文章编号: 1000−8152(2009)12−1378−05

含间隙机械系统的混杂模型预测控制器

董领逊, 窦丽华, 陈　杰, 夏元清

(北京理工大学 信息科学技术学院, 北京 100081)

摘要: 研究含间隙机械系统的混杂模型预测控制问题. 首先, 将含间隙机械系统的运行模式分为"间隙模式"和"接触模式". 其次, 建立了含间隙机械系统的混杂分段仿射(PWA)模型. 然后, 利用模型预测控制(MPC)的方法对约束PWA系统的最优控制进行求解, 通过动态规划与多参数二次规划方法, 得到了MPC的离线解. 最后, 通过将分段二次(PWQ)Lyapunov函数的求解转换成半正定规划, 找到了确保闭环控制稳定性的PWQ Lyapunov函数. 跟踪参考速度的实验结果表明, 混杂模型预测控制器对含间隙机械系统的跟踪控制具有较好的效果, 能够满足小采样时间系统的实时控制要求.

关键词: 混杂模型预测控制; 间隙模式; PWA模型; 动态规划

中图分类号: TP273.1　　　**文献标识码**: A

Hybrid model-predictive-control for mechanical system with backlash

DONG Ling-xun, DOU Li-hua, CHEN Jie, XIA Yuan-qing

(Department of Information Science and Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: The hybrid model-predictive-control for mechanical system with backlash is studied. The operation model of a mechanical system with backlash is distinguished into the "backlash mode" and the "contact mode", and a piecewise affine(PWA) model of the mechanical system with backlash is built. For controlling this constrained PWA system, the optimal control law is derived by using the model predictive control(MPC) method; the offline solution of which is obtained by using the dynamic programming and the multi-parametric quadratic programming method. Finally, a piecewise quadratic(PWQ) Lyapuno function for the stability of the closed-loop system is found by transforming its searching process to a semi-definite programming. Experiments in tracking a reference speed signal demonstrate that the hybrid MPC gives desirable performances for the mechanical system with backlash, satisfying the real-time control requirements for systems with small sampling time.

Key words: hybrid model predictive control; backlash mode; PWA model; dynamic programming

1　引言(Introduction)

间隙指的是两个相邻的可移动部分之间的相互作用, 可以是旋转运动或是线性运动. 当系统状态经历间隙时, 突然的接触会导致施加在负载端的转矩发生突变, 从而导致不可预期的碰撞和对机械部件的损伤. 不消除间隙的影响, 系统的性能会降低, 甚至变得不稳定.

许多学者提出了间隙补偿方法. 文献[1]中提出了利用神经网络进行静态和动态补偿提高含间隙非线性系统的跟踪性能. 文献[2]提出了一种MPC和卡尔曼滤波相结合的方法来控制一类含间隙的传输系统. 在文献[3]中提出了一种2阶滑动模态观测器结合辨识算法控制含间隙的机电系统. 基于神经网络的补偿需要很大的计算量生成电机转矩. MPC的在线控制方法存在计算量大的问题.

本文将含间隙机械系统的运行模式分为"间隙模式"和"接触模式", 间隙模式指的是两个机械部分没有接触, 而接触模式则指两个机械部分接触且伴随有转矩的传输. 基于混杂系统理论和方法分析间隙的混杂特性, 建立混杂PWA模型. 最后, 基于混杂PWA模型建立了离线形式的混杂模型预测控制器. 与PID控制器比较, 混杂模型预测控制器能较好地完成含间隙机械系统的跟踪控制.

2　间隙的混杂系统建模(Hybrid system modeling for backlash)

混杂系统是指同时包含连续状态和离散状态的系统. 所建立的混杂模型是PWA模型的形式:

$$x_{k+1}=f_{\mathrm{PWA}}(x_k,u_k)=A^{\{i\}}x_k+B^{\{i\}}u_k+f^{\{i\}}, \tag{1}$$

收稿日期: 2008−04−23; 收修改稿日期: 2009−03−05.

基金项目: 北京市教育委员会共建基金资助项目(XK100070532).

$$\begin{bmatrix} x_k \\ u_k \end{bmatrix} \in \mathcal{D}^{\{i\}},$$

$$\mathcal{D}^{\{i\}} := \left\{ \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix} \Big| [(\mathcal{P}_x)^{\{i\}} \;\; (\mathcal{P}_u)^{\{i\}}] \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix} \leqslant (\mathcal{P}_0)^{\{i\}} \right\}.$$

其中: $k \geqslant 0, x \in \mathbb{R}^n$为状态向量, $x \in \mathbb{R}^m$为控制向量, $\{\mathcal{D}^{\{i\}}\}_{i=1}^{D}$为$(x, u) \subset \mathbb{R}^{n+m}$空间的有界多面体划分. 约束$(\mathcal{P}_x)^{\{i\}}x + (\mathcal{P}_u)^{\{i\}}u \leqslant (\mathcal{P}_0)^{\{i\}}$定义的是状态更新方程有效且同时满足状态变量与输入变量约束条件的区域.

图1为一个两质量块模型的示意图. 如图1所示, 间隙存在于轴上, 电机M_1表示驱动部分, J_m表示电机端的惯量, J_l表示负载端的惯量, k_s和c_s表示弹性系数和阻尼系数, c_m和c_l均表示粘滞摩擦, 电机M_2表示干扰转矩, 间隙角记为2α.

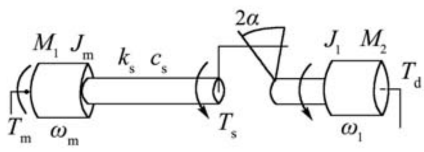

图 1　两质量块模型示意图

Fig. 1　A schematic diagram of the linear two-mass model

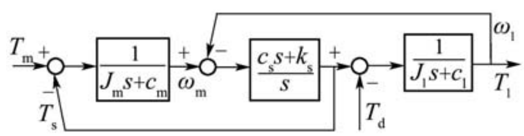

图 2　两质量块模型方框图

Fig. 2　A block diagram for the linear two-mass system

质量块之间通过柔性轴或是弹簧连接起来. 利用力矩平衡原理, 图2可由下面的微分方程描述:

$$\begin{aligned} J_\mathrm{m}\dot{\omega}_\mathrm{m} &= -c_\mathrm{m}\omega_\mathrm{m} + T_\mathrm{m} - T_\mathrm{s}, \\ J_\mathrm{l}\dot{\omega}_\mathrm{l} &= -c_\mathrm{l}\omega_\mathrm{l} + T_\mathrm{s} + T_\mathrm{l}. \end{aligned} \tag{2}$$

其中: T_m为电机转矩, T_s为轴转矩, T_s可由下式表示:

$$T_\mathrm{s} = \begin{cases} k_\mathrm{s}(\Delta\theta - \theta_\mathrm{b}) + c_\mathrm{s}(\omega_\mathrm{m} - \omega_\mathrm{l}), & \text{接触模式}, \\ 0, & \text{间隙模式}. \end{cases} \tag{3}$$

其中: $\Delta\theta = \theta_\mathrm{m} - \theta_\mathrm{l}$和$\theta_\mathrm{b}$分别表示轴位移和间隙位置, 间隙角$\theta_\mathrm{b}$可由下面的非线性微分方程表示[4]:

$$\dot{\theta}_\mathrm{b} = \begin{cases} \max[0, \Delta\dot{\theta} + \dfrac{k_\mathrm{s}}{c_\mathrm{s}}(\Delta\theta - \theta_\mathrm{b})], & \theta_\mathrm{b} = -\alpha, \\ \Delta\dot{\theta} + \dfrac{k_\mathrm{s}}{c_\mathrm{s}}(\Delta\theta - \theta_\mathrm{b}), & |\theta_\mathrm{b}| < \alpha, \\ \min[0, \Delta\dot{\theta} + \dfrac{k_\mathrm{s}}{c_\mathrm{s}}(\Delta\theta - \theta_\mathrm{b})], & \theta_\mathrm{b} = \alpha. \end{cases} \tag{4}$$

当如下3个条件之一成立时, 系统处于间隙模式:

$$|\theta_\mathrm{b}| < \alpha, \tag{5a}$$

$$\theta_\mathrm{b} = \alpha \wedge \Delta\dot{\theta} + \frac{k_\mathrm{s}}{c_\mathrm{s}}(\Delta\theta - \theta_\mathrm{b}) < 0, \tag{5b}$$

$$\theta_\mathrm{b} = -\alpha \wedge \Delta\dot{\theta} + \frac{k_\mathrm{s}}{c_\mathrm{s}}(\Delta\theta - \theta_\mathrm{b}) > 0. \tag{5c}$$

当系统处于正接触状态或负接触状态时, 条件(5b)或(5c)为真. 状态向量为: $x(t) = [\omega_\mathrm{m}, \omega_\mathrm{l}, \theta_\mathrm{m}, \theta_\mathrm{l}, \theta_\mathrm{b}]^\mathrm{T}$, 可以得到一个PWA状态更新方程

$$\dot{x}(t) = \begin{cases} A_\mathrm{co}x(t) + Bu(t), & \text{正接触状态}, \\ A_\mathrm{bl}x(t) + Bu(t), & \text{间隙状态}, \\ A_\mathrm{co}x(t) + Bu(t), & \text{负接触状态}, \end{cases} \tag{6}$$

$$A_\mathrm{co} = \begin{bmatrix} -\dfrac{c_\mathrm{m}+c_\mathrm{s}}{J_\mathrm{m}} & \dfrac{c_\mathrm{s}}{J_\mathrm{m}} & -\dfrac{k_\mathrm{s}}{J_\mathrm{m}} & \dfrac{k_\mathrm{s}}{J_\mathrm{m}} & \dfrac{k_\mathrm{s}}{J_\mathrm{m}} \\ \dfrac{c_\mathrm{s}}{J_\mathrm{l}} & -\dfrac{c_\mathrm{l}+c_\mathrm{s}}{J_\mathrm{l}} & \dfrac{k_\mathrm{s}}{J_\mathrm{l}} & -\dfrac{k_\mathrm{s}}{J_\mathrm{l}} & -\dfrac{k_\mathrm{s}}{J_\mathrm{l}} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_\mathrm{bl} = \begin{bmatrix} -\dfrac{c_\mathrm{m}}{J_\mathrm{m}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\dfrac{c_\mathrm{l}}{J_\mathrm{l}} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & \dfrac{k_\mathrm{s}}{c_\mathrm{s}} & -\dfrac{k_\mathrm{s}}{c_\mathrm{s}} & -\dfrac{k_\mathrm{s}}{c_\mathrm{s}} \end{bmatrix}, \; B = \begin{bmatrix} \dfrac{K}{J_\mathrm{m}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

3　混杂模型预测控制器设计(Design of hybrid model predictive controller)

对于给定的输入序列$u_{t+k|t}$, 将状态向量x在t时刻的第k步预测记作$x_{t+k|t}$. 状态与输入的代价函数如下:

$$\begin{aligned} & J(U_t^{N_\mathrm{c}-1}, x_{t|t}) := \\ & \| x_{t+N|t} - x_\mathrm{r} \|_{P_N}^2 + \sum_{k=0}^{N-1} \| x_{t+k|t} - x_\mathrm{r} \|_Q^2 + \\ & \sum_{k=0}^{N_\mathrm{c}-1} \| u_{t+k|t} - u_\mathrm{r} \|_R^2. \end{aligned} \tag{7}$$

其中: N和$N_\mathrm{c} \leqslant N$分别表示预测时域和控制时域; $\|x\|_\mathrm{M}^2 = x^\mathrm{T}Mx$; 权重矩阵$P_N, Q$和$R$均为半正定的; x_r和u_r表示状态和控制的参考值.

对约束PWA系统采用约束有限时间最优控制(CFTOC)方法:

$$J_N^*(x_{t|t}) := \min_{U_t^{N-1}} J_N(U_t^{N-1}, x_{t|t}), \tag{8a}$$

$$\text{约束条件} \begin{cases} x_{t+k+1|t} = f_\mathrm{DYN}(x_{t+k|t}, u_{t+k|t}), \\ x_{t+N|t} \in T. \end{cases} \tag{8b}$$

$f_{\mathrm{DYN}}(x_{t+k|t}, u_{t+k|t})$表示式(1)的状态更新方程. 将式(8a)(8b)通过动态规划[5,6]和多参数二次规划方法得到离线解的形式, 可以得到离线解.

引理 1[7] 在二次代价函数的情况下, 对于最优控制问题(8a)(8b), PWA系统的CFTOC解是一个PWA状态反馈控制律:

$$u^*(x_{t+k|t}) = F_k^{\{i\}} x_{t|t} + G_k^{\{i\}},\ 如果 x_{t+k|t} \in R_k^{\{i\}}. \tag{9}$$

其中$R_k^{\{i\}}, i = 1, \cdots, N_k$的闭集由下式给出:

$$\bar{R}_k^{\{i\}} = \{x | x^{\mathrm{T}} H_k^i x + q_k^i x \leqslant r_k^i\}.$$

引入ω_{m}和ω_{l}之间的速度差的约束来减少从间隙模式转换到接触模式时机械部分之间的冲击. 对于跟踪控制, 通过增加状态向量修改CFTOC:

$$\tilde{x}_{t+k|t} = \begin{bmatrix} x_{t+k|t} \\ u_{t+k-1|t} \\ \omega_{\mathrm{lR}} \end{bmatrix}.$$

其中: $x_{t+k|t} = [\omega_{\mathrm{m}}, \omega_{\mathrm{l}}, \Delta\theta, \theta_{\mathrm{b}}]$为减少状态向量后的表达式, $u_{t+k-1|t}$为前一个采样间隔的控制输入, ω_{lR}为负载速度ω_{l}的参考值, 通过把$\Delta u_{t+k|t} \triangleq u_{t+k|t} - u_{t+k-1|t}$作为最优化变量而不是作为参考值, MPC的形式变为

$$\min_{\Delta U_t^{N_c-1}, s} q_s s^2 + \sum_{k=0}^{N-1} \| \omega_{\mathrm{l}} - \omega_{\mathrm{lR}} \|_Q^2 + \sum_{k=0}^{N_c-1} \| \Delta u_{t+k|t} \|_R^2.$$

约束条件为

$$\begin{cases} x_{t+k+1|t} = f_{\mathrm{DYN}}(x_{t+k|t}, u_{t+k|t}), \\ |\omega_{\mathrm{l}} - \omega_m| \leqslant \Delta\omega_{\max} + s, \\ s \geqslant 0. \end{cases}$$

其中: $\Delta\omega_{\max}$为负载和电机之间所允许的最大速度差. 状态更新方程f_{DYN}可由方程(6)获得.

4 稳定性分析(Stability analysis)

采用后验分析的方法分析离线形式的混杂模型预测控制器的闭环稳定性. 求出满足混杂模型预测控制器的闭环指数稳定性的PWQ Lyapunov 函数. 将PWQ Lyapunov 函数的搜索转化成半正定规划(SDP).

定义 1 (多面体)[7] 一个凸集$\mathcal{P} \subseteq \mathbb{R}^n$, 作为$q$个闭半空间$\mathcal{P} \triangleq \{x \in \mathbb{R}^n | Hx \leqslant K\}$的交集, 称作一个多面体, $H \in \mathbb{R}^{q\times n}, K \in \mathbb{R}^q$.

将式(9)中的离散时间状态反馈控制律转换成自治离散时间PWA系统的形式

$$x(k+1) = A_{\mathrm{r}} x(k) + g_{\mathrm{r}}, x(k) \in \mathcal{P}_{\mathrm{r}},\ x \in \mathcal{R}. \tag{10}$$

其中当前动力学特性r由下面的多面体定义

$$\mathcal{P}_{\mathrm{r}} \triangleq \{x \in \mathbb{R}^n | H_{\mathrm{r}} x \leqslant K_{\mathrm{r}}\}. \tag{11}$$

将定义式(10)中的PWA系统的状态集合记作$S_{\mathrm{PWA}} = U_{r\in\mathcal{R}} \mathcal{P}_{\mathrm{r}}$.

假设式(10)中的PWA系统不包含重叠区域$\mathcal{P}_i$, 即对于$i \neq j, \mathcal{P}_i \cap \mathcal{P}_j = \varnothing$. 假设PWA的控制律不变, 即

$$x(0) \in S_{\mathrm{PWA}} \Rightarrow x(k) \in S_{\mathrm{PWA}},\ \forall\, k \geqslant 0.$$

第1步 确定从区域i到j的可行转换, 然后计算实现转换的状态集$\mathcal{P}_{ij}$. 根据下式创建转换映射集$\mathcal{T}$:

$$t(i,j) = \begin{cases} 1,\ \exists\, x \in \mathrm{int}(\mathcal{P}_i), \mathrm{s.t.} A_i x + g_i \in \mathcal{P}_j. \\ 0,\ 否则. \end{cases}$$

其中$\mathrm{int}(\cdot)$表示一个集合的内部. 然后利用矩阵t创建转换映射集$\mathcal{T} \triangleq \{i, j \in \mathcal{R} | t(i,j) = 1\}$.

第2步 离线计算所有$i, j \in \mathcal{T}$的转换状态集合$\mathcal{P}_{ij}$

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{ij} = \{x \in \mathbb{R}^n | x \in \mathcal{P}_i, A_i x + g_i \in \mathcal{P}_j\} = \\ \{x \in \mathbb{R}^n | H_{ij} x \leqslant K_{ij}\}. \end{aligned} \tag{12}$$

如果$t(i,j) = 0$, 那么$\mathcal{P}_{ij} = \varnothing$. 在每个多面体单元$\mathcal{P}_{\mathrm{r}}$中, $\mathrm{PWQ}(x)$函数由下式定义:

$$\mathrm{PWQ}_{\mathrm{r}}(x) = x^{\mathrm{T}} Q_{\mathrm{r}} x + x^{\mathrm{T}} L_{\mathrm{r}} + C_{\mathrm{r}}. \tag{13}$$

该函数满足如下条件:

$$\begin{aligned} &\beta x^{\mathrm{T}} x \geqslant \mathrm{PWQ}_{\mathrm{r}}(x) \geqslant \alpha x^{\mathrm{T}} x, \\ &\alpha, \beta > 0,\ \forall\, x \in \mathcal{P}_{\mathrm{r}},\ \forall\, x \in \mathcal{R}, \end{aligned} \tag{14a}$$

$$\begin{aligned} &\mathrm{PWQ}_j(A_i x + g_i) - \mathrm{PWQ}_i(x) \leqslant -\rho x^{\mathrm{T}} x, \\ &\rho > 0,\ \forall\, x \in \mathcal{P}_{ij},\ \forall\, i, j \in \mathcal{T}. \end{aligned} \tag{14b}$$

$$G_{ij} = K_{ij} - H_{ij} x,$$

$$\Delta V_{ij}(x) = \mathrm{PWQ}_j(A_i x + g_i) - \mathrm{PWQ}_i(x).$$

通过S-Procedure[8], 可以将式(14b) 用下式近似

$$\exists N_{ij} \geqslant 0 : \Delta V_{ij}(x) \leqslant -\rho x^{\mathrm{T}} x - G_{ij}^{\mathrm{T}}(x) N_{ij} G_{ij}(x). \tag{15}$$

其中: $\rho > 0$, 且N_{ij}为任意仅包含非负元素的对称矩阵. 根据$\bar{x} = [x\ \ 1]^{\mathrm{T}}, x \in \mathcal{P}_{ij}$, 可以得出下面的不等式:

$$\Delta V_{ij}(x) = \bar{x}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} \Delta Q_{ij} & \Delta L_{ij} \\ \Delta L_{ij}^{\mathrm{T}} & \Delta C_{ij} \end{bmatrix} \bar{x} \leqslant \tag{16a}$$

$$\bar{x}^{\mathrm{T}}(-\begin{bmatrix} -H_{ij}^{\mathrm{T}} \\ K_{ij}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} N_{ij} [-H_{ij}\ \ K_{ij}] - \rho \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix})\bar{x}. \tag{16b}$$

$\Delta Q_{ij}, \Delta L_{ij}$和$\Delta C_{ij}$可从式(10)和PWQ$(x)$的定义中得到.

转换成SDP问题计算PWQ Lyapunov 函数: 首先找到

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{PWQ_r}, N_\mathrm{r}, N_{ij}, \rho, \varepsilon,\\
&\text{s.t.}\,\forall\, r \in \mathcal{R},\ \forall\, i,j \in \mathcal{T},\\
&\quad\begin{bmatrix} -\Delta Q_{ij}-\rho I & -\Delta L_{ij} \\ -\Delta L_{ij}^\mathrm{T} & -\Delta C_{ij}\end{bmatrix} \geqslant\\
&\quad\begin{bmatrix} -H_{ij}^\mathrm{T} \\ K_{ij}^\mathrm{T}\end{bmatrix} N_{ij}[-H_{ij}\ \ K_{ij}], \qquad (17\text{a})\\
&\quad\begin{bmatrix} Q_\mathrm{r}-\varepsilon I & \frac{1}{2}L_\mathrm{r} \\ \frac{1}{2}L_\mathrm{r}^\mathrm{T} & C_\mathrm{r}\end{bmatrix} \geqslant \begin{bmatrix} -H_r^\mathrm{T} \\ K_r^\mathrm{T}\end{bmatrix} N_r[-H_r\ K_r], \qquad (17\text{b})\\
&\quad N_{ij} \geqslant 0,\ N_\mathrm{r} \geqslant 0,\ \rho > 0,\ \varepsilon > 0, \qquad (17\text{c})\\
&\quad N_\mathrm{r} = N_\mathrm{r}^\mathrm{T},\ N_\mathrm{r} \in \mathbb{R}^{d_\mathrm{r}\times d_\mathrm{r}},\ N_{ij} = N_{ij}^\mathrm{T},\\
&\quad N_{ij} \in \mathbb{R}^{d_{ij}\times d_{ij}},\ C_\mathrm{q} = 0,\ L_\mathrm{q} = 0 \in \mathbb{R}^n,\\
&\quad \forall\, q \in \mathcal{R}_0,\ \mathcal{R}_0 \triangleq \{r \in \mathcal{R} | 0 \in \mathcal{P}_\mathrm{r}\}. \qquad (17\text{d})
\end{aligned}
$$

由式(16)可知, 从式(17a)可推导出: $\Delta V_{ij}(x) \leqslant -\rho x^\mathrm{T} x$. 而且, 由式(17c)可以确定, N_r和N_{ij}的所有元素为非负. 其中, d_r和d_{ij}表示的是H_r和H_{ij}的行数, 其中H_r和H_{ij}分别由$\mathcal{P}_\mathrm{r} = \{x \in \mathbb{R}^n | H_\mathrm{r} x \leqslant K_\mathrm{r}\}$和式(12)定义.

定理 1 (通过SDP得到指数稳定性)　如果与式(9)中所示的PWA状态反馈控制律相关的SDP(17)是可行的, 那么该状态反馈控制律是指数稳定的.

证　根据假设PWA状态反馈控制律不包含重叠区域, 可有

$$S_\mathrm{PWA} = \bigcup_{i,j\in\mathcal{T}} \mathcal{P}_{ij} = \bigcup_{i\in\mathcal{R}} \mathcal{P}_i.$$

所以, 根据定义1, 式(14)的条件对于指数稳定性是充分的; 需要证明的是: 式(17)蕴含式(14); 从式(16)可知, 式(17a)蕴含式(14b); 进一步, 式(17b)蕴含的意思是, PWQ Lyapunov函数存在一个二次型下界; 由于式(17d), 存在二次型上界. 因此, 式(17)蕴含式(14)成立.　　证毕.

5　实验结果(Experiment results)

控制的目的是验证混杂模型预测控制器控制负载跟踪参考速度的跟踪精度. 离散采样时间设定为$T_\mathrm{s} = 0.04$, 预测时域$N = 4$, 控制时域$N_\mathrm{c} = 1$. 其中: $Q = 0.1, R = 0.01$. 对电压、间隙角和速度差进行限定: $|u| \leqslant 5\ \mathrm{V}, |\theta_\mathrm{b}| \leqslant \alpha = 5°$, 以及$|\Delta\omega| \leqslant \pi/2\ \mathrm{rad/s}$.

图3和图4分别为斜坡输入($r = 20°/\mathrm{s}$)情况下两种控制器的跟踪误差. 从图3可以看出, 利用PID控制器的跟踪控制的跟踪误差较大, 在系统受到扰动情况下, 跟踪误差也随之变大; 从图4可以看出, 在满足系统的约束条件且确保间隙对系统机械部分的冲击力度的前提下, 混杂模型预测控制器能精确地跟踪参考速度, 能够较好地处理扰动、参数不确定性和间隙非线性.

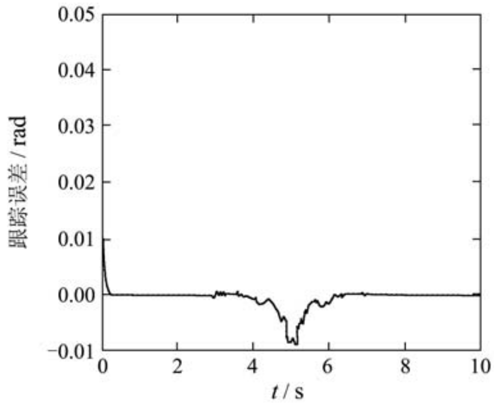

图 3　PID控制器的跟踪误差

Fig. 3　Tracking error by PID controller

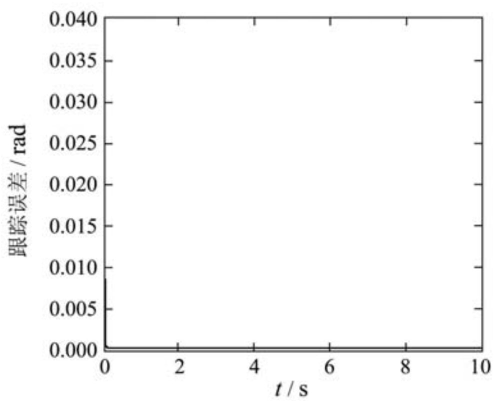

图 4　混杂模型预测控制器的跟踪误差

Fig. 4　Tracking error by hybrid model predictive controller

6　结论(Conclusions)

含间隙机械系统的控制问题通过混杂控制方法加以解决, 整个设计过程包括对含间隙机械系统的建模和控制器设计, 由实验结果可知, 在满足系统输入约束的条件下, 同时存在0.09/rad间隙角的情况下, 负载的速度比较精确的跟踪了参考速度. 在受到扰动和存在参数不确定性的情况下, 混杂模型预测控制器具有更好的控制效果. 通过将PWQ Lyapunov函数的求解转换成SDP问题, 找到确保离线控制器稳定的PWQ Lyapunov函数.

参考文献(References):

[1] RASTKO R S, VIR V P, FRANK L L. Intelligent compensation of actuator nonlinearities[C] //*Proceedings of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control*. Hawai, USA: IEEE Press, 2003: 4327 – 4332.

[2] SAITO M, MYAMAKITA M. MPC for a simplified transmission model with backlash using UKF[C] //*Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Control Applications*. Munich, Germany: IEEE Press, 2006: 527 – 532.

[3] MERZOUKI R, DAVILA J A, FRIDMAN L. Backlash phenomenon observation and identification in electromechanical system[J]. *Control Engineering Practice*, 2007, 15(4): 447 – 457.

[4] NORDIN M, GUTMAN, P O R. A Robust linear design of an uncertain two-mass system with backlash[C] //*Proceedings of the first IFAC workshop in Automotive Control*. Ascona, Schweiz: Pergamon, 1995: 183 – 188.

[5] BORRELLI F, BAOTIC M, BEMPORAD A, et al. Dynamic programming for constrained optimal control of discrete-time linear hybrid systems[J]. *Automatica*, 2005, 41(10): 1709 – 1721.

[6] 尹增山, 高春华, 李平. 混杂系统优化控制的动态规划方法研究[J]. 控制理论与应用, 2002, 19(1): 29 – 33.
(YIN Zengshan, GAO Chunhua, LI Ping. Optimal control for hybrid systems based on dynamical programming[J]. *Control Theory & Applications*, 2002, 19(1): 29 – 33.)

[7] BEMPORAD A, MORARI M. Control of systems integrating logic, dynamic, and constraints[J]. *Automatica*, 1999, 35(3): 407 – 427.

[8] BOYD S, GHAOUI L E, FERON E, et al. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*[M]. Philadelphia: SIAM Studies in Applied Mathematics, 2000: 20 – 189.

作者简介:

董领逊 (1979—), 女, 博士研究生, 研究方向为复杂系统的建模与控制, E-mail: donglingxun@126.com;

窦丽华 (1961—), 女, 教授, 博士生导师, 研究方向为复杂系统的控制、模式识别与智能系统等;

陈 杰 (1965—), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为模式识别与智能系统、复杂系统分析与控制等;

夏元清 (1971—), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为网络化控制、鲁棒控制、复杂系统分析与控制.