1 在原假设 H_0 和假设1下,

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{t=1}^n \varepsilon_t(v) F_t(v) \otimes z_{t-1} \Rightarrow \int_0^1 W(v) dU,$$

其中 U 是协方差阵为 Σ 的Brown运动.

证 在原假设 H_0 下, 由于 $F_t(v) \otimes z_{t-1}$ 为平方可积的鞅差序列, 因此有

$$W_n(v) = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{t=1}^n F_t(v) \otimes z_{t-1} \Rightarrow W(v).$$

为了证明

$$G_n(v) = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{t=1}^n \varepsilon_t(v) F_t(v) \otimes z_{t-1} = \sum_{t=1}^n F_t(v) \frac{z_{t-1}}{\sqrt{n}} \varepsilon_t(v) \Rightarrow \int_0^1 W(v) dU \equiv G(v).$$

对任一小 $\varepsilon > 0$, $v, v_1 \in V$, 总存在充分小的 $\delta > 0$,

使得当 $|v - v_1| < \delta$ 时, 有

$$\begin{aligned} P\left(\sup_{|v-v_1| \leq \delta} |G_n(v) - G_n(v_1)| > \varepsilon\right) &\leq \\ \frac{1}{\varepsilon} E \sup_{|v-v_1| \leq \delta} |G_n(v) - G_n(v_1)| &= \\ \frac{1}{\varepsilon} E \sup_{|v-v_1| \leq \delta} \left| \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{t=1}^n \varepsilon_t (F_t(v) - F_t(v_1)) \otimes z_{t-1} \right| &\leq \\ \frac{\delta}{\varepsilon} \sup_t \left\| \sup_{v \in V} F'_t(v) \right\|_2 \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{t=1}^n \|\varepsilon_t\|_4^2 \sup_t \|z_{t-1}\|_4^2 &\rightarrow \\ 0 (n \rightarrow \infty). \end{aligned}$$

其中假设1)和3)保证了 $\sup_t \|z_{t-1}\|_4^2$ 的有界性, Bulkholder不等式保证了 $\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{t=1}^n \|\varepsilon_t\|_4^2$ 有界. 根据泛函中心极限定理和随机不等式有

$$G_n(v) \Rightarrow \int_0^1 W(v) dU \equiv G(v).$$

证毕.

定理 1 在原假设 H_0 和假设1下

$$\begin{aligned} \text{SupWald} \Rightarrow \sup_{v \in V} \text{tr} \left\{ \left(\int_0^1 \tilde{B}_1(v) d\tilde{B}'(v) \right)' \times \right. \\ \left. \left(\int_0^1 \tilde{B}_1(v) \tilde{B}_1'(v) \right)^{-1} \left(\int_0^1 \tilde{B}_1(v) d\tilde{B}'(v) \right) \right\}. \end{aligned}$$

其中 $B(v)$, $\tilde{B}_1(v)$ 为 $[0, 1]$ 上标准 l 维向量Brown运动.

证 令 $\vec{i}$ 为一个元素均为1的向量, $\bar{\Delta}X_{-1}$ 为去均值的滞后项 $\bar{\Delta}x'_{t-j}$ 所构成的矩阵, 同样 $\bar{F}_{(\gamma, c)}$ 为去均值的 $F_{(\gamma, c)}$, 对于 $j = 1, \dots, l$, 假设1.2, 1.3保证了 $\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{t=1}^n \|\Delta x_{t-j}\|_4^2$ 的有界性, 据引理1相同的证明方式, 可以推出:

$$\begin{aligned} \sup_{\theta} \left| \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n z_{t-1} F(z_{t-1}; \gamma, c) \Delta x_{t-j} \right| = \\ \frac{1}{\sqrt{n}} \sup_{\theta} \left| \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{t=1}^n z_{t-1} F(z_{t-1}; \gamma, c) \Delta x_{t-j} \right| \xrightarrow{p} 0, \end{aligned}$$

更进一步地, 遍历 $j = 1, \dots, l$, 可推出

$$\frac{1}{n} F_{(\gamma, c)} \bar{\Delta}X_{-1} = o_p(1).$$

下面考虑SupWald统计量的各项:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{n}} F'_{(\gamma, c)} P_{-1} \varepsilon \tilde{\Sigma}(\gamma, c)^{-1/2} &= \\ \frac{1}{\sqrt{n}} F'_{(\gamma, c)} (I_n - \vec{i}(\vec{i}'\vec{i})^{-1}\vec{i}') &- \\ \bar{\Delta}X_{-1} (\bar{\Delta}X'_{-1} \bar{\Delta}X_{-1})^{-1} \bar{\Delta}X'_{-1} \varepsilon \tilde{\Sigma}(\gamma, c)^{-1/2} &= \\ \frac{1}{\sqrt{n}} \bar{F}'_{(\gamma, c)} \varepsilon \tilde{\Sigma}(\gamma, c)^{-1/2} - \frac{1}{n} F'_{(\gamma, c)} \bar{\Delta}X_{-1} \times \\ \left(\frac{1}{n} \bar{\Delta}X'_{-1} \bar{\Delta}X_{-1} \right)^{-1} \frac{1}{\sqrt{n}} \bar{\Delta}X'_{-1} \varepsilon \tilde{\Sigma}(\gamma, c)^{-1/2} &= \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \bar{\mathbf{F}}'_{(\gamma,c)} \varepsilon \tilde{\Sigma}(\gamma, c)^{-1/2} + o_p(1), \quad (5)$$

同理有,

$$\frac{1}{n} \mathbf{F}'_{(\gamma,c)} \mathbf{P}_{-1} \mathbf{F}_{(\gamma,c)} = \frac{1}{n} \bar{\mathbf{F}}'_{(\gamma,c)} \bar{\mathbf{F}}_{(\gamma,c)} + o_p(1). \quad (6)$$

据式(5) (6), 引理1和相关随机过程的渐近分布有:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{n}} \mathbf{F}'_{(\gamma,c)} \mathbf{P}_{-1} \varepsilon \tilde{\Sigma}(\gamma, c)^{-1/2} \Rightarrow \\ & \int_0^1 (W(v) - \int_0^1 W(v)) dB' = \omega \int_0^1 \tilde{B}(v) dB', \\ & \frac{1}{n} \mathbf{F}'_{(\gamma,c)} \mathbf{P}_{-1} \mathbf{F}_{(\gamma,c)} \Rightarrow \\ & \int_0^1 (W(v) - \int_0^1 W(v)) (W(v) - \int_0^1 W(v))' = \\ & \omega^2 \int_0^1 \tilde{B}(v) \tilde{B}'(v), \end{aligned}$$

其中 $W(v) - \int_0^1 W(v) \equiv \omega \tilde{B}_1(v)$, $B(v)$, $\tilde{B}_1(v)$ 为 $[0, 1]$ 上的标准 l 维向量 Brown 运动. 至此, 证得 SupWald 统计量的收敛性. 证毕.

3.3 模拟 p 值 (Asymptotic p -value)

注意到 STVECM 检验直接检验平滑转移非线性调节关系, 未知参数均为未识别量, 检验统计量均是非标准的, 生成临界值表困难, 所以这里采用残差 bootstrap 方法来模拟检验统计量的 p 值. 即通过服从 i.i.d. 的残差项序列 ε_t 重抽样, 进而回代估计模型而生成时间序列 x_t 的 bootstrap 样本 x_t^b . 计算残差 bootstrap 样本下的检验统计量, 并记录其大于原始样本下的检验统计量(4)的百分比即为 p 值.

4 模拟实验 (Simulation)

本小节利用 Monte Carlo 实验研究 SupWald 检验的有限样本性质, 即考察 SupWald 检验的检验水平与功效. 该模拟实验中是时间序列的维数取 $m = 2$, 滞后项阶数取 $l = 0$, 取 100 和 250 两种样本容量

和 1000 次模拟计算重复, 对每一次重复进行 200 次 bootstrap 方法迭代以模拟检验统计量 p 值. 检验统计量考虑含一阶 logistic 转移函数(2)和指数转移函数(3)的两类 SupWald 检验统计量. 转移参数考虑

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{v_1}{1 - v_1}, \\ v_{1L} &= 1 - v_{1U} = 0.05, \\ v_{2L} &= 1 - v_{2U} = 0.10, \end{aligned}$$

Wald 类检验统计量的上限值 SupWald 将二维网面 V 的网格点上进行搜索. 不影响分析的情况下, 考虑简单数据生成过程:

$$\begin{aligned} \Delta x_t &= \\ \mu + \Gamma' \Delta x_{t-1} + \lambda' z_{t-1}(\beta) F(z_{t-1}(\beta); \gamma, c) + \varepsilon_t, \quad (7) \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} x_t &= (x_{1t}, x_{2t})', \quad \lambda = (\lambda_1, \lambda_2)', \\ z_{t-1}(\beta) &= x_{1t} + \beta' x_{2t}, \quad \varepsilon_t = (\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t})', \end{aligned}$$

$F(z_{t-1}(\beta); \gamma, c)$ 取一阶 logistic 转移函数(2)和指数转移函数(3)两种形式.

4.1 检验水平 (Size)

为考察检验统计量的水平, 数据生成过程取(7)的 $\lambda = \mathbf{0}$ 情形. 不失一般性简化系数取值. 考虑 $\mu = 0$, $\beta = 1$, ε_t 为服从 $N(0, 1)$ 分布的 i.i.d. 序列, Φ 取 Φ_0 , Φ_1 , Φ_2 如下:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -0.2 & 0 \\ -0.1 & -0.2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -0.2 & -0.1 \\ -0.1 & -0.2 \end{pmatrix}.$$

搜索基于 V 的 50×50 等分点上进行. 表 1 为含 logistic 转移函数(log)和指数转移函数(exp)的两种 SupWald 检验及 ADF 检验在水平为 5% 和 10% 下的拒绝率. 计算每一个模拟数据的 SupWald 统计量和 bootstrap 模拟 p 值. 表 1 表明了两种 SupWald 统计量的模拟 p 值是均低于相应的水平的.

表 1 SupWald 检验水平
Table 1 Size of SupWald tests

		10%			5%		
		Γ_0	Γ_1	Γ_2	Γ_0	Γ_1	Γ_2
$n = 100$	ADF	0.089	0.098	0.100	0.045	0.054	0.043
	log	0.092	0.094	0.075	0.037	0.040	0.035
	exp	0.092	0.103	0.083	0.036	0.041	0.037
$n = 250$	ADF	0.088	0.102	0.120	0.049	0.048	0.045
	log	0.090	0.095	0.080	0.040	0.045	0.038
	exp	0.094	0.094	0.090	0.048	0.043	0.038

4.2 检验功效(Power)

接下来考虑检验统计量的功效, 数据生成过程取(7). 不失一般性, 假定 $\mu = 0, \Gamma = 0, \beta = 1$. 转移函数(2) (3)的转移参数 $c = 0$, 转移率参数的取值情况通过变换 $\gamma = v_1/(1 - v_1)$ 按 v_1 分别取0.1,0.5, 0.9等3种情形, 由于 $\lambda_1 = 0$ 时模型转移效应不存在, 考虑 λ_1 取-0.2, -0.5, -0.8, $\lambda_2 = 0$. 搜索基于V

的 25×25 等分点上进行, 在水平5%下的SupWald检验统计的功效如表2所示. 观察表2可知, SupWald检验的拒绝率关于 λ_1 递增, v_1 递减, 即关于 γ 递减的. v_1 逼近0或1时, STVECM就将退化为线性VECM, 那就要求样本容量充分大才能检验出转移效应. 因此当 v_1 很大时, 含logistic转移函数的SupWald和Wald₀统计量不能对功效很好保护.

表 2 SupWald和Wald₀检验功效
Table 2 Power of SupWald and Wald₀ tests

		$\lambda \backslash v_1$	log			exp		
			0.1	0.5	0.9	0.1	0.5	0.9
$n=100$	SupWald	(-0.2, 0)	0.258	0.119	0.103	0.440	0.516	0.553
		(-0.5, 0)	0.721	0.314	0.208	0.818	0.876	0.866
		(-0.8, 0)	0.896	0.559	0.313	0.947	0.934	0.877
	Wald ₀	(-0.2, 0)	0.302	0.165	0.115	0.556	0.712	0.796
		(-0.5, 0)	0.816	0.489	0.406	0.891	0.944	0.908
		(-0.8, 0)	0.969	0.796	0.535	0.996	0.989	0.940
$n=250$	SupWald	(-0.2, 0)	0.449	0.190	0.154	0.607	0.694	0.758
		(-0.5, 0)	0.998	0.781	0.293	0.978	1.00	0.979
		(-0.8, 0)	1.00	0.953	0.472	1.00	10.00	0.998
	Wald ₀	(-0.2, 0)	0.515	0.358	0.227	0.870	0.881	0.900
		(-0.5, 0)	1.00	0.873	0.378	0.989	1.00	0.994
		(-0.8, 0)	1.00	1.00	0.513	1.00	1.00	1.00

5 实例(Illustration)

研究美国国库券收益率之间是否存在门限同积关系. 选择年限为5年(fvx), 10年(tnx)和30年(tyx)的1977年3月到2005年12月国库券的月数据样本, 共346组数据样本(来自www.yahoo.com财经), 图1给出了原始点图.

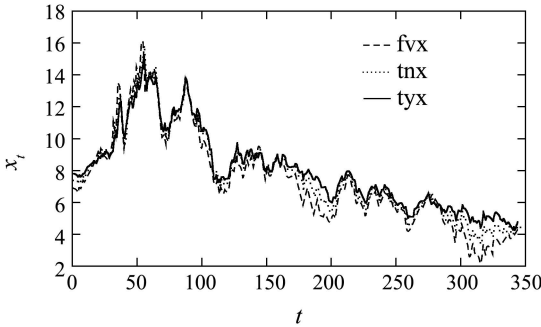


图 1 数据图

Fig. 1 Data plots

将数据两两组合为tnx-tyx, fxv-tyx和fxv-tnx三组二维数据进而检验其间的关系. 首先通过ADF检验得出这3种国库券收益率中均含有单位根, 最后对国库券的3种组合是否存在平滑转移

非线性调节关系进行BIC准则定阶的SupWald检验, 在水平5%下, 利用1000次bootstrap模拟计算SupWald统计量近似p值, 结果表明3种组合的模拟p值均小于为0.005. 因此接受他们之间均存在平滑转移的非线性调节关系. STVECM的估计见于表3, 限于篇幅仅给出logistic转移函数的.

表 3 STVECM估计
Table 3 Estimation of STVECM

		$\tilde{A}'$		$\tilde{\lambda}'$	γ	c
tnx	-0.007	-0.256	0.446	0.791	5.71	0.200
tyx	-0.008	-0.074	0.230	0.579		
fxv	-0.005	-0.107	0.399	0.676	3.35	0.290
tyx	-0.008	0.002	0.115	0.421		
fxv	-0.005	-0.202	0.440	1.37	6.63	0.080
tnx	-0.008	-0.022	0.159	1.02		

6 小结(Conclusion)

本文给出了一种用于直接检验新的STVECM中是否存在平滑转移非线性调节关系的SupWald统计量检验, 并给出相应的渐近分布理论, 利用bootstrap方法模拟近似统计量的p值, 并给

出SupWald统计量检验的适用范围. 尚需进一步研究转移函数中的同积量全为未知的假设检验的STVECM的阈同积检验方法, 和进一步广义化转移函数, 如logistic转移函数推广到 n 阶情形的假设检验, 以及完善参数估计理论和计算方法, 这正是作者在研究之中的问题.

参考文献(References):

- [1] CHAN K S, TONG H. On estimating thresholds in autoregressive models[J]. *Journal of Time Series Analysis*, 1986, 7(3): 179 – 190.
- [2] TERÄSVITRA T. Specification, estimation, and evaluation of smooth transition autoregressive models[J]. *Journal of the American Statistical Association*, 1994, 89(425): 208 – 218.
- [3] VAN DIJK D, FRANSES P H. Modeling multiple regimes in the business cycle[J]. *Macroeconomic Dynamics*, 1999, 3(3): 311 – 340.
- [4] GRANGER C W J, TERÄSVITRA T. A simple nonlinear time series model with misleading linear properties[J]. *Economics Letters*, 1999, 62(2): 161 – 165.
- [5] TAYLOR N, VAN DIJK D, FRANSES P H, et al. Arbitrage activity, and stock price dynamics[J]. *Journal of Banking and Finance*, 2000, 24(8): 1289 – 1306.
- [6] KROLZIG H M. Markov-switching vector autoregressions modeling, statistical inference and applications to business cycle analysis[M] // *Lecture Notes in Economics and Mathematics*. Berlin: Springer-Verlag, 1997: 454.
- [7] TSAY R S. Testing and modeling multivariate threshold models[J]. *Journal of the American Statistical Association*, 1998, 93(443): 1188 – 1202.
- [8] VAN DIJK D, TERÄSVITRA T, FRANSES P H. Smooth transition autoregressive models-a surveys of recent developments[J]. *Econometric Reviews*, 2002, 21(1): 1 – 47.
- [9] SEO B. Testing for nonlinear adjustment in smooth transition vector error correction models[R]. *Econometric Society, Far Eastern Meetings*. [S.l.]: [s.n.], 2004, 749.
- [10] HANSEN B E. Inference when a nuisance parameter is not identified under the null hypothesis[J]. *Econometrica*, 1996, 64(2): 413 – 430.
- [11] HANSEN B E, SEO B. Testing for two regimes threshold cointegration in vector error correction models[J]. *Journal of Econometrics*, 2002, 110(2): 293 – 318.

作者简介:

黄 维 (1982—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为非线性时间序列、数据处理与信息处理, E-mail: wster.huang@gmail.com;

田 铮 (1948—), 女, 教授, 博士生导师, 主要从事非线性时间序列与信息处理、多尺度随机模型与图像处理等方面的研究, E-mail: zhtian@nwpu.edu.cn;

党怀义 (1967—), 男, 研究员, 研究方向航空遥测数据处理技术、大型工程数据库系统技术以及分布式网络数据处理等研究.