

一类不稳定时滞过程的最优控制

王建国¹, 顾廷权¹, 曹广益², 朱新坚², 唐成龙¹, 陈培林¹

(1. 宝钢技术中心设备研究所, 上海 201900; 2. 上海交通大学 自动化系, 上海 200030)

摘要: 本文对控制能量存在约束条件下一类不稳定时滞过程的最优控制问题进行了探讨. 首先基于不稳定过程的互质分解, 由敏感度函数和控制敏感度函数定义了一个包含跟踪误差和控制能量在内的性能指标, 然后应用谱分解最小化该性能指标, 从而为一类不稳定时滞过程导出了一种最优的控制器设计方法, 可使系统在控制能量存在约束时获得最优的控制性能. 仿真研究进一步说明了该方法的有效性.

关键词: 最优控制; 控制能量约束; 不稳定过程; 谱分解; 时滞

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Optimal control for a class of unstable time-delay processes

WANG Jian-guo¹, GU Ting-quan¹, CAO Guang-yi²,
ZHU Xin-jian², TANG Cheng-long¹, CHEN Pei-lin¹

(1. Institute of Equipment Research, Shanghai Baosteel Technology Center, Shanghai 201900, China;

2. Department of Automation, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200030, China)

Abstract: The optimal control problem is studied for a class of unstable time-delay processes under control-energy constraint. Firstly, based on the prime factorization of unstable process, we define a performance index containing the tracking error and plant input energy, which is represented by the sensitivity function and the control -sensitivity function. Applying the spectral factorization to minimize the performance criterion, we derive an optimal controller design method for a class of unstable time-delay processes, which can be used to obtain the optimal system performance under control energy constraint. Finally, the validity of the proposed approach is confirmed by the simulation research.

Key words: optimal control; control energy constraint; unstable process; spectral factorization; time-delay

1 引言(Introduction)

工业过程控制领域中不稳定时滞系统的控制难度比较大^[1]. 其模型中不稳定极点的存在使得控制系统的镇定非常困难; 而纯滞后和非最小相位零点的同时存在极大地限制了系统可以达到的最优性能^[2], 因此对不稳定时滞过程的控制得到了许多学者的研究^[3~8].

ChenJie等人^[9]研究了控制能量存在约束时的最优跟踪和调节问题, 发现系统可以达到的最优性能不仅与控制对象的非最小相位零点、时滞和不稳定极点有关, 而且与对象在整个频段上的增益有关, 但该文没有对非最小相位零点和不稳定极点同时存在条件下系统的最优性能进行研究.

本文通过谱分解最小化一个包含跟踪误差和控制能量在内的积分平方性能指标, 为一类不稳定时滞过程的最优控制问题提供了一种实用的控制器设计方法.

2 性能指标(Performance index)

单位反馈控制系统中, 设 $r(t)$, $y(t)$, $e(t)$, $u(t)$ 分别表示参考输入、系统输出、跟踪误差和控制输入, $C(s)$, $G(s)$ 分别表示控制器和实际的控制过程. 设描述不稳定时滞过程的传递函数为

$$G(s) = \frac{K}{s(\tau s - 1)} e^{-\theta s}. \quad (1)$$

对控制对象的时滞部分作一阶Padé近似

$$e^{-\theta s} = \frac{1 - \theta s/2}{1 + \theta s/2} = \frac{-s + c}{s + c}, \quad (2)$$

其中 $c = 2/\theta$. 则控制对象近似为:

$$G(s) = \frac{K}{s(\tau s - 1)} \frac{-s + c}{s + c}. \quad (3)$$

引入符号 Φ 代表一族稳定正则实有理的函数, 对 $G(s)$ 进行互质分解

$$G(s) = \frac{N(s)}{M(s)}, N(s), M(s) \in \Phi \quad (4)$$

使满足方程

$$N(s)X(s) + M(s)Y(s) = 1, X(s), Y(s) \in \Phi. \quad (5)$$

则使反馈系统达到内稳定的所有控制器 $C(s)$ 的集合可表示为

$$\{C(s) = \frac{X(s) + M(s)Q(s)}{Y(s) - N(s)Q(s)}, Q(s) \in \Phi\}. \quad (6)$$

基于这一参数化, 系统敏感度函数和控制敏感度函数可线性表示为

$$S(s) = M(s)(Y(s) - N(s)Q(s)), \quad (7)$$

$$S_u(s) = M(s)(X(s) + M(s)Q(s)). \quad (8)$$

对式(3)进行分解, 容易得到

$$N(s) = \frac{K(-s+c)}{(s+1)^3}, \quad (9)$$

$$M(s) = \frac{s(\tau s-1)(s+c)}{(s+1)^3}. \quad (10)$$

由互质分解条件式(5), 可得 $X(s), Y(s)$.

为表示简化, 给出以下传递函数

$$M_1(s) = \frac{(\tau s-1)(s+c)}{(s+1)^3}. \quad (11)$$

由于输入控制对象的控制能量是受限制的, 所以采用以下形式的性能指标^[9]

$$J = (1-\varepsilon) \int_0^\infty e(t)^2 dt + \varepsilon \int_0^\infty u(t)^2 dt. \quad (12)$$

其中: $0 \leq \varepsilon \leq 1$, 用来作为目标跟踪和控制能量约束相对重要性的权重.

由于系统参考输入为单位阶跃信号, 根据Parseval定理, 则性能指标可写为

$$J = (1-\varepsilon) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|S(j\omega)|^2}{\omega^2} d\omega + \varepsilon \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|S_u(j\omega)|^2}{\omega^2} d\omega. \quad (13)$$

3 最优设计(Optimal design)

将式(7)和式(8)代入式(13), 性能指标可写为

$$J = (1-\varepsilon) \int_{-\infty}^{+\infty} |M_1(j\omega)(Y(j\omega) - N(j\omega)Q(j\omega))|^2 d\omega + \varepsilon \int_{-\infty}^{+\infty} |M_1(j\omega)(X(j\omega) + M(j\omega)Q(j\omega))|^2 d\omega. \quad (14)$$

对上式中积分项完成平方运算, 可得被积函数中 $|Q(j\omega)|^2$ 的系数项可表示为

$$C_{\text{OEF}}(s) = M_1(s)M_1(-s)[\varepsilon M(s)M(-s) + (1-\varepsilon)N(s)N(-s)]. \quad (15)$$

可以证明该系数项有一个谱分解因式, 则有

$$H(s)H(-s) = C_{\text{OEF}}(s). \quad (16)$$

按照文献[10, p467]介绍的方法, J 可写为以下形式:

$$J = \int_{-\infty}^{+\infty} |Q(j\omega)H(j\omega) + \frac{F(j\omega)}{H(-j\omega)}|^2 d\omega + D(j\omega) - \left| \frac{F(j\omega)}{H(-j\omega)} \right|^2 d\omega. \quad (17)$$

其中:

$$F(s) = M_1(s)M_1(-s)[-(1-\varepsilon)Y(s)N(-s) + \varepsilon X(s)M(-s)], \quad (18)$$

$$D(s) = M_1(s)M_1(-s)[(1-\varepsilon)Y(s)Y(-s) + \varepsilon X(s)X(-s)]. \quad (19)$$

由于式(17)被积函数中第2项与第3项之和的积分是一个有限值, 这样性能指标的大小仅与被积函数中的第1项有关, J 的最小化可通过最小化下式来实现:

$$\|Q(j\omega)H(j\omega) + \frac{F(j\omega)}{H(-j\omega)}\|_2^2. \quad (20)$$

根据文献[10]中引理16.2, 上式的最小化可以通过 $Q(s)$ 作以下取值来获得:

$$Q_{\text{optimal}}(s) = -\frac{1}{H(s)} \left\{ \frac{F(s)}{H(-s)} \right\}_{\text{stablepart}}. \quad (21)$$

将以上最优的 $Q(s)$ 值代入参数化公式(6), 便可得到控制能量约束条件下最优的控制器.

需要说明的是, 以上所给出的设计方法在 $\tau > \theta/2$ 时, 也即控制对象的右半平面的极点要小于零点时才可以采用, 否则不存在稳定的控制器对该控制对象实现镇定.

4 仿真研究(Simulation research)

假设不稳定时滞过程具有以下的传递函数^[5]:

$$G(s) = \frac{1}{s(s-1)} e^{-0.5s}. \quad (22)$$

根据以上设计方法, 对于 $\varepsilon = 0, \varepsilon = 1/3, \varepsilon = 2/3$ 和 $\varepsilon = 1$, 4个不同取值, 可以得到4个相应的最优控制器.

4.1 时间响应(Time response)

对于每一个最优控制器和该控制对象所组成的闭环控制系统, 控制输入 u 和系统输出 y 对于单位阶跃参考输入的时间响应曲线分别如图1和图2所示. 显然, 随着 ε 取值的增大, 控制输入量的大小在减小, 而系统的跟踪误差在加大.

两种极限取值中当 $\varepsilon = 0$ 时, 便对控制能量没有任何约束, 控制任务是获取最佳的跟踪性能; 而当取 $\varepsilon = 1$ 时, 对控制系统的目标跟踪没有任何要求,

所需控制能量仅用于镇定不稳定对象,也即是使系统实现内稳定的最小能量。

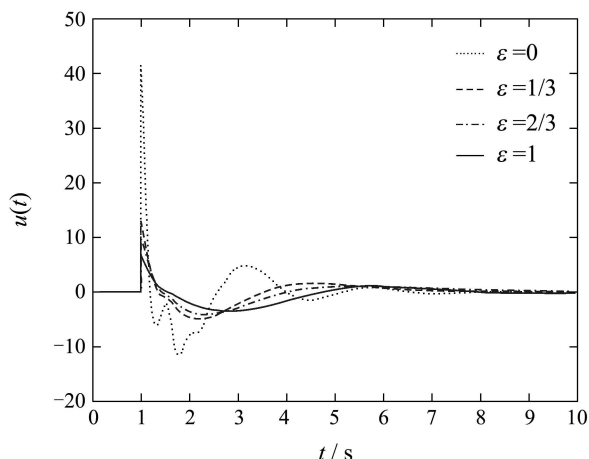


图1 控制输入的时间响应曲线

Fig. 1 Response curves of control input

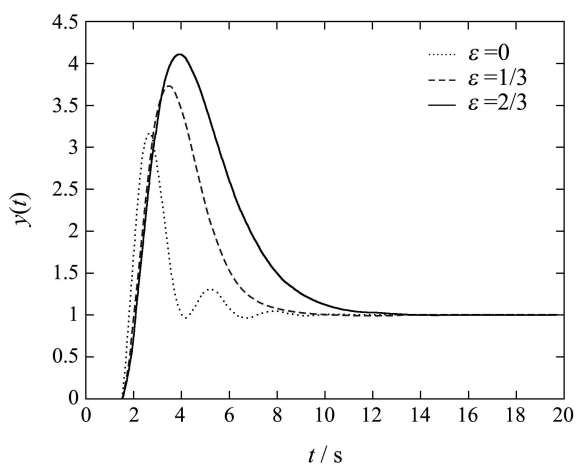


图2 系统输出的时间响应曲线

Fig. 2 Response curves of system output

4.2 最优性能(Optimal performance)

从时间 $t = 0 \sim 20$ s, 对每个最优控制器和控制对象构成的闭环系统的控制变量 $u(t)$ 和跟踪误差 $e(t)$ 进行数字平方积分, 可以得到相应的最优控制能量 P_u 和跟踪性能 P_e , 再对其进行相应的加权运算可以得到最优的性能值 P , 分别列于表1中。

表1 对应于不同 ϵ 取值的最优控制性能

Table 1 Optimal control performance for different ϵ

性能	ϵ			
	0	1/3	2/3	1
P_e	4.961	14.61	25.66	—
P_u	171.6	43.16	32.70	21.85
P	4.961	24.10	30.32	21.85

通过仿真可以验证, 当改变某个最优控制器中的任一参数时, 所得的性能值都将比表中相应的最优

性能值要大, 所以本文设计方法可使系统在能量约束条件下具有最优性。

5 结论(Conclusion)

本文为控制能量存在约束时一类不稳定时滞系统的最优控制问题提供了一种最优的控制方法, 可使系统在控制能量约束条件下具有最优的控制性能, 对于实际中不稳定时滞控制系统的设计具有一定的指导意义和应用价值。

参考文献(References):

- [1] SERON M M, BRASLAVSKY J, GOODWIN G. *Fundamental Limitations in Filtering and Control*[M]. New York: Springer-Verlag, 1997.
- [2] MORARI M, ZAFIRIOU E. *Robust Process Control*[M]. New York: Prentice Hall, 1989.
- [3] GUILLERMO J S, ANIRUDDHA D, BHATTACHARYYA S P. New results on the synthesis of PID controllers[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, 47(2): 241 – 252.
- [4] PARASKEVOPOULOS P N, PASGIANOS G D, ARVANITIS K G. New tuning and identification methods for unstable first order plus dead-time[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2004, 12(3): 455 – 464.
- [5] VENKATASHANKAR V, CHIDAMBARAM M. Design of P and PI controllers for unstable first order plus time delay systems[J]. *International Journal of Control*, 1994, 60(1): 137 – 144.
- [6] KARIWALA V, SKOGESTAD S, FORBES J F, et al. Achievable input performance of linear systems under feedback control[J]. *International Journal of Control*, 2005, 78(16): 1327 – 1341.
- [7] PAN Y J, MARQUEZ H J, CHEN T. Stabilization of remote control systems with unknown time varying delays by LMI techniques[J]. *International Journal of Control*, 2006, 79(7): 752 – 763.
- [8] PADMA SREE R, CHIDAMBARAM M. Set point weighted PID controllers for unstable systems[J]. *Chemical Engineering Communications*, 2005, 192(1): 1 – 13.
- [9] CHEN J, HARA S AND CHEN G. Best tracking and regulation performance under control energy constraint[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, 48(8): 1320 – 1336.
- [10] GOODWIN G C, GRAEBE S F, SALGADO M E. *Control System Design*[M]. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 2002.

作者简介:

王建国 (1974—), 男, 博士研究生, 研究方向为复杂过程的建模与控制、最优控制、智能控制等, E-mail: jgwang@sjtu.edu.cn;

顾廷权 (1970—), 男, 博士研究生, 研究方向为板带轧制、机电控制等, E-mail: gutq@baosteel.com;

曹广益 (1940—), 男, 博士生导师, 研究方向为燃料电池、机器人等;

朱新坚 (1958—), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为复杂系统的分析及控制、燃料电池发电系统的设计与控制、新能源应用;

唐成龙 (1971—), 男, 博士, 研究方向为带钢轧制、机电控制等;

陈培林 (1962—), 男, 博士, 教授级高工, 研究方向为机电控制等。