

基于单基因变异算子的进化策略 $(\mu + \lambda + \kappa) - ES$

王湘中¹, 吴舒辞¹, 喻寿益²

(1. 中南林业科技大学 计算机与信息工程学院, 湖南 长沙 410014; 2. 中南大学 信息科学与工程学院, 湖南 长沙 410083)

摘要: 首先研究单基因变异进化策略(ES: evolution strategies)的变异步长控制, 对变异步长与改进率的关系作理论分析, 建立了基于单基因变异ES的变异步长控制策略. 运用横向仿真方法比较分析了全基因变异算子和单基因变异算子对变异步长的适应性, 表明单基因变异算子可以在变异步长比较大时、在较大变化范围内获得良好的收敛速度, 可见对变异步长具有很强的适应性. 在全局收敛性分析基础上, 引入均匀变异算子作为附加算子, 增强了全局收敛性, 建立了一种单基因Gauss变异与均匀变异相结合的 $(\mu + \lambda + \kappa) - ES$, 最后给出了仿真计算结果说明算法的有效性.

关键词: 进化策略; 变异步长; 变异算子; 改进率

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Single-gene-mutation-based evolution strategies $(\mu + \lambda + \kappa) - ES$

WANG Xiang-zhong¹, WU Shu-ci¹, YU Shou-yi²

(1. College of Computer and Information Engineering, Central South University of Forestry and Technology, Changsha Hunan 410014, China;

2. College of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha Hunan 410083, China)

Abstract: The mutation step-size control for monogenic-mutation-based evolution strategies(ES) is investigated. After analyzing the relation between the step-size and the progress rate, we propose a step-size control scheme for the monogenic-mutation-based ES. By transversal simulations, the adaptabilities of the holo-genetic mutation operator and the monogenic mutation operator to the mutation step-size are analyzed by comparisons. Through simulation, it is shown that the monogenic mutation with a large mutation step-size may have a promising convergence-rate over a large varying range. This shows that the single-gene mutation is robust against the variation of mutation step-size. By analyzing the global convergence, we introduce a uniform mutation operator as an accessory operator to improve the global convergence performance. Thus, a new evolution strategy $(\mu + \lambda + \kappa) - ES$ is established by combining the monogenic mutation Gauss mutation and the uniform mutation. Finally, simulation results are given to demonstrate the effectiveness of the algorithm.

Key words: evolution strategies; mutation step-size; mutation operator; progress rate

1 引言(Introduction)

经典进化策略ES(evolution strategies)的变异算子在产生后代时, 所有的基因同时变异, 称之为全基因变异算子, Rothenberg^[1]、Schwefel^[2]、Kopler^[3]、彭宏^[4]研究了全基因变异算子的变异步长 σ 与进化效率、收敛速度的关系, 提出了改进率(progress rate)和进化窗(evolution window)概念, 建立了 $(\mu + \lambda) - ES$ 等算法. 在文献[5]中, 作者提出了随机选择其中一个基因产生变异的单基因变异算子, 证明了单基因变异算子的进化概率大于全基因变异算子的进化概率.

本文先分析单基因变异算子的进化效率, 建立单

基因变异算子的 σ 控制策略, 通过横向仿真说明单基因变异算子对 σ 具有良好的适应性. 通过全局搜索能力分析, 引入均匀变异算子, 建立单基因Gauss变异与均匀变异相结合的 $(\mu + \lambda + \kappa) - ES$, 最后将给出仿真计算结果.

2 问题描述(Problem statement)

对于适应值函数为 $f(x)$ 的 n 维最大值优化问题: $J = \max(f(x))$, 目标变量 $x = (x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) \in S^n$, 其中每个分量 $x_i, i = 1, 2, \dots, n$ 为一个基因, ES的变异算子可以表示为

$$x'_i = x_i + \sigma_i \cdot z_i. \quad (1)$$

式中: x_i, x'_i 分别为变异前、后的基因, z_i 为服从某一分布的随机变量, 常用的有Gauss分布^[1,2,5]、Cauchy分布^[3]、均匀分布^[4], σ_i 是标准差, 常称为变异步长. 全基因变异算子的 n 个基因同时变异, 单基因变异算子只随机地选择其中一个基因发生变异^[5], 使用Gauss分布随机变量(称为单基因Gauss变异算子)、种群中所有个体的基因使用相同的 σ .

改进率和适应值函数进化幅度^[2]是衡量进化效率的两种常用指标, 前者常用于理论分析, 后者常用于仿真计算分析.

3 单基因变异算子的改进率分析(Analyses on progress rate of single-gene mutation operator)

对于单基因变异算子, 由于一次只随机地选择其中一个基因发生变异, 不妨设选中 x_1 产生变异: $x'_1 = x_1 + \sigma \cdot z_1$, x_1 距最优基因 x_1^* 的距离为 δ , 即 $|x_1 - x_1^*| = \delta$, 如图1所示. 如果 $0 < z_1 < 2\delta$ 则变异成功(为了简单起见, 设适应值函数在 x_1^* 两边对称). 由于其他基因不变, 以单个基因与极值点基因距离减小的数学期望作为改进率 φ , z 服从Gauss分布, $z \sim N(0, \sigma)$, 则可得

$$\varphi = \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} (1 + \exp(-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}) + \exp(-\frac{2\delta^2}{\sigma^2})) + 2\delta \int_{\delta}^{2\delta} f_Z(z) dz. \quad (2)$$

上式中: $f_Z(z)$ 为随机变量 z 的概率密度函数, 对不同的 δ 值, 作 φ - δ 曲线, 如图2所示. 不同的 δ , 存在相应的 $\sigma = \sigma_{opt}$, 使 φ 最大. 通过数值计算可得到 σ_{opt} - δ 关系曲线近似为一条经过原点的直线, 经回归分析, $\sigma_{opt} \approx 1.25\delta$, 此时最优成功概率为

$$p_{emax} = P(0 < z < 2\delta) \approx 0.445.$$

通常, 采用变异步长递减方式, 使单基因变异算子的成功变异概率保持在0.445左右.

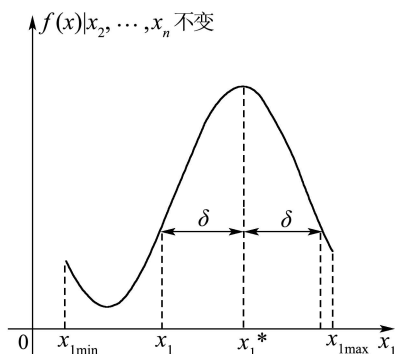


图1 当 $z_1 \in (0, 2\delta)$, 变异成功

Fig. 1 Mutation succeeds when $z_1 \in (0, 2\delta)$

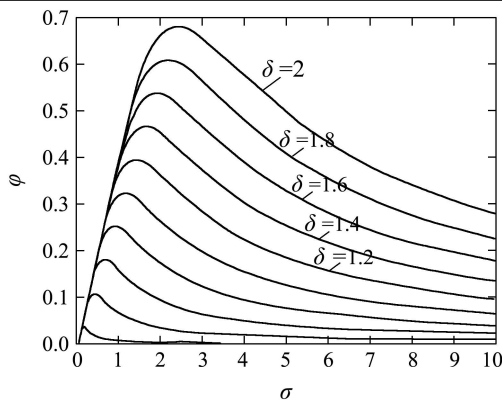


图2 不同 δ 时的 φ - σ 曲线

Fig. 2 Curves of φ - σ in different δ

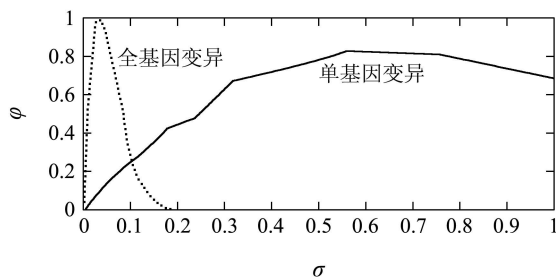
4 横向仿真分析比较(Transversal simulative analysis & comparison)

在进化算法的仿真研究中, 为了检验一种进化算子的有效性, 常以一组典型测试函数为优化对象, 考察进化代数、收敛性能、计算精度等指标, 这是一种从进化的全过程考察算法效果的方法, 可以把这种方法称为纵向仿真方法. 由于进化算法参数比较多、随机性强, 仅从纵向考察某个算子的作用, 往往由于众多随机因素和参数的影响, 使结果不够准确.

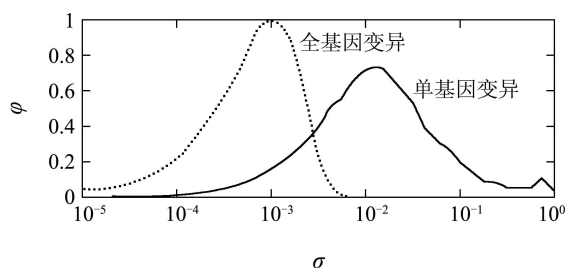
作者提出了一种横向仿真分析法^[6], 直接考察进化算子的某一参数对进化效果的影响, 以得到较为直观的结果. 所谓横向仿真, 是在进化进程的不同阶段(代, 或称进化进程的横断面), 嵌入仿真子进程, 以测试不同参数的作用效果, 它对进化进程的多个横断面进行考察、仿真、分析, 故称为横向仿真.

以下用横向仿真分析法计算适应值累计进化幅度 Φ 与 σ 的关系, 以直接考察 σ 对进化效果的影响.

图3(a)(b)分别为一个单峰函数和一个多峰函数使用全基因变异与单基因变异算子时在其中某一代的 Φ - σ 关系曲线. 由图3可见, 全基因变异算子可以得到大的 Φ , 但要求 σ 比较小, 而且在很小的变化范围内; 而单基因变异算子在 σ 比较大和在较大变化范围内, 都可以获得较大的 Φ , 说明单基因变异算子对 σ 具有好的适应性.



(a) 单峰函数



(b) 多峰函数

图3 全基因变异和单基因变异的 Φ - σ 比较Fig. 3 Φ - σ of single-gene mutation and all-gene mutation

5 单基因变异进化策略 $(\mu + \lambda + \kappa) - ES$ (Monogenic-mutation-based $(\mu + \lambda + \kappa) - ES$)

单基因变异ES使用递减型步长控制策略, 有两种因素会影响其全局收敛性: 其一, 由于单基因变异只随机地选择其中一个基因变异, 变异方向只能沿单一基因方向, 会影响其全局搜索能力; 其二, 递减型步长控制策略影响全局收敛性, 可仿照文献[7]加以证明。

为了解决因上述两个因素导致的全局收敛性问题, 在单基因Gauss变异基础上, 再引入均匀变异算子作为附加算子, 构造了 $(\mu + \lambda + \kappa) - ES$, 算法中, 使用递减型变异步长单基因Gauss变异算子产生 λ 个后代, 以获得良好的局部收敛性能, 使用均匀变异算子产生 κ 个后代, 增强其全局搜索能力。

为了比较全面地验证说明 $(\mu + \lambda + \kappa) - ES$ 的性能, 以一组典型100维测试函数^[5]为例, 每个函数重复计算50次, 收敛次数统计如表1所示。

表1 收敛次数统计

Table 1 Statistics of convergence

函数	$(2+8) - ES$		$(2+8+2) - ES$	
	全基因	单基因	全基因	单基因
1	0	50	0	50
2	50	50	50	50
3	0	48	0	50
4	0	0	0	50
5	0	0	0	50
6	0	38	0	50

由表1可见, 单基因变异算子ES, 其收敛性能明显高于全基因变异ES; 引入了均匀变异算子的 $(\mu +$

$\lambda + \kappa) - ES$ 即使在种群规模很小时, 也能全部收敛; 经统计, 使用单基因变异ES的计算时间显著小于全基因变异ES。

6 结论(Conclusions)

通过对单基因变异算子改进率的分析, 建立了基于Gauss正态分布单基因变异ES的步长控制策略, 横向仿真表明单基因变异算子对具有良好的适应性。

引入均匀变异算子作为附加算子构建的 $(\mu + \lambda + \kappa) - ES$, 具有很强全局搜索能力, 获得很好的全局收敛性, 而且计算时间短, 收敛速度快。

参考文献(References):

- [1] RECHENBERG I. *Evolutionstrategie: optimierung technischer systeme nach prinzipien der biologischen evolution*[D]. Stuttgart, Germany: Frogmann Holzboog, 1973.
- [2] SCHWEFEL H P. *Evolutionstrategie und numerische optimierung*[D]. Berlin, Germany: Technische University, 1975.
- [3] KAPPLER C. Are evolutionary algorithms improved by large mutation?[M]//VOIGT H M, EBELING W, ROCHENBERG I, et al. *Parallel Problem Solving from Nature(PPSN)IV: Lecture Notes in Computer Science*. Berlin: Springer-Verlag, 1996: Vol.1141: 346 - 355.
- [4] 彭宏, 杨立洪, 郑威义, 等. 计算工程优化问题的进化策略[J]. 华南理工大学学报, 1997, 25(12): 17 - 21.
(PENG Hong, YANG Lihong, ZHENG Xianyi, et al. Evolution strategies in computer engineering optimization[J]. *Journal of Huanan University of Science and Technology*, 1997, 25(12): 17 - 21.)
- [5] 王湘中, 喻寿益. 适用于高维优化问题的改进进化策略[J]. 控制理论与应用, 2006, 23(1): 148 - 151.
(WANG Xiangzhong, YU Shouyi. Improved evolution strategies for high-dimensional optimization[J]. *Control Theory & Applications*, 2006, 23(1): 148 - 151.)
- [6] 王湘中. 进化策略的变异算子与仿真平台研究[D]. 长沙: 中南大学, 2005, 12.
(WANG Xiangzhong. *Study on mutation operators and simulation platform of evolution strategies*[D]. Changsha: Central South University, 2005.)
- [7] RUDOLPH G. Global convergence and self-adaptation: a counterexample[C] // *Proceedings of the 1999 Congress of Evolutionary Computation*. Piscataway, NJ: IEEE, 1999, 1: 646 - 651.

作者简介:

王湘中 (1966—), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为进化计算、人工智能, E-mail: wangxzok@163.com;

吴舒辞 (1957—), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为木材、竹材加工检测技术与自动控制, E-mail: wu-shuci@163.com;

喻寿益 (1940—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为自适应控制、进化计算的理论与应用、人工智能, E-mail: s.yushouyi@sina.com.