

基于预测值控制的变采样网络控制系统

薛 燕, 刘 克

(北京科技大学 信息工程学院, 北京 100083)

摘要: 利用节点采用事件-时间驱动方式建立了变采样网络控制系统, 在固定时延稳定控制的基础上, 根据预测控制值和预测反馈值给出该系统在变时延下所对应的状态转移矩阵, 研究了满足变采样网络控制系统稳定的预测误差和预测时间的条件, 最后给出了一个例子说明分析的结果。

关键词: 网络控制系统; 变采样; 事件-时间驱动; 预测误差; 预测时间

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Variable-sampling-rate networked control systems based on prediction-value control

XUE Yan, LIU Ke

(School of Information Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

Abstract: A variable-sampling-rate networked control system is developed by means of the event-time-nodes-driving. On the basis of the stable control with time-invariant network-delay, we use the predicted control value and the predicted feedback value to develop the state transfer matrix of the networked control system with time-varying network-delay. The prediction error bound and the conditions on the prediction time for ensuring the stability of the networked control systems with variable sampling-rate are studied. Finally, an example is given to illustrate the analysis results.

Key words: networked control systems; variable sampling-rate; event-time driving; prediction error; prediction time

1 引言(Introduction)

与传统的点对点的直接控制系统相比, 网络控制系统(networked control system, NCS)^[1~4]易于安装和维护, 能有效的提高系统的可靠性, 减少系统重量、体积、能耗和布线, 但同时网络控制系统也存在信息传输时延、数据丢包、噪声干扰等问题, 那么如何合理设计网络控制系统, 克服数据丢包、外来干扰所带来的问题, 从而确保整个系统的稳定性, 这是NCS的重要研究内容之一。

目前NCS的研究多采用基于事件驱动方式, 主要是针对机器人等比较适合用事件驱动方式的对象, 对系统的实时要求不是特别的高, 只要有新的事件(新的信号)出现并能用于控制对象则系统的控制效果就会比较好^[2,4]。基于事件驱动方式基本上研究的都是网络时延符合某一分布的有界序列的NCS, 但在实际的互联网中, 网络时延是没有界限的, 也不是符合某一种分布的随机序列。基于事件驱动方式

的控制大多研究网络时延小于一个采样周期 T 的情况, 大于一个采样周期的目前多研究的是 $[0, 2T]$ 时间段内的时延^[5,6], 应用范围比较小的, 对于大于一个采样周期的情况, 建模问题都比较复杂, 其它的分析就更少, 基本是把大于一个采样周期的信号视为空采样来处理, 用补偿器或预测器来解决产生的不稳定性问题。本文是在文献^[7,8]提出的事件-时间驱动方式的基础上, 提出变采样NCS的模型并分析其稳定性。

2 变采样网络控制系统(Variable-sampling NCS)

2.1 事件-时间驱动方式(Event-time driven)

事件-时间驱动方式是指控制器端或被控对象端计算机数据包的发送是由接收过程来触发的。预先设定采样周期的最大值 $T_{\max}$, 如果网络上的数据包发送间隔超过 $T_{\max}$, 就会在达到 $T_{\max}$ 的时刻自动地发送数据包。在系统中 $T_{\max}$ 的选择首先要满足信

号不失真和网络承载能力的双重限制^[8], 当 $T_{\max}$ 取得越大, 网络中传输的信息量越少, 拥塞发生机率越小.

2.2 变采样网络控制系统的建模(Modeling of the variable-sampling NCS)

对于变采样NCS的采样周期指的是相邻数据包发送之间的间隔时间, 事件-时间驱动方式不管对于控制器还是被控对象来说采样周期都是变化的.

定义 1 对于超过 $2T_{\max}$ 到来的数据包和没有到来的数据包都称作丢包, 超时到来的数据包要按发送的顺序存储起来.

当设计的控制器合理, 系统对最大采样周期 $2T_{\max}$ 内的时间延迟都是稳定的, 但丢包还是对控制系统所造成的影响, 根据具有预测环节变采样NCS结构图^[9], 在控制端和被控端都增加了预测环节, 在控制信号和反馈信号在定义的丢包的情况下给出预测信号.

被控对象和控制器连续时间状态空间表达式:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) = Cx(t), \\ \dot{z}(t) = Fz(t) + Gy(t), \\ u(t) = Hz(t). \end{cases} \quad (1)$$

对式(1)进行变采样的离散化, 同时考虑变采样系统中信号的到达时间, 则有

$$\begin{aligned} t_{a,k+1} - t_{a,k} &= \tau_{sc}(k) + \tau_{ca}(k) = T_a(k), \\ t_{c,k+1} - t_{c,k} &= \tau_{ca}(k-1) + \tau_{sc}(k) = T_c(k). \end{aligned}$$

其中: $t_{a,k}, t_{c,k}$ 是被控对象端和控制器端时刻, $\tau_{sc}(k), \tau_{ca}(k)$ 是网络反馈和控制延迟时间, $T_a(k), T_c(k)$ 是被控对象和控制器离散化时的采样周期.

$$\begin{cases} x(k+1) = e^{AT_a(k)}x(k) + \int_0^{T_a(k)} e^{As}Bu(t_{c,k})ds, \\ y(k) = Cx(k), \\ z(k+1) = e^{FT_c(k)}z(k) + \int_0^{T_c(k)} e^{Fs}Gy(t_{a,k})ds, \\ u(k) = Hz(k). \end{cases}$$

令

$$\begin{cases} X(k+1) = \begin{bmatrix} x(k+1) \\ z(k+1) \end{bmatrix}, \quad X(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ z(k) \end{bmatrix}, \\ X(k+1) = \Phi(k)X(k). \end{cases} \quad (2)$$

$\Phi(k)$ 是第 k 步变采样NCS状态转移矩阵. 令

$$\begin{cases} \varphi_a(k) = e^{AT_a(k)}, \quad \Gamma_a(k) = \int_0^{T_a(k)} e^{As}ds, \\ \varphi_c(k) = e^{FT_c(k)}, \quad \Gamma_c(k) = \int_0^{T_c(k)} e^{Fs}ds. \end{cases} \quad (3)$$

不管被控对象和控制器周期的开始和结束是如何触发的, 考虑延迟时间就可以得出转移状态矩阵:

$$\begin{aligned} \hat{u}(k) &= (1 \pm \theta_u(k)\delta(k))u(t_{c,k}), \\ \hat{y}(k) &= (1 \pm \theta_y(k)\varepsilon(k))y(t_{a,k}). \end{aligned} \quad (4)$$

其中: $\hat{u}(k)$ 是被控对象没有收到控制值 $u(t_{c,k})$ 时采用的控制预测值, $\hat{y}(k)$ 是控制器没有收到反馈值 $y(t_{a,k})$ 时采用的反馈预测值, $\delta(k), \varepsilon(k)$ 是控制预测误差和反馈预测误差.

经过推导可得出变采样NCS状态转移矩阵为

$$\Phi(k) = \begin{bmatrix} \varphi_a(k) & (1 \pm \theta_u(k)\delta(k))BH\Gamma_a(k) \\ (1 \pm \theta_y(k)\varepsilon(k))GCT_c(k) & \varphi_c(k) \end{bmatrix}. \quad (5)$$

其中第1步是从控制器发出信号开始, 假设以下条件成立:

$$\tau_{ca}(0), \tau_{ca}(1), \tau_{sc}(1) < T_{\max}, \quad u(0) = 0.$$

3 变采样网络控制系统的稳定性分析(Stability analysis of variable-sampling NCS)

3.1 稳定性精度问题(Stability analysis on accuracy)

首先根据变采样网络控制系统中的状态转移矩阵来分析系统的稳定性, 考虑预测值误差范围与变采样网络控制系统稳定性的关系.

引理 1(Schur补性质) 给定对称阵 A 、阵块 B 、正定矩阵 C , 则 $A + BCB^T < 0$ 等价于

$$\begin{bmatrix} A & B^T \\ B & -C^{-1} \end{bmatrix} < 0$$

或者

$$\begin{bmatrix} -C^{-1} & B \\ B^T & A \end{bmatrix} < 0.$$

引理 2 对于对称矩阵 S , $s_{ij} = s_{ji}$, $\Delta_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 为其各阶主子行列式, 矩阵 S 为负定的充要条件为 $\Delta_i > 0$, i 为偶数; $\Delta_i < 0$, i 为奇数.

在变采样NCS的状态转移矩阵(5)中, 令

$$\begin{aligned} M &= (1 \pm \theta_u(k)\delta(k))BH\Gamma_a(k), \\ N &= (1 \pm \theta_y(k)\varepsilon(k))GCT_c(k), \end{aligned} \quad (6)$$

那么

$$\Phi(k) = \begin{bmatrix} \varphi_a(k) & M \\ N & \varphi_c(k) \end{bmatrix}.$$

选定正定矩阵 P, Q , 定义Lyapunov函数 $V(k)$ 为

$$V(k) = x^T(k)Px(k) + z^T(k)Qz(k) > 0,$$

$$\Delta V(k) = V(k+1) - V(k) = X^T(k)D(k)X(k) =$$

$$\begin{bmatrix} x(k) \\ z(k) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \varphi_a^T(k)P\varphi_a(k) + N^TQN - P & \varphi_a^T(k)PM + N^TQ\varphi_c(k) \\ M^TP\varphi_a(k) + \varphi_c^T(k)QN & M^TPM + \varphi_c^T(k)Q\varphi_c(k) - Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ z(k) \end{bmatrix}.$$

若 $\Delta V(k) < 0$, $D(k) < 0$, 那么控制系统稳定.

$$D(k) = \begin{bmatrix} \varphi_a^T(k)P\varphi_a(k) + N^TQN - P \\ \varphi_a^T(k)PM + N^TQ\varphi_c(k) \\ M^TP\varphi_a(k) + \varphi_c^T(k)QN \\ \varphi_c^T(k)Q\varphi_c(k) + M^TPM - Q \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -P & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + [\varphi_a(k) \ M]^T P [\varphi_a(k) \ M] +$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -Q \end{bmatrix} + [N \ \varphi_c(k)]^T Q [N \ \varphi_c(k)] < 0.$$

根据引理1可得

$$\begin{bmatrix} -P & 0 & \varphi_a^T(k) \\ 0 & 0 & M^T \\ \varphi_a(k) & M & -P^{-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & N^T \\ 0 & -Q & \varphi_c^T(k) \\ N & \varphi_c(k) & -Q^{-1} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -P & 0 & \varphi_a^T(k) + N^T \\ 0 & -Q & M^T + \varphi_c^T(k) \\ \varphi_a(k) + N & M + \varphi_c(k) & -P^{-1} - Q^{-1} \end{bmatrix} < 0. \quad (7)$$

根据引理2可知式(7)成立要满足以下条件:

$$\Delta_1 < 0, \Delta_2 > 0, \Delta_3 < 0.$$

即

$$-P < 0, \begin{vmatrix} -P & 0 \\ 0 & -Q \end{vmatrix} > 0, \quad (8)$$

$$\begin{vmatrix} -P & 0 & \varphi_a^T(k) + N^T \\ 0 & -Q & M^T + \varphi_c^T(k) \\ \varphi_a(k) + N & M + \varphi_c(k) & -P^{-1} - Q^{-1} \end{vmatrix} < 0. \quad (9)$$

已知式(8)是满足要求的, 那么当式(9)成立时式(7)是负定的. 根据推导可得

$$\varphi_a(k) + N < I, M + \varphi_c(k) < I. \quad (10)$$

$\theta_u(k) = 1, \theta_y(k) = 1$, 由式(9)可得

$$\begin{cases} |\delta(k)| < \left\| \frac{I - e^{FT_c(k)}}{(e^{AT_a(k)} - I)BH} \right\| - 1, \\ |\varepsilon(k)| < \left\| \frac{I - e^{AT_a(k)}}{(e^{FT_c(k)} - I)GC} \right\| - 1. \end{cases} \quad (11)$$

如果 $T_a(k) = 2T_{\max}$, $\delta(k)$ 的最大值为 $\delta_{\max}$, $T_c(k) =$

$2T_{\max}$, $\delta(k)$ 的最大值为 $\varepsilon_{\max}$,

$$\begin{cases} |\delta_{\max}| < \left\| \frac{I - e^{2FT_{\max}}}{(e^{2AT_{\max}} - I)BH} \right\| - 1, \\ |\varepsilon_{\max}| < \left\| \frac{I - e^{2AT_{\max}}}{(e^{2FT_{\max}} - I)GC} \right\| - 1. \end{cases} \quad (12)$$

这就是系统稳定运行的预测值所需要的控制预测误差和反馈预测误差.

3.2 稳定性速度问题(Stability analysis on rapidity)

控制数据和反馈数据只要在预测方法中保证满足预测值的预测误差范围就可以保证系统稳定运行. 不仅是预测误差范围才对系统稳定性有影响, 不同的时间得到预测值对系统稳定性也有影响. 那么就需要研究预测时间对控制系统稳定性的影响. 控制值预测时间和反馈值预测时间为 $t_{cp}(k), t_{ap}(k)$, 对于控制值, 在采样周期的开始, 不管控制值真实值到来与否先以误差 $\delta_{\max}$ 计算控制值预测值, $t_p(k)$ 为预测误差 $\delta_{\max}$ 时的时间, 即预测需要的最短预测时间, 如果控制值真实值按时到达, 就用控制值真实值来进行控制, 如果没有按时到达, 在 $\delta_{\max}$ 的基础上预测误差范围为 $\delta(k)$ 的控制值, 缩短 $t_{ap}(k)$, 提高系统的快速性. 令

$$\begin{aligned} t_{ap}(k) - T_a(k) &= m \cdot 2T_{\max}, \\ t_{cp}(k) - T_c(k) &= n \cdot 2T_{\max}, \end{aligned}$$

其中 m, n 为预测需要相应时间 $T_{\max}$ 的倍数. 原来的系统的预测误差式(11)就变化为

$$\begin{aligned} |\delta_p(k)| &< \left\| \frac{I - e^{A(T_c(k) + 2nT_{\max})}}{(e^{A(T_a(k) + 2mT_{\max})} - I)BH} \right\| - 1, \\ |\varepsilon_p(k)| &< \left\| \frac{e^{F(T_a(k) + 2mT_{\max})}}{(e^{F(T_c(k) + 2nT_{\max})} - I)GC} \right\| - 1. \end{aligned}$$

其中: $\delta_p(k), \varepsilon_p(k)$ 是在 $t_{cp}(k), t_{ap}(k)$ 下的控制预测误差和反馈预测误差. 如果控制值和反馈值都需要预测, 那么采用的预测方法的预测时间是

$$\begin{aligned} m &= n < T_{\max}/2T_{\max} = 1/2, \\ t_p(k) &= (1 + m)T_{\max}. \end{aligned}$$

那么相应的预测误差最大范围为

$$|\delta_{p\max}(k)| < \left\| \frac{I - e^{F(1+2m)T_{\max}}}{(e^{A(1+2m)T_{\max}} - I)BH} \right\| - 1,$$

$$|\varepsilon_{p\max}(k)| < \left\| \frac{I - e^{A(1+2m)T_{\max}}}{(e^{F(1+2m)T_{\max}} - I)GC} \right\| - 1.$$

选定的预测方法满足规定的预测时间和规定的预测误差范围, 这样情况下系统也是稳定的.

4 仿真例子(Example)

对象通过网络进行控制, 系统开环传递函数为 $G(s) = 0.2/(s^2 + 3s + 2)$, 采样周期 $T = 10$ ms 对系统离散化, 被控对象状态方程为

$$\begin{cases} x(k+1) = \begin{bmatrix} 0.999 & 0.009 \\ -0.019 & 0.970 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \end{bmatrix} u(k), \\ y(k) = [0 \ 1][x_1(k) \ x_2(k)]^T. \end{cases}$$

控制器的状态方程为

$$\begin{cases} z(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.1 & -0.1 \end{bmatrix} z(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ -0.01 \end{bmatrix} y(k), \\ u(k) = [0.02 \ 0.01][z_1(k) \ z_2(k)]^T. \end{cases}$$

假设被控对象的初始状态和控制目标分别为 $[x_1 \ x_2]^T = [0 \ 4]^T$, $[x_1 \ x_2]^T = [0 \ 0]^T$, 控制器在网络时延小于 T 时, NCS 可以稳定到达目标, 假设 $T_{\max} = 12$ ms, 变采样 NCS 中出现数据传输时间延迟大于 $T_{\max}$ 认为丢包时, 根据系统稳定性的要求, 计算出反馈预测值满足的误差范围 0.15 和控制预测值满足的误差范围 0.12, 还要满足预测时间的要求, 设 $m = 0.2$, 预测时间为 $t_p(k) = 14.4$ ms, 反馈预测值和控制预测值满足的误差范围为 0.13 和 0.10, 计算每一步预测值 $\hat{u}(k)$ 和 $\hat{y}(k)$, 同时把预测值加到控制系统中, 在迭代 $k = 200$ 次系统状态的响应曲线如图 1 所示, 可以看出系统可以稳定运行.

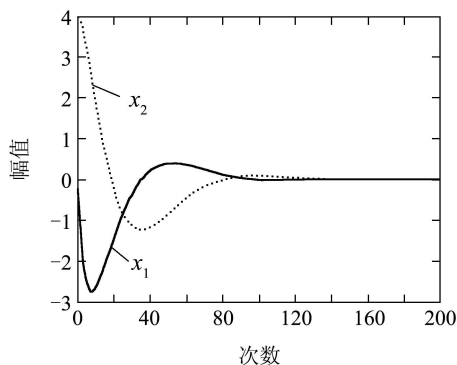


图 1 变采样 NCS 状态响应曲线

Fig. 1 State response of variable-sampling NCS

5 结论(Conclusion)

根据状态转移矩阵的稳定分析可以得到变采样 NCS 的稳定性条件, 是由延迟时间, 预测误差精度, 预测误差时间和状态转移矩阵之间的关系来

确定的, 还可以知道在系统稳定状态下不同的时间延迟相对应的预测值误差范围, 就不用设计或调节补偿器了. 对预测值的精度和时间比较敏感的系统, 这样的研究更加重要, 系统进一步要解决的就是智能预测的方法选择, 选择时既要考虑到预测精度问题还要考虑到预测速度问题, 速度问题相对应于预测值所需时间, 和网络变化的时间延迟也有关系, 精度问题对应于预测值的误差范围问题.

参考文献(References):

- [1] NILSSON J, BERNHARDSSONT B, WITTENMARK B. Stochastic analysis and control of real-time systems with random time delays[J]. *Automatica*, 1998, 34(1): 57 – 64.
- [2] WALSH G C, YE H, BUSHNELL L. Stability analysis of networked control systems[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2002, 10(3): 438 – 446.
- [3] LIQIAN ZHANG, YANG SHI. A new method for stabilization of networked control systems with random delays[J]. *Automatic Control*, 2005, 50(8): 1171 – 1181.
- [4] 朱其新, 胡寿松. 网络控制系统的分析与建模[J]. 信息与控制, 2003, 32(1): 5 – 8.
(ZHU Qixin, HU Shousong. Analysis and modeling of control system[J]. *Information and Control*, 2003, 32(1): 5 – 8.)
- [5] 邱占芝, 张庆灵, 刘明. 有时延和数据包丢失的网络控制系统控制器设计[J]. 控制与决策, 2006, 21(6): 626 – 631.
(QIU Zhanzhi, ZHANG Qingling, LIU ming. Controller design for Networked control systems with time-delay and data packet dropout[J]. *Control and Decision*, 2006, 21(6): 626 – 631.)
- [6] 邱占芝, 张庆灵, 刘明. 不确定时延输出反馈网络化系统保性能控制[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(1): 274 – 278.
(QIU Zhanzhi, ZHANG Qingling, LIU Ming. Guaranteed performance control for output feedback networked control systems with uncertain time-delay [J]. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(1): 64 – 72.)
- [7] 黄杰, 吴平东, 王晓峰, 等. 基于 TCP/IP 协议的远程控制系统中变结构动态补偿器的研究[J]. 控制理论与应用, 2003, 20(6): 849 – 854.
(HUANG Jie, WU Pingdong, WANG Xiaofeng, et al. Variable structure compensator in telecontrol system based on TCP/IP protocol[J]. *Control Theory & Applications*, 2003, 20(6): 849 – 854.)
- [8] 黄杰, 吴平东, 王晓峰, 等. 基于因特网的运动控制系统中变采样过程的研究[J]. 控制与决策, 2005, 22 (7): 755 – 763.
(HUANG Jie, WU Pingdong, WANG Xiaofeng, et al. Variable structure compensator in telecontrol system based on TCP/IP protocol[J]. *Control and Decision*, 2005, 22 (7): 755 – 763.)
- [9] XUE Y, LIU K. Analysis of variable-sampling networked control system based on neural network prediction[C] // *Proceedings of 2007 International Conference on Wavelet Analysis and Pattern Recognition*. Beijing: [s.n.], 2007, 2: 772 – 777.

作者简介:

薛燕 (1978—), 女, 讲师, 目前研究方向为网络控制系统, E-mail: xueyan_xueyan@163.com;

刘克 (1964—), 男, 教授, 目前研究方向为络控制系统、复杂系统.