

一类非线性离散系统自适应准滑模控制

侯忠生¹, 王卫红^{1,2}, 金尚泰¹

(1. 北京交通大学 电子与信息工程学院 先进控制系统研究所, 北京 100044;

2. 太原科技大学 自动化系, 山西 太原 030024)

摘要: 针对一般非线性离散时间系统的不确定性和扰动抑制问题, 提出一种新的自适应准滑模控制算法. 算法包括两部分, 其一是基于紧格式动态线性化模型的自适应准滑模控制器设计, 其中动态线性化方法中“伪偏导数”的估计算法仅依赖于系统 I/O 实时量测值. 其二是采用径向基神经网络估计器来估计系统的综合不确定性. 理论分析证明了系统的 BIBO 稳定性. 仿真结果验证了所提算法的有效性.

关键词: 准滑模控制; 无模型自适应控制; 动态线性化; 神经网络; 非线性离散时间系统

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Adaptive quasi-sliding-mode control for a class of nonlinear discrete-time systems

HOU Zhong-sheng¹, WANG Wei-hong^{1,2}, JIN Shang-tai¹

(1. Advanced Control Systems Laboratory,

School of Electronics and Information Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China;

2. Department of Automation, Taiyuan University of Science & Technology, Taiyuan Shanxi 030024, China)

Abstract: A new adaptive quasi-sliding-mode control algorithm is proposed to deal with the problems of disturbances and uncertainty in general nonlinear discrete-time systems. The algorithm includes two parts: one is the design of an adaptive quasi-sliding-mode controller based on the tight-format dynamic linearization model, whose linearization parameters, i.e. pseudo-partial derivatives(PPD) are estimated on-line from the I/O(input/output) information of the system; the other is the estimation of the system uncertain part by employing a RBFNN(radical base function neural network)-based predictor. The BIBO(bounded-input bounded-output) stability is also proved through rigorous theoretical analysis. Finally, the simulation results validate the effectiveness of the proposed method.

Key words: quasi-sliding mode control; model-free adaptive control; dynamic linearization; neural network; nonlinear discrete-time systems.

1 引言(Introduction)

随着人们对控制精度的要求不断提高, 非线性系统的扰动抑制问题受到越来越多的重视, 带有扰动等不确定性且难以建模的非线性系统的控制问题也逐渐成为控制理论中的一个重要课题. 一般地说, 可行的扰动抑制方法有内模控制、自适应输出反馈控制、滑模变结构控制、以及基于扰动补偿的神经网络控制等.

滑模变结构控制在滑动模态时, 对摄动和外部扰动具有良好的鲁棒性, 因而成为处理带有各种不确定性的非线性系统控制的有效方法之一. 但是从理论上讲, 只有理想的连续滑模控制才可由变结构产生等效滑模控制, 而对于离散系统, 变结构控制只能产生准滑模控制^[1]. 另一方面, 随着计算机的广泛

使用, 仿真研究和实时控制时由于采样周期的存在, 使变结构滑动模态的性质、稳定性及到达条件都发生变化, 连续时间系统的变结构控制方法难以直接应用于离散时间系统, 因此研究离散时间系统的变结构控制方法具有重要的理论价值和实际意义. 近年来, 针对离散时间系统的变结构控制理论与设计的文献逐渐增多^[1~6], 其中自适应变结构控制方法因其兼有自适应控制和变结构控制二者的优点而吸引了众多学者^[3~5], 并且常用于非线性系统的扰动抑制问题. 然而, 对于系统存在扰动等不确定性的处理, 常规的变结构控制器是按不确定性的上界设计, 也就是说, 它是按照最坏情况设计的, 这样的设计显然存在着保守性, 如系统动态性能不理想、鲁棒性变差等, 同时会导致控制信号抖振加剧, 这不仅会增

加能量损耗,而且会给机械机构带来一些不良影响.文[3,5,6]提出的算法也都需要事先知道模型不确定性和扰动的上界,然而,在实际系统中这些内容的获取有时会比较困难.

此外,上面提到的这些方法都需要已知系统模型,或状态空间模型、或输入输出模型.众所周知,对非线性系统建模既耗时又费力,而且很多非线性系统建立可靠的模型难度非常大,成本也非常高.文[7~9]提出一种无模型自适应控制方法,该方法是一种基于“伪偏导数”概念的无模型方法.相应的控制器的设计仅涉及到系统的输入输出信息,“伪偏导数”的获取也是仅依赖于系统 I/O 实时量测值.该方法的提出无疑为解决此类问题提供了可能.

神经网络已被证明在一定的条件下能够以任意精度逼近任意光滑非线性函数,且已成为系统建模、预测和控制的有效手段^[10,11].因此,针对非线性系统,尤其是带有扰动等不确定性的复杂非线性系统,将无模型自适应控制、神经网络以及滑模变结构控制相结合,构成新的综合方法是可行的.

本文针对一类受扰非仿射非线性系统,以无模型动态线性化方法为基础,结合滑模变结构控制和神经网络,提出一种基于神经网络估计的非线性离散时间系统自适应准滑模控制方法(简称NN-SMC).该方法主要有以下3方面的新意:1)控制方法中准滑模控制器的设计是一种基于伪偏导数概念的无模型控制方法;2)拓展了文[9]的结果,文[9]处理的是非线性离散系统的调节问题,采用本文方法可以解决一般非线性离散系统的跟踪问题;3)将文[6]要求不确定性全局有界的限制条件放松为仅需不确定性差分信号有界.

2 问题描述(Problem description)

考虑如下系统:

$$y(k+1)=f(y(k),y(k-1),\cdots,y(k-n_y),u(k),u(k-1),\cdots,u(k-n_u))+f_{NL}(k). \quad (1)$$

其中: $y(k), u(k) \in \mathbb{R}$ 分别为 k 时刻的系统输出、输入信号, $f_{NL}(\cdot)$ 表示未建模动态、扰动或其他可分离型的不确定性, $n_y, n_u \in \mathbb{R}$ 为系统未知阶数, $f(\cdot)$ 是未知非线性函数. 令

$$y_m(k+1)=f(y(k),y(k-1),\cdots,y(k-n_y),u(k),u(k-1),\cdots,u(k-n_u)). \quad (2)$$

则系统(1)可以改写为

$$y(k+1)=y_m(k)+f_{NL}(k). \quad (3)$$

假设 1 系统(1)是输入输出可观测的、可控的,即对某一系统有界的期望输出信号 $y_r(k)$, 存在一有

界的可行控制输入信号,使系统在此控制输入信号的驱动下其输出等于系统的期望输出.

假设 2 $f(\cdot)$ 关于系统当前的控制输入信号 $u(k)$ 的偏导数是连续的.

假设 3 系统是广义 Lipschitz 的,即满足对任意的 k 和 $|\Delta u(k)| \neq 0$ 有

$$|\Delta y(k+1)| \leq b |\Delta u(k)|,$$

其中: $\Delta y(k+1) = y(k+1) - y(k)$, $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$, b 是一个正常数.

假设 4 系统(1)具有一个全局渐近稳定的零动态.

从实际观点上看,上述假设是合理并可接受的.其中,假设1是对受控系统的一条基本假设,如果它不满足,这种系统的控制是不可能的.假设2是许多控制律的典型条件,一大类非线性系统都能满足.假设3是对系统输出变化量的一种限制.(如水箱的液位控制,单位采样间隔内液位的增长不可能无限大,因为它要受限于单位采样间隔内流入水箱的水量.)假设4是对系统内部动态的一种假设.

引理 1 对于非线性系统(2),满足假设1~3,那么当 $|\Delta u(k)| \neq 0$ 时,一定存在一个被称为伪偏导数的量 $\phi(k)$,使得

$$\Delta y_m(k+1) = \phi(k) \Delta u(k), \quad (4)$$

详细证明请参阅文献[9].

由式(3)可推出

$$\Delta y(k+1) = \Delta y_m(k+1) + \Delta f_{NL}(k).$$

再结合式(4),显然有下式成立

$$\Delta y(k+1) = \phi(k) \Delta u(k) + \Delta f_{NL}(k). \quad (5)$$

也即被控系统(1)可改写成式(5).采用如下参数估计算法来求取伪偏导数的估计值.

$$\hat{\phi}(k) = \hat{\phi}(k-1) + \frac{\eta \Delta u(k-1)}{\mu + \|\Delta u(k-1)\|^2} [\Delta y(k) - \Delta \hat{f}_{NL}(k-1) - \hat{\phi}(k-1) \Delta u(k-1)]. \quad (6)$$

当 $\hat{\phi}(k) \leq \omega$ 或 $|\Delta u(k-1)| \leq \omega$ 时,

$$\hat{\phi}(k) = \hat{\phi}(1). \quad (7)$$

结合式(5)~(7),有

$$y(k+1) = y(k) + \hat{\phi}(k) \Delta u(k) + \Delta f_{NL}(k). \quad (8)$$

注 1 伪偏导数 $\phi(k)$ 是一个时变参数.

注 2 在一定意义上, $\phi(k)$ 是一个微分信号而且对任意的 k 有界.这样当 $|\Delta u(k)|$ 以及采样周期不是很大时, $\phi(k)$ 和 $u(k)$ 的相互关系可以归并到 $\Delta f_{NL}(k)$ 中.

注3 偏导数 $\phi(k)$ 也可以用常规的最小二乘算法、投影算法等估计算法获得。

注4 算法(6) (7)与一般投影算法(如NLMS)的区别在于: 首先, 它与任何被控系统的结构信息无关(数学模型、结构、阶次), 仅由控制系统I/O数据设计。其次NLMS算法中分母上附加的常数仅仅是避免被零除, 并没有实际意义, 但是算法(6)分母上的常数是权重数, 它惩罚参数估计的变化率。

注5 结合式(5)~(8)可知, $\Delta f_{NL}(k)$ 中不仅包含了未建模动态、外部扰动、其他可分离型的不确定性还包含了时变参数估计误差。本文采用径向基神经网络对 $\Delta f_{NL}(k)$ 进行估计。

3 控制系统设计(Control system design)

3.1 滑模控制器设计(Design of the sliding mode controller)

定义滑平面函数为

$$s(k) = c^T E(k), \quad (9)$$

其中: $c^T = [1, c_0]$, c_0 为大于0的数, 即构成的误差多项式为稳定多项式。 $E^T(k) = [e(k), e(k-1)]$, $e(k)$ 为跟踪误差, 定义如下

$$e(k) = y_r(k) - y(k).$$

$y_r(k)$ 表示有界参考轨迹。采用如下所示的离散趋近律

$$s(k+1) = (1-q)s(k) - \varepsilon \text{sgn}(s(k)). \quad (10)$$

设计参数 ε, q 满足 $\varepsilon > 0, 0 < q < 1$ 。

等效控制可以通过式(10)所示的方程获得。

$$s(k+1) = (1-q)s(k) - \varepsilon \text{sgn}(s(k)) = c^T E(k+1). \quad (11)$$

通过式(9)~(11), 可以得出:

$$e(k+1) = (1-q)s(k) - \varepsilon \text{sgn}(s(k)) - c_0 e(k).$$

也即

$$\hat{\phi}(k)\Delta u(k) = y_r(k+1) - y(k) - (1-q)s(k) + \varepsilon \text{sgn}(s(k)) + c_0 e(k) - \Delta f_{NL}(k).$$

因此得到基于紧格式动态线性化的神经网络自适应准滑模控制律(NN-SMC):

$$\Delta u(k) = \frac{1}{\hat{\phi}(k) + \sigma} (y_r(k+1) - y(k) - \bar{c}^T E(k) - \Delta f_{NL}(k) + \varepsilon \text{sgn}(\bar{c}^T E(k))), \quad (12)$$

其中 $\bar{c}^T = [1 - q - c_0, (1 - q)c_0]$ 。

注6 当 $\phi(k)$ 很小时, 控制输入(12)有可能变得很大甚至无界, 为了避免这种现象的发生引入一个小正数 σ 。

3.2 基于神经网络的不确定性估计算法(Neural networks based uncertainty estimated algorithm)

径向基函数神经网络是一种具有单隐层的3层前馈网络, 已经证明了径向基函数神经网络能以任意精度逼近任意光滑非线性函数。径向基函数神经网络的连接权是线性的, 而网络输出是非线性的, 因而整个系统易于稳定, 较BP网络其学习算法收敛速度更快。故本文引入径向基函数神经网络, 利用神经网络的逼近性对控制输入(12)中的广义扰动信号 $\Delta f_{NL}(k)$ 进行估计。估计算法结构图见图1。

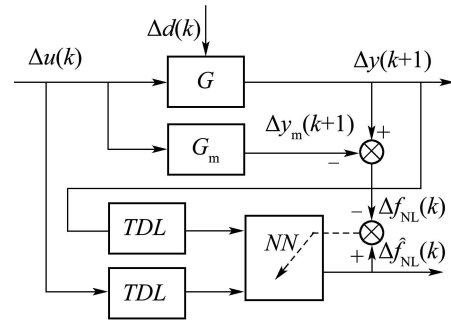


图1 估计算法结构图

Fig. 1 Estimation chart

其中: G 是被控对象, G_m 是系统的动态线性化模型, 可采用引理的方法获得。 $\Delta \hat{f}_{NL}(k)$ 是径向基神经网络的输出值($\Delta \hat{f}_{NL}(k) = NN[W, X]$), 是 k 时刻 $\Delta f_{NL}(k)$ 的估计值。 $NN[\cdot]$ 表示神经网络结构^[10,11], W 是网络权重向量, X 是网络输入向量, 其中: $X = [\Delta y(k), \Delta y(k-1), \Delta u(k), \Delta u(k-1)]$ 。

3.3 系统稳定性分析(Stability analysis)

由神经网络的逼近性质知, 适当选择网络结构及其网络参数后, $\Delta \hat{f}_{NL}(k)$ 可以以任意精度逼近 $\Delta f_{NL}(k)$, 故存在任意小的一个正数 ζ , 使得估计误差始终小于 ζ , 也即神经网络的输出 $\Delta \hat{f}_{NL}(k)$ 满足如下条件

$$\max |\Delta f_{NL}(k) - \Delta \hat{f}_{NL}(k)| \leq \zeta, k = 1, 2, \dots, N.$$

定理1 假设1~4成立, 被控系统(5)采用控制律(12), 时变参数 $\phi(k)$ 采用算法(6) (7)估计, 如果参考信号 $y_r(k+1)$ 有界, 那么有:

- 1) 渐近跟踪误差 $e(k)$ 有界;
- 2) 输入输出信号 $\{y(k)\}, \{u(k)\}$ 是有界序列。

证 $\hat{\phi}(k)$ 的有界性:

这部分证明类似于文[9], 受篇幅限制不再赘述。跟踪误差的有界性:

选取正定函数 $V(k)$ 如下:

$$V(k) = [c^T E(k)]^2 + \frac{1}{\sum_{j=1}^k \zeta^2(j)}. \quad (13)$$

由 $V(k)$ 的定义有 $V(k) > 0$ 成立. 并且

$$\begin{aligned} \Delta V(k+1) &= V(k+1) - V(k) = \\ &[c^T E(k+1)]^2 + \frac{1}{\sum_{j=1}^{k+1} \zeta^2(j)} - \\ &[c^T E(k)]^2 - \frac{1}{\sum_{j=1}^k \zeta^2(j)} = \\ &-q(2-q)[c^T E(k)]^2 - \frac{\zeta^2(j+1)}{\sum_{j=1}^{k+1} \zeta^2(j) \sum_{j=1}^k \zeta^2(j)} - \\ &2\varepsilon(1-q)c^T E(k) \operatorname{sgn}(c^T E(k)) + \varepsilon^2. \end{aligned} \quad (14)$$

如式(14)所示, 其右侧前3项均小于0. 所以如果选 ε 足够小那么就能保证 $\Delta V(k+1) < 0$. 系统初始值给定, 故 $V(0)$ 有界, 这也就意为着系统在控制律(12)作用下是稳定的, 系统跟踪误差收敛到零的邻域内.

输出信号的有界性:

由上步证明可知 $e(k)$ 是有界的, 又跟踪误差为 $e(k) = y_r(k) - y(k)$, 且参考轨迹序列 $y_r(k)$ 有界, 所以 $y(k)$ 也是有界的.

输入信号的有界性:

由假设4可知系统具有一个全局渐近稳定的零动态, 因此存在常数 M_1, M_2 和 k_0 满足

$$|u(k-1)| < M_1 \max_{\tau < k} |y(k)| + M_2, \forall k \geq k_0. \quad (15)$$

已知 $y(k)$ 有界, 由式(15)可知 $u(k)$ 也有界.

证毕.

4 推广算法(Extended algorithm)

从前面的讨论我们可以看出NN-SMC的设计是一种基于非线性系统动态线性化、神经网络估计和滑模变结构控制的综合方法, 其中非线性系统动态线性化的思想起了决定性的作用, 根据不同的线性化方法能够得出不同的控制律. 文献[9]同时还给出另外两种非线性系统动态线性化方案, 分别谓之偏格式和全格式线性化, 相关的线性化定理及其证明请参阅文献[9].

基于上述两种线性化形式, 可以将本文所提方法推广应用, 从而得出相应的两种NN-SMC控制律. 为了便于读者阅读, 将基于紧格式、偏格式和全格式线性化得出的3种控制律分别记作: NN-SMC1, 2, 3.

其中NN-SMC2, 3分别如下:

$$\begin{aligned} \Delta u(k) &= \frac{1}{\hat{\phi}_1(k) + \sigma_1} (y_r(k+1) - y(k) - \bar{c}^T E(k) - \\ &\Delta f_{NL}(k) - \sum_{i=2}^L \hat{\phi}_i(k) \Delta u(k-i+1) + \\ &\varepsilon \operatorname{sgn}(c^T E(k))). \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \Delta u(k) &= \frac{1}{\hat{\theta}_{L_y+1}(k) + \sigma_2} (y_r(k+1) - y(k) - \bar{c}^T E(k) - \\ &\Delta f_{NL}(k) - \sum_{i=L_y+2}^{L_y+L_u} \hat{\theta}_i(k) \Delta y(k-i+L_y+1) - \\ &\sum_{i=1}^{L_y} \hat{\theta}_i(k) \Delta y(k-i+1) + \varepsilon \operatorname{sgn}(c^T E(k))). \end{aligned} \quad (17)$$

其中 $\Delta f_{NL}(k)$ 的估计算法以及系统稳定性证明与前述方法相似, 不再赘述.

5 仿真算例(Simulation example)

在这部分中, 将本文所提3种NN-SMC方法与MFAC^[9], ASMC^[5]通过仿真实例进行比较, 在此过程中系统将受到2种不同的扰动信号干扰, 仿真结果分别见图2和图3. 下面给出的系统模型仅用来产生I/O数据.

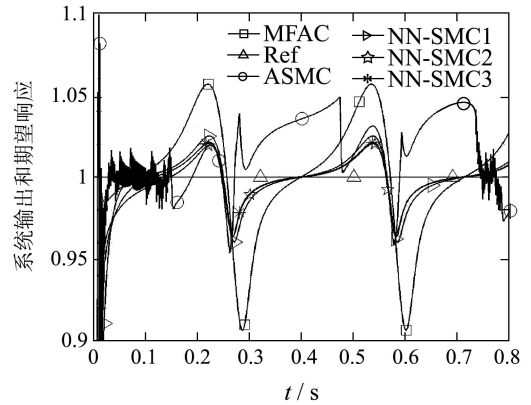


图2 5种方法的比较

Fig. 2 Comparison of 5 methods

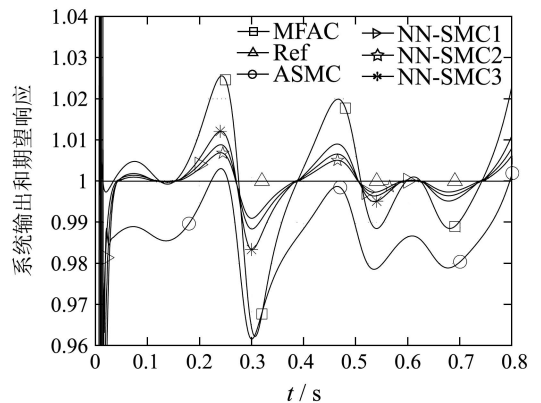


图3 5种方法的比较

Fig. 3 Comparison of 5 methods

例 考虑离散非线性系统:

$$y(k+1) = \frac{y(k)}{1 + y(k)^2 + d(k)} + u(k)^3.$$

期望信号

$$y_r(k+1) = 1.$$

扰动信号1

$$d(k) = \sin(k/50).$$

扰动信号2

$$d(k) = 0.5\sin(k/50) + 0.3\cos(k/100).$$

基于扰动信号1, 采用MFAC, ASMC, NN-SMC1, NN-SMC2, NN-SMC3等5种方法的数值比较结果见表1, 仿真结果见图2.

表1 5种算法性能指标比较

Table 1 Performance index comparison of 5 methods

指标	算法				
	MFAC	ASMC	NN-SMC1	NN-SMC2	NN-SMC3
$\delta\%$	5.67%	9.90%	2.27%	2.13%	2.06%
J	15.24	11.64	6.67	4.65	4.57

通过图2和表1, 可以清楚地看到: 1) 本文所述NN-SMC1方法在各项性能指标上均获得了优于MFAC和ASMC的控制效果. 2) 基于偏格式线性化NN-SMC2和基于全格式线性化NN-SMC3的系统响应要略快于基于紧格式线性化的NN-SMC1. 3) 采用基于偏格式线性化NN-SMC2和基于全格式线性化NN-SMC3进行仿真时, 获得的系统响应的各项性能指标之间的区别不明显. 其中 $\delta\%$ 表示系统超调量, $J = \int_0^t |y_r - y| dt$.

基于扰动信号2, 采用上述5种方法的数值比较结果见表2, 仿真结果见图3. 通过图3和表2, 我们可以得到类似的结论. 综上, 本文所述的NN-SMC系列算法在各项性能指标上均获得了优于MFAC和ASMC的控制效果.

其中 $\delta\%$ 表示系统超调量, $J = \int_0^t |y_r - y| dt$.

表2 5种算法性能指标比较

Table 2 Performance index comparison of 5 methods

指标	算法				
	MFAC	ASMC	NN-SMC1	NN-SMC2	NN-SMC3
$\delta\%$	4.29%	2.18%	1.44%	1.14%	1.89%
J	6.98	8.20	2.30	1.79	3.10

6 结论(Conclusions)

本文提出一种基于神经网络估计的自适应滑模

控制方法, 分别从理论分析和仿真验证两个方面对算法进行研究. 由于该方法引入神经网络对扰动进行估计, 抗扰能力大大增强. 原算法和推广算法均明显改善了系统性能, 获得了良好的控制效果. 同时证明了系统是BIBO稳定的, 仿真实例也说明该方法是有效的.

参考文献(References):

- [1] 姚琼荟, 黄继起, 吴汉松. 变结构控制系统[M]. 重庆: 重庆大学出版社, 1997.
(YAO Qionghui, HUANG Jiqi, WU Hansong. *Variable Structure Control System*[M]. Chongqing: Chongqing University Press, 1997.)
- [2] 刘金琨, 孙富春. 滑模变结构控制理论及其算法研究与进展[J]. 控制理论与应用, 2007, 43(3): 407 – 418.
(LIU Jinkun, SUN Fuchun. Research and development on theory and algorithms of sliding mode control[J]. *Control Theory & Applications*, 2007, 43(3): 407 – 418.)
- [3] CHEN X K, FUKUDA T, YOUNG K D. Adaptive quasi-sliding mode tracking control for discrete uncertain input-output systems[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2001, 48(1): 216 – 224.
- [4] BARTOLINI G, FERRARA A, UTKIN V I. Adaptive sliding mode control in discrete-time systems[J]. *Automatica*, 1995, 31(5): 769 – 773.
- [5] CHAN C Y. Discrete adaptive sliding-mode tracking controllers[J]. *Automatica*, 1997, 33(5): 999 – 1002.
- [6] 翟长连, 吴智铭. 不确定离散时间系统的变结构控制设计[J]. 自动化学报, 2000, 26(2): 184 – 191.
(ZHAI Changlian, WU Zhiming. Variable structure control design for uncertain discrete time systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2000, 26(2): 184 – 191.)
- [7] HOU Z, HUANG W. The model-free learning adaptive control of a class of SISO nonlinear systems[C] // *Proceedings of American Control Conference*. New Mexico: [s.n.], 1997: 343 – 344.
- [8] 侯忠生, 黄文虎. 一类离散时间非线性系统不依赖受控系统数学模型的学习自适应控制[J]. 控制理论与应用, 1998, 15(6): 893 – 899.
(HOU Zhongsheng, HUANG Wenhui. The model-free learning adaptive control of a class of nonlinear discrete-time systems[J]. *Control Theory & Applications*, 1998, 15(6): 893 – 899.)
- [9] 侯忠生. 非参数模型及其自适应控制理论[M]. 北京: 科学出版社, 1999.
(HOU Zhongsheng. *Nonparametric Model and Its Adaptive Control Theory*[M]. Beijing: Science Press, 1999.)
- [10] MUKHOPADHYAY S, NARENDRA K S. Disturbance rejection in nonlinear systems using neural networks[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1993, 4(1): 63 – 72.
- [11] ZHANG J, GE S S, LEE T H. Direct RBF neural network control of a class of discrete-time non-affine nonlinear systems[C] // *Proceedings of American Control Conference*. Anchorage: [s.n.], 2002: 424 – 429.

作者简介:

侯忠生 (1962—), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为数据驱动控制、无模型自适应控制、学习控制、智能交通系统, 数据挖掘在医学、交通领域中的应用, E-mail: zhshhou@bjtu.edu.cn;

王卫红 (1975—), 女, 博士研究生, 研究方向为无模型控制、变结构控制理论及其应用, E-mail: he-bi@163.com;

金尚泰 (1976—), 男, 博士研究生, 研究方向为无模型自适应控制、学习控制和智能控制等, E-mail: jst1101@163.com.