文章编号: 1000−8152(2009)05−0558−04

不确定变时滞随机系统的鲁棒均方指数稳定性

华民刚, 邓飞其, 彭云建

(华南理工大学 自动化科学与工程学院, 广东 广州 510640)

摘要: 研究了不确定变时滞随机系统的鲁棒均方指数稳定性问题, 不确定性是范数有界的. 通过构造Lyapunov泛函, 得到了基于线性矩阵不等式的鲁棒均方指数稳定的充分条件. 最后给出实例加以验证所提出方法的有效性.

关键词: 随机系统; 均方指数稳定性; 线性矩阵不等式(LMI)

中图分类号: TP13 **文献标识码**: A

Robust mean square exponential stability of uncertain stochastic systems with time-varying delay

HUA Min-gang, DENG Fei-qi, PENG Yun-jian

(College of Automation Science and Technology, South China University of Technology, Guangzhou Guangdong 510640, China)

Abstract: The problem of robust mean square exponential stability for uncertain stochastic systems with time-varying delay is discussed. The uncertainty is assumed to be of norm-bounded form. The robust mean square exponential stability condition is then derived on the basis of linear matrix inequalities by constructing Lyapunov-Krasovskii functional. Finally, a numerical example is given to illustrate the effectiveness of the proposed method.

Key words: stochastic systems; mean square exponential stability; linear matrix inequality(LMI)

1 引言(Introduction)

在工程、社会和经济领域的许多系统中, 或多或少会受到随机因素的干扰, 或在对系统的建模和量测过程中存在随机误差. 因此, 为了更好地描述实际系统、研究系统的动态行为、稳定性和控制问题, 有必要对这些系统采用随机模型. 同时, 在实际系统中一般不可避免地具有时间滞后现象, 时滞的存在常常是导致系统不稳定的根源, 因而对于具有时滞的随机系统的鲁棒稳定性的研究, 具有非常重要的理论意义和实际应用价值, 故时滞随机系统的稳定性研究已引起很多人的关注[1~3].

事实上, 尽管Itô引入随机积分后, 随机系统的稳定性理论得到了一定发展, 但由于随机Lyapunov稳定性理论研究的限制, 随机系统稳定性理论还远未完善, 特别是关于时滞随机系统的稳定性的研究文献较少. 直至1998年Hinrichsen首次提出利用线性矩阵不等式研究随机系统H_∞控制以来[4], 随机系统的稳定性和控制问题引起了广泛研究. Mao研究了半线性随机微分方程的指数稳定性[5], Yue用LMI开始研究了带有非线性不确定时滞随机系统的鲁棒稳定性[6], 随后Chen研究了多时滞不确定常时滞随机系统的指数稳定性[7]. Wu得到了基于参数依赖Lyapunov函数的时滞不确定随机系统的稳定条件[8]. 本文在前人的基础上, 把自由权矩阵方法[9~11]运用到随机系统的稳定性分析中, 研究了不确定随机变时滞系统的鲁棒均方指数稳定性, 得到了时滞相关的保守性小的充分条件.

2 系统描述(Systems descriptions)

考虑下列不确定变时滞随机系统:

$$\begin{cases} \mathrm{d}x(t) = [A(t)x(t) + B(t)x(t-\tau(t))]\mathrm{d}t + \\ \qquad\qquad g(t, x(t), x(t-\tau(t)))\mathrm{d}w(t), \\ x(t) = \varphi(t), t \in [-\tau, 0]. \end{cases} \tag{1}$$

其中: 系统状态变量$x(t) \in \mathbb{R}^n$, $\tau(t)$为系统变时滞且满足以下条件:

$$0 \leqslant \tau(t) \leqslant \tau, \dot{\tau}(t) \leqslant \mu. \tag{2}$$

其中: τ和μ是常数且分别为$\tau(t)$和$\dot{\tau}(t)$上界. $w(t)$为定义在概率空间$(\Omega, \mathcal{F}, \{\mathcal{F}_t\}_{t\geqslant 0}, \mathcal{P})$上的一维零均标准维纳过程, $\varphi(t)$是定义在时域区

收稿日期: 2008−03−05; 收修改稿日期: 2008−11−14.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60874114); 广东省自然科学基金资助项目(011629).

间$L^2_{\mathcal{F}_0}([-\tau,0];\mathbb{R}^n)$上连续的初始实函数. 矩阵$A(t) = A+\Delta A(t)$, $B(t)=B+\Delta B(t)$, 其中A, B为已知常数矩阵, $\Delta A(t)$和$\Delta B(t)$代表系统模型中不确定参数且满足下列匹配条件:

$$[\Delta A(t)\ \ \Delta B(t)] = HF(t)[E_1\ \ E_2]. \tag{3}$$

其中: H, E_1, E_2为已知常数矩阵, $F(t)$为具有Lebesgue可测元素的适维时变未知矩阵, 满足

$$F^{\mathrm{T}}(t)F(t) \leqslant I. \tag{4}$$

$g(t,x(t),x(t-\tau(t))$代表随机干扰不确定性, 满足:

$$\mathrm{tr}[g^{\mathrm{T}}(t,x,y)g(t,x,y)] \leqslant ||G_0x||^2 + ||G_1y||^2. \tag{5}$$

其中G_0, G_1为已知常数适维矩阵.

定义 1　系统(1)是鲁棒均方指数稳定的, 若存在常数$\alpha>0, \beta>0$使得对$t\geqslant 0$有下式成立:

$$\mathrm{E}\|x(t,\varphi)\|^2 \leqslant \alpha \mathrm{e}^{-\beta t} \sup_{-\tau\leqslant s\leqslant 0} \mathrm{E}\|\varphi(s)\|^2.$$

引理 1　设H, E分别是维数相应的实矩阵, 时变矩阵$F(t)$满足$F^{\mathrm{T}}(t)F(t)\leqslant I$, 则有以下结论:

1) 对任意正实数$\varepsilon>0$, 有:

$$HF(t)E + E^{\mathrm{T}}F^{\mathrm{T}}(t)H^{\mathrm{T}} \leqslant \varepsilon HH^{\mathrm{T}} + \varepsilon^{-1}E^{\mathrm{T}}E.$$

2) 对任意正矩阵P, 有$2x^{\mathrm{T}}y\leqslant x^{\mathrm{T}}P^{-1}x + y^{\mathrm{T}}Py$.

3　主要结果(Main results)

在本节, 将讨论不确定变时滞随机系统的鲁棒均方指数稳定问题.

定理 1　对给定的τ和μ, 不确定变时滞随机系统(1)是鲁棒均方指数稳定的, 若存在对称正定阵P, R_1, R_2, Q, U, X_{ii}, 矩阵X_{ij}, N_i, M_i, T_i $(i<j, i,j=1,2,3,4)$, 正常数ρ_1, ρ_2 和ε 满足以下LMIs:

$$\varPhi_1 = \begin{bmatrix} \varPhi_{11} & TH & N & M \\ * & -\varepsilon I & 0 & 0 \\ * & * & -U & 0 \\ * & * & * & -U \end{bmatrix} < 0, \tag{6}$$

$$\varPhi_2 = \begin{bmatrix} X & N \\ N^{\mathrm{T}} & Q \end{bmatrix} \geqslant 0, \varPhi_3 = \begin{bmatrix} X & M \\ M^{\mathrm{T}} & Q \end{bmatrix} \geqslant 0, \tag{7}$$

$$P\leqslant \rho_1 I, U\leqslant \rho_2 I. \tag{8}$$

其中:

$$\begin{aligned}
&\varPhi_{11} = (\varSigma_{ij})_{4\times4} + \tau X,\\
&\varSigma_{11} = R_1 + R_2 + T_1A + A^{\mathrm{T}}T_1^{\mathrm{T}} + N_1 + \\
&\qquad N_1^{\mathrm{T}} + \rho G_0^{\mathrm{T}}G_0 + \varepsilon E_1^{\mathrm{T}}E_1,\\
&\varSigma_{12} = -N_1 + M_1 + N_2^{\mathrm{T}} + A^{\mathrm{T}}T_2^{\mathrm{T}} + T_1B + \varepsilon E_1^{\mathrm{T}}E_2,\\
&\varSigma_{13} = -M_1 + N_3^{\mathrm{T}} - A^{\mathrm{T}}T_3^{\mathrm{T}},\\
&\varSigma_{14} = P + N_4^{\mathrm{T}} + A^{\mathrm{T}}T_4^{\mathrm{T}} - T_1,\\
&\varSigma_{22} = -(1-\mu)R_1 - N_2 - N_2^{\mathrm{T}} + M_2 + M_2^{\mathrm{T}} + \\
&\qquad T_2B + B^{\mathrm{T}}T_2^{\mathrm{T}} + \rho G_1^{\mathrm{T}}G_1 + \varepsilon E_2^{\mathrm{T}}E_2,\\
&\varSigma_{23} = -M_2 - N_3^{\mathrm{T}} + M_3^{\mathrm{T}} + B^{\mathrm{T}}T_3^{\mathrm{T}},\\
&\varSigma_{24} = -N_4^{\mathrm{T}} + M_4^{\mathrm{T}} + B^{\mathrm{T}}T_4^{\mathrm{T}} - T_2,\\
&\varSigma_{33} = -R_2 - M_3 - M_3^{\mathrm{T}},\ \varSigma_{34} = -M_4^{\mathrm{T}} - T_3,\\
&\varSigma_{44} = \tau Q - T_4 - T_4^{\mathrm{T}},\ \rho = \rho_1 + \tau\rho_2,\\
&N = [N_1^{\mathrm{T}}\ N_2^{\mathrm{T}}\ N_3^{\mathrm{T}}\ N_4^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},\ T = [T_1^{\mathrm{T}}\ T_2^{\mathrm{T}}\ T_3^{\mathrm{T}}\ T_4^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},\\
&M = [M_1^{\mathrm{T}}\ M_2^{\mathrm{T}}\ M_3^{\mathrm{T}}\ M_4^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}.
\end{aligned}$$

证　建立如下Lyapunov函数

$$V(x_t) = V_1(x_t) + V_2(x_t) + V_3(x_t) + V_4(x_t). \tag{9}$$

其中:

$$\begin{aligned}
&V_1(x_t) = x^{\mathrm{T}}(t)Px(t) + \int_{t-\tau(t)}^{t} x^{\mathrm{T}}(s)R_1x(s)\mathrm{d}s,\\
&V_2(x_t) = \int_{t-\tau}^{t} x^{\mathrm{T}}(s)R_2x(s)\mathrm{d}s,\\
&V_3(x_t) = \int_{-\tau}^{0}\int_{t+\theta}^{t} y^{\mathrm{T}}(s)Qy(s)\mathrm{d}s\mathrm{d}\theta,\\
&V_4(x_t) = \int_{-\tau}^{0}\int_{t+\theta}^{t} \mathrm{tr}[g^{\mathrm{T}}(s)Ug(s)]\mathrm{d}s\mathrm{d}\theta.
\end{aligned}$$

且P, R_1, R_2, Q, U为对称正定阵. 为简洁起见, 令:

$$\begin{aligned}
&y(t) = A(t)x(t) + B(t)x(t-\tau(t)),\\
&g(t) = g(t,x(t),x(t-\tau(t))),
\end{aligned}$$

则式(1)可写成:

$$\mathrm{d}x(t) = y(t)\mathrm{d}t + g(t)\mathrm{d}w(t). \tag{10}$$

沿着系统(1)的轨迹, 运用Itô微分法则, 对式(1)取导, 得到微分生成算子$\mathcal{L}$,

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}V_1 = {} & x^{\mathrm{T}}(t)[2Py(t) + R_1x(t)] + \mathrm{tr}[g^{\mathrm{T}}(t)Pg(t)] - \\
& (1-\dot{\tau}(t))x^{\mathrm{T}}(t-\tau(t))R_1x(t-\tau(t)) \leqslant \\
& x^{\mathrm{T}}(t)[2Py(t) + R_1x(t)] + \rho_1[x^{\mathrm{T}}(t)G_0^{\mathrm{T}}G_0x(t) + \\
& x^{\mathrm{T}}(t-\tau(t))G_1^{\mathrm{T}}G_1x(t-\tau(t))] - \\
& (1-\mu)x^{\mathrm{T}}(t-\tau(t))R_1x(t-\tau(t)),
\end{aligned} \tag{11}$$

$$\mathcal{L}V_2 = x^{\mathrm{T}}(t)R_2x(t) - x^{\mathrm{T}}(t-\tau)R_2x(t-\tau), \tag{12}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}V_3 = {} & \tau y^{\mathrm{T}}(t)Qy(t) - \int_{t-\tau}^{t} y^{\mathrm{T}}(s)Qy(s)\mathrm{d}s = \\
& \tau y^{\mathrm{T}}(t)Qy(t) - \int_{t-\tau(t)}^{t} y^{\mathrm{T}}(s)Qy(s)\mathrm{d}s - \\
& \int_{t-\tau}^{t-\tau(t)} y^{\mathrm{T}}(s)Qy(s)\mathrm{d}s,
\end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}V_4 = {} & \tau\mathrm{tr}[g^{\mathrm{T}}(t)Ug(t)] - \int_{t-\tau}^{t} \mathrm{tr}[g^{\mathrm{T}}(s)Ug(s)]\mathrm{d}s \leqslant \\
& \tau\rho_2[x^{\mathrm{T}}(t-\tau(t))G_1^{\mathrm{T}}G_1x(t-\tau(t)) +
\end{aligned}$$

$$x^{\mathrm{T}}(t)G_0^{\mathrm{T}}G_0x(t)] - \int_{t-\tau(t)}^{t}\mathrm{tr}[g^{\mathrm{T}}(s)Ug(s)]\mathrm{d}s - \int_{t-\tau}^{t-\tau(t)}\mathrm{tr}[g^{\mathrm{T}}(s)Ug(s)]\mathrm{d}s, \tag{14}$$

由式(10), 对于任意合适维数的矩阵N, M和T, 有:

$$2\xi^{\mathrm{T}}(t)N[x(t)-x(t-\tau(t)) - \int_{t-\tau(t)}^{t}y(s)\mathrm{d}s - \int_{t-\tau(t)}^{t}g(s)\mathrm{d}w(s)] = 0, \tag{15}$$

$$2\xi^{\mathrm{T}}(t)M[x(t-\tau(t))-x(t-\tau)-\int_{t-\tau}^{t-\tau(t)}y(s)\mathrm{d}s - \int_{t-\tau}^{t-\tau(t)}g(s)\mathrm{d}w(s)] = 0, \tag{16}$$

$$2\xi^{\mathrm{T}}(t)T[-y(t)+A(t)x(t)+B(t)x(t-\tau(t))]=0, \tag{17}$$

其中$\xi^{\mathrm{T}}(t) = [x^{\mathrm{T}}(t), x^{\mathrm{T}}(t-\tau(t)), x^{\mathrm{T}}(t-\tau), y^{\mathrm{T}}(t)]$. 令式(17)左边为$\alpha(t)$, 由引理1, 对任意$\varepsilon$, 有

$$\alpha(t) \leqslant \xi^{\mathrm{T}}(t)[T\bar{A} + \bar{A}^{\mathrm{T}}T^{\mathrm{T}} + \varepsilon^{-1}THH^{\mathrm{T}}T^{\mathrm{T}} + \varepsilon\bar{E}^{\mathrm{T}}\bar{E}]\xi(t), \tag{18}$$

其中: $\bar{A} = [A\ B\ 0\ -I]$, $\bar{E} = [E_1\ E_2\ 0\ 0]$.

同样由引理1, 对任意适维正定矩阵U和X, 有

$$-2\xi^{\mathrm{T}}(t)N\int_{t-\tau(t)}^{t}g(s)\mathrm{d}w(s) \leqslant \xi^{\mathrm{T}}(t)NU^{-1}N^{\mathrm{T}}\xi(t) + \int_{t-\tau(t)}^{t}g^{\mathrm{T}}(s)\mathrm{d}w(s)U\int_{t-\tau(t)}^{t}g(s)\mathrm{d}w(s), \tag{19}$$

$$-2\xi^{\mathrm{T}}(t)M\int_{t-\tau}^{t-\tau(t)}g(s)\mathrm{d}w(s) \leqslant \xi^{\mathrm{T}}(t)MU^{-1}M^{\mathrm{T}}\xi(t) + \int_{t-\tau}^{t-\tau(t)}g^{\mathrm{T}}(s)\mathrm{d}w(s)U\int_{t-\tau}^{t-\tau(t)}g(s)\mathrm{d}w(s), \tag{20}$$

$$0 = \tau\xi^{\mathrm{T}}(t)X\xi(t) - \int_{t-\tau(t)}^{t}\xi^{\mathrm{T}}(t)X\xi(t)\mathrm{d}s - \int_{t-\tau}^{t-\tau(t)}\xi^{\mathrm{T}}(t)X\xi(t)\mathrm{d}s, \tag{21}$$

由式(11)~(21), 加上以下两个等式

$$\mathrm{E}\int_{t-\tau(t)}^{t}g^{\mathrm{T}}(s)\mathrm{d}w(s)U\int_{t-\tau(t)}^{t}g(s)\mathrm{d}w(s) = \mathrm{E}\int_{t-\tau(t)}^{t}\mathrm{tr}[g^{\mathrm{T}}(s)Ug(s)]\mathrm{d}s,$$

$$\mathrm{E}\int_{t-\tau}^{t-\tau(t)}g^{\mathrm{T}}(s)\mathrm{d}w(s)U\int_{t-\tau}^{t-\tau(t)}g(s)\mathrm{d}w(s) = \mathrm{E}\int_{t-\tau}^{t-\tau(t)}\mathrm{tr}[g^{\mathrm{T}}(s)Ug(s)]\mathrm{d}s,$$

可得

$$\mathrm{E}\{\mathcal{L}V\} \leqslant \mathrm{E}\{\xi^{\mathrm{T}}(t)\varPhi_0\xi(t)\} - \int_{t-\tau(t)}^{t}\mathrm{E}\{\xi^{\mathrm{T}}(t,s)\varPhi_2\xi(t,s)\}\mathrm{d}s - \int_{t-\tau}^{t-\tau(t)}\mathrm{E}\{\xi^{\mathrm{T}}(t,s)\varPhi_3\xi(t,s)\}\mathrm{d}s. \tag{22}$$

其中:

$$\varPhi_0 = \varPhi_{11} + \varepsilon^{-1}THH^{\mathrm{T}}T^{\mathrm{T}} + NU^{-1}N^{\mathrm{T}} + MU^{-1}M^{\mathrm{T}},$$

$$\xi^{\mathrm{T}}(t,s) = [\xi^{\mathrm{T}}(t)\ \ y^{\mathrm{T}}(s)].$$

由Schur补性质, 可知式(6)等价于$\varPhi_0 < 0$, 加上式(7)可知$\varPhi_2 \geqslant 0, \varPhi_3 \geqslant 0$. 令$\lambda = \lambda_{\min}\{-\varPhi_0\}$, 则由式(22)可得

$$\mathrm{E}\{\mathcal{L}V\} \leqslant -\lambda\mathrm{E}\{||x(t)||^2 + ||x(t-\tau(t))||^2\}. \tag{23}$$

以下证明均方指数稳定性过程可采用文献[9]中方法同样得证, 故省去. 故由以上证明过程可知, 不确定随机变时滞系统是鲁棒均方指数稳定的.

证毕.

注 1 定理1给出了不确定变时滞随机系统(1)鲁棒均方指数稳定的充分条件, 且以线性矩阵不等式的形式给出, 便于利用MATLAB求解, 同时可通过求解式(6)(7)得到系统稳定的时滞的最大值. LMI有以下两个优点: 在解线性矩阵不等式时, 不需要预先调整任何参数和正定对称矩阵; 可以用基于凸优化技术的内点法求得LMI的可行解.

注 2 在大多数情况下, 时滞导数μ是未知的, 故令$R_1 = 0$, 可得到时滞依赖但变化率独立的如下推论.

推论 1 对给定的τ, 不确定随机变时滞系统(1)是鲁棒均方指数稳定的, 若存在对称正定阵P, R_2, Q, U, X_{ii}, 矩阵X_{ij}, N_i, M_i, T_i, $(i < j, i, j = 1,2,3,4)$, 正常数ρ_1, ρ_2和ε满足式(7) (8)和以下LMI:

$$\begin{bmatrix} \bar{\varPhi}_{11} & TH & N & M \\ * & -\varepsilon I & 0 & 0 \\ * & * & -U & 0 \\ * & * & * & -U \end{bmatrix} < 0. \tag{24}$$

其中:

$$\bar{\varPhi}_{11} = (\bar{\varSigma}_{ij})_{4\times 4} + \tau X,$$

$$\bar{\varSigma}_{ij} = \varSigma_{ij}(i,j = 1,2,3,4, (i,j) \neq (1,1),(2,2)),$$

$$\bar{\varSigma}_{11} = R_2 + N_1 + N_1^{\mathrm{T}} + T_1A + A^{\mathrm{T}}T_1^{\mathrm{T}} + \rho G_0^{\mathrm{T}}G_0 + \varepsilon E_1^{\mathrm{T}}E_1,$$

$$\bar{\varSigma}_{22} = -N_2 - N_2^{\mathrm{T}} + M_2 + M_2^{\mathrm{T}} + T_2B + B^{\mathrm{T}}T_2^{\mathrm{T}} + \rho G_1^{\mathrm{T}}G_1 + \varepsilon E_2^{\mathrm{T}}E_2.$$

4 数值例子(Numerical example)

考虑不确定随机系统, 系统参数如下:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -0.5 & -1 \end{bmatrix},$$

$$\Delta A(t) = \Delta B(t) = 0.1\sin(10t)I_2,$$

$$g(t,x,y)=\sqrt{0.05}\mathrm{diag}\{x_1\sin(x_1y_1)+x_2\sin(x_2y_2),\ y_1\cos(x_1y_1)+y_2\cos(x_2y_2)\}I_2.$$

则系统满足(3)和(5)的相应参数为$E_1=E_2=0.1I_2$, $H=I_2, G_0=G_1=\sqrt{0.1}I_2$.

求解LMIs(6)~(8), 由定理1可得不同μ的相应最大时滞, 见表1. 当μ=0, 即常数时滞时, 可得当$0\leqslant\tau\leqslant 1.4022$, 系统(1)是鲁棒均方指数稳定的. 而文献[5~7]得到使系统(1)稳定的最大时滞见表2, 显然比本文小, 所以本文得到的结果保守性比文献[5~7,11]小.

表 1 不同μ所得的最大时滞

Table 1 Maximum τ for different μ

μ	0	0.5	0.9	1	2
Yue[11]	1.1812	0.8502	0.4606	—	—
定理1	1.4022	0.9805	0.9241	0.9212	0.9212

表 2 不同方法所得的最大时滞

Table 2 Maximum τ for different methods

方法	Mao[5]	Yue[6]	Chen[7]	定理1
τ	0.175	0.8635	1.1997	1.4022

当μ未知时, 由推论1求解LMIs(7), (8)和(24), 可得当$0\leqslant\tau\leqslant 0.9212$, 系统(1)是鲁棒均方指数稳定的.

若假设系统状态初始值$x_0=[3,-3]^{\mathrm{T}}$, 且取$\tau=1.4022$, 则仿真结果显示系统最终趋于稳定, 见图1.

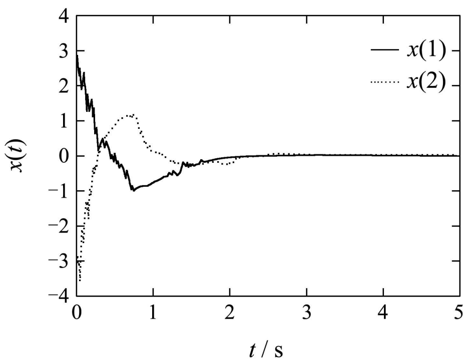

图 1 系统状态

Fig. 1 Sate of the system

5 结论 (Conclusion)

本文研究了一类不确定变时滞随机系统的鲁棒指数稳定性, 得到了此系统鲁棒均方指数稳定的充分条件, 且以线性矩阵不等式形式给出, 可以利用MATLAB方便求解. 通过实例仿真, 验证了所提出方法的有效性.

参考文献(References):

[1] 邓飞其. 大型动力系统的理论与应用: 随机系统的变结构控制[M]. 广州: 华南理工大学出版社, 1998.

[2] MAO X. *Stochastic Differential Equations and Their Applications*[M]. Chichester: Horwood, 1997.

[3] 龚光鲁. 随机微分方程引论[M]. 北京: 北京大学出版社, 1995.

[4] HINRICHSEN D, PRITCHARD A. Stochastic H_∞[J]. *SIAM Journal of Control and Optimization*, 1998, 36(5): 1504 – 1538.

[5] MAO X. Robustness of exponential stability of stochastic differential delay equations[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1996, 41(3): 442 – 447.

[6] YUE D, WON S. Delay-dependent robust stability of stochastic systems with time delay and nonlinear uncertainties[J]. *IEE Electronic Letters*, 2001, 37(15): 992 – 993.

[7] CHEN W, GUAN Z, LU X. Delay-dependent exponential stability of uncertain stochastic systems with multiple delays: an LMI approach[J]. *Systems & Control Letters*, 2005, 54(6): 547 – 555.

[8] 吴立刚, 王常虹, 高会军, 等. 时滞不确定随机系统基于参数依赖Lyapunov函数的稳定条件[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(4): 607 – 612.
(WU Ligang, WANG Changhong, GAO Huijun, et al. Stability of uncertain stochastic systems with time-varying delays based on parameter-dependent Lyapunov functional[J]. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(4): 607 – 612.)

[9] CHEN W, LU X. Mean square exponential stability of uncertain stochastic delayed neural networks[J]. *Physics Letter A*, 2008, 372(7): 1061 – 1069.

[10] HE Y, LIU G, REES D. New delay-dependent stability criteria for neural networks with time-varying delay[J]. *IEEE Transactions on Nueral Networks*, 2007, 18(1): 310 – 314.

[11] YUE D, HAN Q. Delay-dependent exponential stability of stochastic systems with time-varying delay, nonlinearity, and Markovian switching[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(2): 217 – 222.

作者简介:

华民刚 (1980—), 男, 博士研究生, 研究方向为随机系统的稳定性及控制, E-mail: mghua@yahoo.cn;

邓飞其 (1961—), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为随机大系统的稳定及控制, E-mail: aufqdeng@scut.edu.cn;

彭云建 (1974—), 男, 讲师, 研究方向为随机电力系统的稳定及控制, E-mail: pengyunjian@sina.com.