

磁悬浮系统的加速度计反馈控制算法

张 锐^{1,2}, 崔 鹏¹, 李 杰¹

(1. 国防科技大学 机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073;

2. 铁道第三勘察设计院 科技处, 天津 300142)

摘要: 设计了一种基于加速度计信号改善磁浮列车悬浮性能的控制算法. 将固定在电磁铁上的加速度计的输出直接引入反馈控制量, 使得悬浮控制系统在不同轨道曲线段上具有相同的表达式, 从而使反馈线性化算法得以应用; 利用离散跟踪-微分器, 从测量到的间隙信号提取其一阶、二阶微分, 使实际控制算法得以实现. 仿真计算表明, 该算法消除了列车进、出竖曲线的冲击, 提高了悬浮性能.

关键词: 加速度计; 反馈线性化; 跟踪-微分器; 磁悬浮系统

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Accelerometer feedback control algorithm for maglev system

ZHANG Kun^{1,2}, CUI Peng¹, LI Jie¹

(1. College of Mechatronics Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha Hunan 410073, China;

2. Science & Technology Department, The 3rd Railway Survey & Design Institute, Tianjin 300142, China)

Abstract: A control algorithm employing the accelerometer signal is designed to improve the suspension performance of the maglev train. By directly introducing the output of the accelerometer fixed on the magnet to the feedback control, an identical formula for the maglev control systems is achieved on different railway curves, and the feedback-linearization method becomes applicable. The first and second derivatives of the gap are obtained from the measured gap-signal by using a discrete nonlinear tracking-differentiator; this makes the control algorithm practical in application. Simulation results show that the impact response is eliminated when the maglev train runs on a perpendicular curve, which verifies the superiority of this novel control algorithm.

Key words: accelerometer; feedback linearization; tracking-differentiator; suspension control

1 引言(Introduction)

磁浮列车的支撑系统采用的是主动控制悬浮系统, 包括电磁铁、传感器和控制器. 悬浮控制系统的性能直接影响列车的舒适性指标. 在轨道的不同曲线段上, 列车悬浮系统的数学模型是不一样的. 传统的悬浮控制算法都是基于列车处于平直段轨道设计的, 当列车运行于竖曲线和坡道段时, 系统实际模型与平直段模型不同之处只能看作未知扰动, 从而导致悬浮性能下降, 典型的表现就是列车进入/退出竖曲线时有明显的冲击响应, 速度越快, 冲击越剧烈.

本文首次提出了一种实用的使悬浮控制系统在不同曲线段上具有相同模型的方法. 首先通过反馈线性化将不同曲线段上的悬浮控制系统模型转换成

一致, 但在不同曲线段上反馈控制量是不同的. 然后通过分析安装在电磁铁上的加速度计在不同曲线段上的输出特性, 提出将加速度计输出信号直接代入反馈控制中, 可以消除各反馈控制量中的不同项, 使其具有相同的表达形式, 从而使得反馈线性化得以实际应用. 针对所设计算法的需求, 采用韩京清的跟踪-微分器思想, 从带噪声的间隙测量信号中提取了它的一阶、二阶微分信号. 仿真计算表明该算法能够消除列车进出竖曲线的冲击, 有效提高了悬浮性能.

本文以国防科技大学所设计的CMS03A型磁悬浮列车为背景开展工作, 所得到的结论也完全适用于其他中低速磁浮列车系统.

2 磁浮轨道竖曲线的结构特点(Structure feature of maglev vertical curve)

根据国标《地下铁道设计规范》(GB50157-92)的规定, 对于相邻坡段的坡度之差大于等于2%时, 应以圆曲线型竖曲线连接两坡段. 由此, 磁浮列车轨道的坡道段构成如下^[1]:

平直段+圆曲线段+坡道段+圆曲线段+平直段.

考虑到上坡和下坡两种情况, 磁浮列车轨道的坡道段如图1所示, 其中A-B段、E-F段、I-J段为平直段, B-C段、D-E段、F-G段、H-I段为圆曲线型竖曲线段, C-D段、G-H段为坡道段, v 为列车行进速度, 设其方向如图1中箭头所示. 其中, 圆曲线半径的选取受到动力学因素和转向架结构的约束. 轨道最大爬坡度7%.

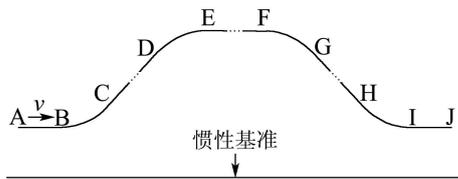


图1 磁浮列车轨道坡道段示意图

Fig. 1 The schematic diagram of maglev railway ramp

考虑到对称性, 只研究A-B-C-D-E段的车辆运行情况.

3 悬浮控制系统与加速度计(Maglev control system and accelerometer)

在理论和实践上, 可以近似地将CMS03A整车支撑系统看作16个单点悬浮控制系统^[2]. 每个单点悬浮控制系统如图2所示: 间隙传感器测量电磁铁与轨道间的间隙, 加速度计测量电磁铁的运动加速度, 电流传感器测量流过电磁铁的电流. 这些信息送到控制器, 计算出控制量后通过斩波器施加到电磁铁上, 产生悬浮力, 使得电磁铁与轨道保持额定间隙.

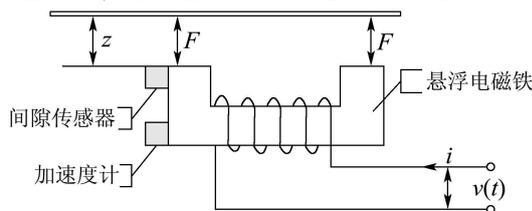


图2 单点悬浮控制系统示意图

Fig. 2 The schematic diagram of single maglev control system

目前常见的加速度计类型有压电型、压阻型、电容型等. 由于悬浮系统的闭环带宽不超过20 Hz, 考虑到加速度计的频率响应特性和电气特性, 一般选用单轴式压阻型加速度计. CMS03A所选用加速度计的响应频率为0~1500 Hz. 它安装在电磁铁端部.

4 悬浮系统模型(Maglev system model)

运用电磁学和动力学的理论, 得到描述单电磁铁悬浮系统电学特征和动力学特征的方程. 电学方程:

$$v(t) = Ri(t) + \frac{N^2 \mu_0 Si(t)'}{2z(t)} - \frac{N^2 \mu_0 Si(t)z(t)'}{2z(t)^2}. \quad (1)$$

动力学方程:

1) 平直轨道段A-B上:

$$Mz(t)'' = Mg - \frac{1}{4} \frac{(i(t)N)^2}{z(t)^2} \mu_0 S. \quad (2)$$

2) 圆曲线段B-C上:

$$Mz(t)'' = Mg \cos \theta + M \frac{V^2}{R} - \frac{1}{4} \frac{(i(t)N)^2}{z(t)^2} \mu_0 S. \quad (3)$$

3) 坡道段C-D上:

$$Mz(t)'' = Mg \cos \theta_0 - \frac{1}{4} \frac{(i(t)N)^2}{z(t)^2} \mu_0 S. \quad (4)$$

4) 圆曲线D-E上:

$$Mz(t)'' = Mg \cos \theta - M \frac{V^2}{R} - \frac{1}{4} \frac{(i(t)N)^2}{z(t)^2} \mu_0 S. \quad (5)$$

其中: N 为电磁铁线圈匝数, M 为系统质量, R 为电磁绕组的电阻值, S 为电磁铁极面积, μ_0 为空气磁导率, $v(t)$ 为电磁铁端电压, F 为电磁铁悬浮力.

电学方程(1)依次和动力学方程(2)~(5)组合, 分别得到悬浮系统在平直段A-B、圆曲线段B-C、坡道段C-D和圆曲线段D-E上的系统描述. 这意味着, 在不同轨道段上, 悬浮系统的数学模型是各不相同的.

5 坡道段上加速度计输出信号分析(Accelerometer output signal analysis on ramp)

图3是图1的一部分. 在A-B-C-D-E段上, 加速度计测量输出的实际信号包含哪些分量呢? 下面来分析这一问题.

1) A-B段. 在这一段, 加速度计的输出 a 包含两个分量: ① 电磁铁沿轨道法线方向的运动加速度, 即 z'' ; ② 重力加速度 g . 即

$$a = g - z''. \quad (6)$$

2) B-C段. 由理论力学可知, 在这一段, 加速度计的输出包含3个分量: ① 电磁铁沿轨道法线方向的运动加速度 z'' ; ② 重力加速度的分量 $g \cos \theta$; ③ 法向加速度 $\frac{V^2}{R}$, R 为圆曲线段半径. 即

$$a = g \cos \theta + \frac{V^2}{R} - z''. \quad (7)$$

3) C-D段. 在这一段, 加速度计的输出包含2个分量: ① 电磁铁沿轨道法线方向的运动加速度 z'' ;

② 重力加速度的分量 $g \cos \theta_0$. 即

$$a = g \cos \theta_0 - z'' \tag{8}$$

4) D-E段. 在这一段, 加速度计的输出包含3个分量: ① 电磁铁相对于轨道的运动加速度 z'' ; ② 重力加速度的分量 $g \cos \theta$; ③ 法向加速度 $\frac{V^2}{R}$. 即

$$a = g \cos \theta - \frac{V^2}{R} - z'' \tag{9}$$

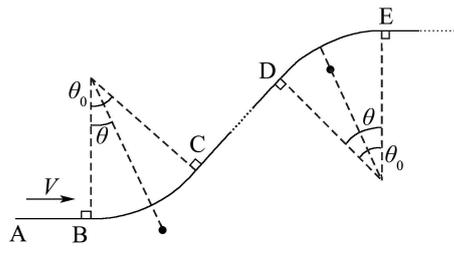


图3 运动过程中加速度计主轴俯仰变化
Fig. 3 Pitching variety of accelerometer principal axis in movement

6 控制算法设计(Control algorithm design)

以往的文献中, 控制算法设计均是根据平直段轨道设计的. 当列车运行到竖曲线段和坡道段时, 系统数学模型中与平直段模型不同的项都被当作未知的扰动项看待, 导致列车在这些轨道上悬浮性能下降. 但是, 从第5节中分析的加速度计输出信号可以看出, 这些变化项均被加速度计准确地测量到了. 因此, 如果把加速度信号恰当地引入控制算法, 就可以得到一个统一的悬浮控制系统模型, 使得系统在不同的轨道段上控制特性完全一致. 这就是本文所设计的悬浮控制算法的核心思想.

6.1 高速电流环(Fast current loop)

采用文献[3]所设计的高速电流环补偿器, 可以显著提高电气响应速度, 从而在设计控制算法时可以直接以电流作为控制量, 即: 忽略电学方程(1), 直接针对动力学方程(2)~(5)设计控制器. 控制目标是使得悬浮间隙 $z(t)$ 跟踪额定间隙 z_0 .

6.2 反馈线性化(Feedback linearization)

首先看系统方程(2). 令 $k = \frac{\mu_0 N^2 S}{4M}$, (2)可以写成

$$z'' = g - k \frac{i^2}{z^2} \tag{10}$$

针对这样的非线性系统, 可以通过反馈线性化的方法将其转变为一个可控线性方程.

定义 $x_1 = z, x_2 = z', u = i^2$, 将方程(10)写成状

态方程的形式

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = g - k \frac{u}{x_1^2}. \end{cases} \tag{11}$$

输出为

$$y = x_1. \tag{12}$$

对于(11)(12)构成的系统, 基于解耦控制的方法^[4], 有

$$h(x) = x_1, f(x) = \begin{bmatrix} x_2 \\ g \end{bmatrix}, g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{k}{x_1^2} \end{bmatrix}.$$

可计算得

$$\begin{aligned} \dot{y} &= L_f h(x) + L_g h(x)u = x_2, \\ \ddot{y} &= L_f^2 h(x) + L_g L_f h(x)u = g - k \frac{u}{x_1^2}. \end{aligned}$$

因此, 系统的相对阶 $\rho = 2$, 系统是可以输入-输出线性化的, 其反馈控制为

$$u = \frac{1}{L_g L_f h(x)} [-L_f^2 h(x) + \ddot{y}] = \frac{x_1^2}{k} [g - \ddot{y}]. \tag{13}$$

此时, 系统的输入-输出简化为

$$\ddot{y} = v. \tag{14}$$

同理, 针对方程(3)~(5), 采用类似的思路, 分别得到使其输入-输出线性化的反馈量为

$$u = \frac{x_1^2}{k} [g \cos \theta + \frac{V^2}{R} - v], \tag{15}$$

$$u = \frac{x_1^2}{k} [g \cos \theta_0 - v], \tag{16}$$

$$u = \frac{x_1^2}{k} [g \cos \theta - \frac{V^2}{R} - v]. \tag{17}$$

如果采用(15)~(17)的反馈控制, 可以将系统输入-输出特性均表示为(14)的形式, 从而在不同轨道上系统模型一致. 遗憾的是, 从控制算法工程化设计角度讲: ① 在不同轨道段上 u 要采用不同的反馈形式; ② 在式(15)~(17)中包含难以测量的变量 θ, V, R , 这些实际困难导致反馈线性化难于实现.

能否实现一个统一的不包含未知变量的 u , 使得输入-输出线性化呢?

现在来看加速度计输出(6)~(9), 可以发现, a 当中已经包含了(13), (15)~(17)中的不同项(同时还包括一个公共成分 $-\ddot{z}$), 即

在平直段A-B: $g = a + \ddot{z}$;

在圆曲线段B-C: $g \cos \theta + \frac{V^2}{R} = a + \ddot{z}$;

在坡道段C-D: $g \cos \theta_0 = a + \ddot{z}$;

在圆曲线D-E: $g \cos \theta - \frac{V^2}{R} = a + \ddot{z}$;

由此可见, 方程(13), (15)~(17)可以写成统一的形式

$$u = \frac{x_1^2}{k}[a + \ddot{z} - v]. \quad (18)$$

采用反馈控制量(18), 无论列车处于何种轨道段, 其悬浮控制系统输入-输出特性均可以写成式(14)的形式.

6.3 控制器设计(Controller design)

悬浮系统解耦后, 非线性系统变为线性系统且线性化后的系统完全可控, 可以任意配置极点^[5]. 采用状态反馈设计控制律 $v = K_T x$, 其中 $K_T = [k_1, k_2]$ 为状态反馈增益矩阵, 使二阶闭环系统动态性能指标满足: 1) 输出超调量 $\sigma \leq 5\%$; 2) 峰值时间 $t_\sigma \leq 0.1$ s. 通过极点配置的方法, 获得反馈增益 $[k_1, k_2] = [2500, 70.7]$. 得到控制率为

$$u = \frac{x_1^2}{k}[a + \ddot{z} - (2500 \cdot \Delta z + 70.7 \dot{z})]. \quad (19)$$

图4是控制器在MATLAB中的实现. 其中 G 的含义为: 在平直段A-B, $G = g$; 在圆曲线段B-C, $G = g \cos \theta + \frac{V^2}{R}$; 在坡道段C-D, $G = g \cos \theta_0$; 在圆曲线D-E, $G = g \cos \theta - \frac{V^2}{R}$.

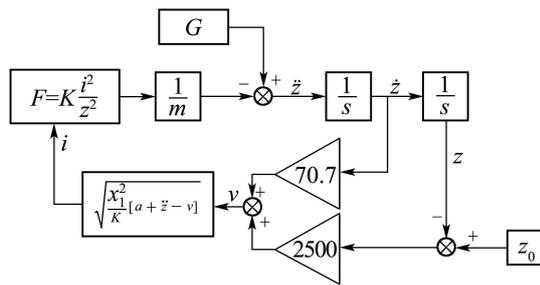


图4 控制器框图

Fig. 4 Control system diagram

6.4 3阶跟踪-微分器设计 (Three order tracking-differentiator design)

现在剩下的问题就是公式(19)中的 \dot{z} 、 \ddot{z} 如何获取. 由第3节的描述可以看出, 只有间隙量 z 是可以直接测量的. 要从 z 观测得到 \dot{z} 、 \ddot{z} , 经典方法是通过信号的插分来获取. 但在磁悬浮控制系统中, 由于存在电磁干扰, 从传感器得到的间隙信号包含噪声, 由直接差分法得到的1阶插分信号将有許多毛刺, 2阶插分信号则根本无法使用.

基于提取“微分”信号的想法, 韩京清等^[6]利用“等时区方法”分析了离散形式的最速控制问题, 构造了一个近似的离散形式的最速控制综合函数. 利用这种函数构造的跟踪微分器, 是一种非线性跟踪微分器, 能够快速、无超调、无颤振地跟踪输入信

号, 又能得到品质优良的微分信号. 在此基础上, 刘凤根等^[7]设计了3阶离散跟踪-微分器, 从而能够观测出信号的1阶和2阶微分信号.

这里就采用3阶跟踪-微分器来通过 z 观测出 \dot{z} 、 \ddot{z} .

具体构造公式如下:

$$\begin{cases} x_1(t+h) = x_1(t) + h * x_2(t), \\ x_2(t+h) = x_2(t) + h * x_3(t), \\ x_3(t+h) = x_3(t) + h * u(t). \end{cases} \quad (20)$$

其中:

$$u(t) = -R \cdot \text{sat}[x_1(t) - v(t) - \frac{x_3^2(t)}{6 \cdot R^2} + \left[A \frac{x_3(t)}{R} + S \sqrt{\frac{A}{R}} \right], \delta],$$

$$S = \text{sgn}[x_2(t) + \frac{|x_3(t)| \cdot x_3(t)}{2 \cdot R}],$$

$$A = S \cdot x_2(t) + \frac{x_3^2(t)}{2 \cdot R}.$$

在上述公式中, h 为时间间隔, δ 为防止系统颤振而加的线性区间的大小, R 为反映跟踪快慢的速度因子. $x_2(t)$, $x_3(t)$ 分别跟踪 $v(t)$ 的广义1阶导数和2阶导数. 将间隙传感器测量信号作为式中的 $v(t)$, 则可以用 $x_2(t)$, $x_3(t)$ 来近似 $\dot{z}(t)$ 、 $\ddot{z}(t)$.

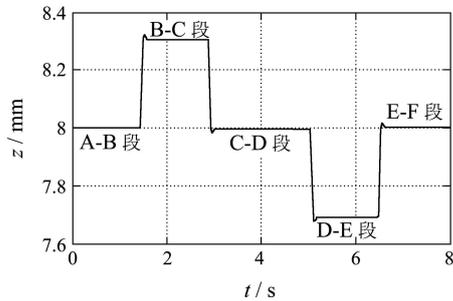
7 仿真计算(Simulation analysis)

以国防科技大学所研制的磁悬浮列车CMS03A为研究对象. 对于任一个悬浮点, 其参数为: $N = 324$, $M = 750$ kg, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m, $S = 0.84 \times 0.028$ m². 长沙试验线坡道段参数为: $R = 1000$ m, $\theta_0 = 40\%$, 由此, 从试验线上截取这样一段实际轨道进行仿真: A-B段长40 m (40 = 1000 × 40%), B-C段长40 m (40 = 1000 × 40%), C-D段长60 m, D-E段长40 m (40 = 1000 × 40%), E-F段长40 m. 设定在A点悬浮系统已稳定悬浮在额定间隙8 mm处, 列车运行速度为100 km/h. 在MATLAB/SIMULINK环境中建立悬浮系统模型.

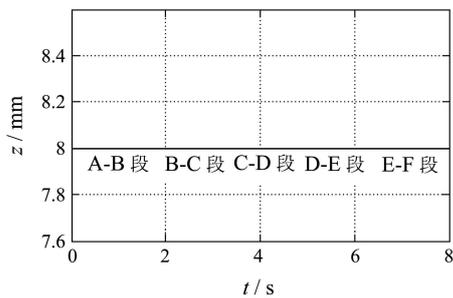
选择两种控制算法进行对比: 一种算法是根据平直段模型设计的基于反馈线性化的算法, 即 $u_1 = \frac{x_1^2}{k}[g - (2500 \cdot \Delta z + 70.7 \dot{z})]$; 另一种即本文设计的控制算法, $u_2 = \frac{x_1^2}{k}[a + \ddot{z} - (2500 \cdot \Delta z + 70.7 \dot{z})]$.

采用第1种算法, 仿真得到间隙曲线如5(a)所示, 可见列车在平直段和爬坡段轨道时悬浮系统稳定在额定间隙附近, 而通过圆曲线轨道时系统偏离额定间隙0.3 mm. 采用第二种控制算法, 仿真曲线如图5(b)所示, 可见列车通过平直段、爬坡段和圆曲线轨道时系统都不会偏离额定间隙. 图5(c)(d)为实际系统存在噪声干扰时的仿真曲线, $\dot{z}(t)$, $\ddot{z}(t)$ 利用3阶跟踪-微分器获得, 采用第1种算法得到控制器的仿

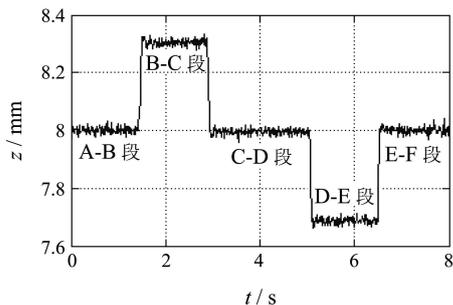
真曲线如图5(c)所示,采用第2种算法得到的仿真曲线如图5(d)所示.可见,采用跟踪-微分器获取微分信号,能够保证系统正常工作.若采用差分方法近似得到 $\dot{z}(t)$, $\ddot{z}(t)$,仿真计算时曲线发散,系统无法正常工作.



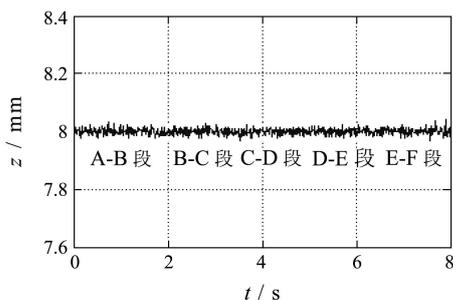
(a) 第1种算法间隙曲线(无噪声)



(b) 第2种算法间隙曲线(无噪声)



(c) 第1种算法间隙曲线(有噪声)



(d) 第2种算法间隙曲线(有噪声)

图5 控制算法动态响应效果对比

Fig. 5 Comparison of dynamic responses using different control algorithms

8 结论(Conclusion)

通过对不同轨道段上系统动力学方程及加速度计输出信号的分析,设计了一种统一的反馈控制器,使得悬浮控制系统在不同轨道段上输入-输出特性保持一致,从而消除了列车进/出竖曲线时的冲击,极大地改善了悬浮系统过竖曲线的能力.

参考文献(References):

- [1] 刘德生. EMS型低速磁浮列车模块悬浮控制问题研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2006.
(LIU Desheng. *Research of Module System Control for EMS Low-speed Maglev Train*[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2006)
- [2] 刘峰, 龙志强, 尹力明. 磁悬浮列车系统的鲁棒控制分析[J]. 机车电传动, 1996, 19(5): 23-26.
(LIU Feng, LONG Zhiqiang, YIN Liming. Robust control analysis for maglev train system[J]. *Electric Drive for Locomotives*, 1996, 19(5): 23-26.)
- [3] 李云钢, 常文森. 磁浮列车悬浮系统串级控制[J]. 自动化学报, 1999, 25(2): 247-251.
(LI Yungang, CHANG Wensen. Cascade control of an EMS maglev vehicle's levitation control system[J]. *Acta Automatica Sinica*, 1999, 25(2): 247-251.)
- [4] HASSAN K K. *Nonlinear Systems*[M]. Beijing: Electronic Industry Press, 2002: 505-521.
- [5] 刘德生, 李杰, 张镔. 基于反馈线性化的EMS型磁浮列车非线性悬浮控制器设计[J]. 国防科技大学学报, 2005, 27(2): 96-101.
(LIU Desheng, LI Jie, ZHANG Kun. The design of the nonlinear suspension controller for EMS maglev train based on feedback linearization[J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2005, 27(2): 96-101.)
- [6] 韩京清, 袁露林. 跟踪-微分器的离散形式[J]. 系统科学与数学, 1999, 19(3): 268-273.
(HAN Jingqing, YUAN Lulin. The discrete form of tracking-differentiator[J]. *Journal of Systems Science and Mathematical Science*, 1999, 19(3): 268-273.)
- [7] 刘凤根, 王晓芳, 张敏. 跟基于非线性跟踪-微分器的金融时间序列预测[J]. 系统工程理论与实践, 2007, 27(3): 118-122.
(LIU Fenggen, WANG Xiaofang, ZHANG Min. Financial time series forecasting based on nonlinear tracking-differentiator[J]. *Systems Engineering-Theory and Practice*, 2007, 27(3): 118-122.)

作者简介:

张 镔 (1976—), 男, 国防科学技术大学讲师, 在铁道第三勘测设计院做博士后研究工作, 目前研究方向为磁浮列车悬浮控制技术、车辆与结构动力学分析, E-mail: zhangkun@maglev.cn;

崔 鹏 (1981—), 男, 国防科学技术大学博士生, 目前研究方向为悬浮控制技术, E-mail: cpthree@sina.com;

李 杰 (1971—), 男, 国防科学技术大学教授, 目前研究方向为非线性控制、磁浮列车结构设计、悬浮控制技术, E-mail: eejieli.cn@yahoo.com.cn.