文章编号:1000-8152(2009)12-1405-05

伺服系统摩擦的支持向量回归建模与反步控制

周金柱,段宝岩,黄 进,刁玖胜

(西安电子科技大学电子装备结构教育部重点实验室,陕西西安710071)

摘要:研究了一种伺服系统摩擦建模和控制的新方法.首先,根据实验数据,提出了基于支持向量机回归的自适应库仑摩擦和固定库仑摩擦建模方法,以解决在速度为零时摩擦力矩不连续导致的建模不准确问题.然后应用所建立的摩擦模型,使用反步法设计了控制器从而实现了摩擦的自适应补偿.通过使用Lyapunov理论证明了闭环系统的稳定性.仿真结果验证了该方法的有效性.

关键词: 支持向量回归; 反步法; 摩擦; 伺服系统 中图分类号: TP273 文献标识码: A

Support vector regression modeling and backstepping control of friction in servo system

ZHOU Jin-zhu, DUAN Bao-yan, HUANG Jin, DIAO Jiu-sheng

(Key Laboratory of Electronic Equipment Structure of Ministry of Education, Xidian University, Xi'an Shaanxi 710071, China)

Abstract: A new approach to modeling and control for friction in servo system is studied. By using the support vector regression, we build the model of adaptive Coulomb friction and the model of the fixed Coulomb friction from the experimental data. This solves the inaccurate modeling problem caused by the discontinuity of friction torque at zero velocity. The developed friction models are employed in the design of the backstepping control law for adaptively compensating the friction in servo system. The stability of the closed-loop system is proved by using the Lyapunov theory. The simulation results show the effectiveness of the proposed approach.

Key words: support vector regression; backstepping; friction; servo system

1 引言(Introduction)

机电伺服系统中的摩擦是影响其性能的一个主要因素,因此,需要建立比较准确的摩擦模型和设计 合适的控制器以补偿摩擦的影响.

在现有的摩擦模型中^[1~5], LuGre模型获得了广 泛应用^[2,5]. 然而LuGre模型需要复杂的参数辨识过 程以及不满足参数在线自适应线性化的假设, 使得 在实际中的补偿困难^[6~8]. 为了避免这些问题, 文 献[9,10]提出了基于神经网络的无模型参数化建模 方法, 并且试验表明: 该方法可以较准确地逼近实际 摩擦力矩^[8]. 然而神经网络的结构确定难、数据样本 多以及泛化能力差^[6,7,11]限制了其应用. 近年来, 支 持向量回归网络建立摩擦模型的方法^[6,7]被提出, 两 个改进的支持向量回归分别建立了正速度和负速度 区域的模型, 然后两部分加起来就得到了静态摩擦 模型. 随后, 文献[11]又提出了支持向量网络, 并利 用该网络的自适应能力, 实现了摩擦残余不确定性

的在线补偿.

本文给出了一种伺服系统摩擦建模和控制的新 方法,与前人的工作不同^[6,7,11],通过利用标准支持 向量回归的函数逼近功能,本为给出了使用一个支 持向量回归如何准确地建立摩擦模型的方法.进而, 根据建立的摩擦模型特点,又结合反步法^[12]设计了 自适应控制器,实现了模型参数和摩擦不确定性的 自适应估计,提高了摩擦补偿的效果.仿真研究结果 表明了该方法的有效性.

2 系统模型(System model)

机电伺服系统通常是电机通过传动比为*i*的减速 器驱动负载转动,系统的方程如下:

$$J\frac{\mathrm{d}^2\theta_{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}t^2} + D\frac{\mathrm{d}\theta_{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}t} + T = K_{\mathrm{t}}u.$$
 (1)

式中: J是折算到电机轴上的等效转动惯量, D是等效阻尼系数, $\theta_{\rm m}$ 和 $\omega_{\rm m}$ 分别是电机输出轴的位置和转

收稿日期: 2008-06-25; 收修改稿日期: 2009-04-03.

基金项目:国家"973"基础研究资助项目(613580205);国家自然科学基金资助项目(50775170).

速, K_t是电机扭矩常数, u是控制量, T是负载摩擦扭矩. 根据文献[9], 摩擦力矩T可以表示为

$$T = T_{\rm N} + T_{\rm d}.$$
 (2)

式中: $T_{\rm d} = \beta |\omega_l| + \zeta_1 是摩擦的动态扰动部分, T_{\rm N} 是 负载速度 \omega_l 的静态摩擦力矩函数^[2,9], 在本文中, 通过支持向量回归建立. 因此, 摩擦模型最终为$

$$T = T_{\rm N} + \beta |\omega_{\rm l}| + \Delta T.$$
(3)

式中: ΔT表示摩擦力矩的不确定性, 它主要由动态 摩擦的扰动误差ζ₁和静态摩擦的建模误差等组成. 整理式(1)和式(3), 得到系统的状态空间模型:

$$\begin{cases} \frac{\mathrm{d}\theta_{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}t} = \omega_{\mathrm{m}}, \\ \frac{\mathrm{d}\omega_{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}t} = a_{0}u - a_{1}\omega_{\mathrm{m}} - a_{2}T_{N} - a_{2}\beta |\frac{\omega_{\mathrm{m}}}{i}| - a_{2}\Delta T. \end{cases}$$
(4)

式中: 模型参数 $a_0 = \frac{K_t}{J}, a_1 = \frac{D}{J}, a_2 = \frac{1}{J}.$

3 支持向量回归摩擦建模(Friction modeling using support vector regression)

为了利用支持向量回归建立 T_N ,速度与摩擦力 矩之间的数据样本应当首先通过试验得到.根据伺 服系统负载的工作条件,确定正向和反向转动速度 的范围分别是 $[0, \omega_{max}]$ 和 $[\omega_{min}, 0]$.然后在常温以及 负载转速满足的条件下,通过试验,可以在正速度范 围 $0 \leq \omega_i \leq \omega_{max}$ 和负速度范围 $\omega_{min} \leq \bar{\omega}_j \leq 0$ 中分 别获得与其所对应的摩擦力矩数据样本:

$$\{(\omega_1, T_1), \cdots, (\omega_i, T_i), \cdots, (\omega_P, T_P)\}, \\ \{(\bar{\omega}_1, \bar{T}_1), \cdots, (\bar{\omega}_j, \bar{T}_j), \cdots, (\bar{\omega}_N, \bar{T}_N)\}.$$
(5)

由于在零速度处摩擦力矩是不连续的^[9,10],为 了保证建模的准确性,首先依据正速度区域或负 速度区域中摩擦力矩最小是库仑摩擦力矩的先验 知识^[1],分别确定出库仑摩擦力矩和对应的角速 度(ω_{c1}, c_1)和($-\omega_{c2}, c_2$). 然后对式(5)进行如下预处 理:

$$T'_{i} = T_{i} - c_{1}, \ 0 \leqslant \omega_{i} \leqslant \omega_{\max},$$

$$\bar{T}'_{i} = \bar{T}_{j} - c_{2}, \ \omega_{\min} \leqslant \bar{\omega}_{j} \leqslant 0.$$
(6)

处理后可以得到速度与摩擦力矩数据样本集 合 $G = \{(\omega_{ml}, T_{ml}) | (\omega_i, T'_i) \cup (\bar{\omega}_j, \bar{T}'_j) \}_{l=1}^{N+P}$.根据集 合G,分别按下面的方案进行摩擦建模.

方案1 固定库仑摩擦支持向量模型(FCM).

根据样本集合G,使用一个支持向量回归建立模型,其静态摩擦力矩可以表示为

$$T_{N} = \frac{1}{2}c_{1}(1 + \text{sgn}(\omega_{m})) + \frac{1}{2}c_{2}(1 - \text{sgn}(\omega_{m})) + f_{\text{svrm}}(\omega_{m}).$$
(7)

式中: $f_{\text{svrm}}(\omega_{\text{m}})$ 表示利用G建立的支持向量回归模型, c_1 和 c_2 分别为在正速度和负速度区域的库仑摩擦力矩大小,它们的取值由先验知识^[1]确定.

方案2 自适应库仑摩擦支持向量模型(ACM).

与方案1不同,方案2中的ĉ₁和ĉ₂ 需要在线估计, 它可以避免方案1得到的c₁和c₂可能是一种特例的 情况.方案2建立的静态摩擦模型为

$$T_{N} = \frac{1}{2}\hat{c}_{1}(1 + \text{sgn}(\omega_{m})) + \frac{1}{2}\hat{c}_{2}(1 - \text{sgn}(\omega_{m})) + f_{\text{svrm}}(\omega_{m}).$$
(8)

无论方案1还是方案2,都需要利用标称实验条件 下的数据样本集合G来建立模型*f*_{svrm}(ω_m).本文使 用了一个支持向量回归^[13,14]来建立其模型:

$$f_{\rm svrm}(\omega_{\rm m}) = \sum_{i=1}^{nsv} (\alpha_i - \alpha_i^*) K(\omega_{\rm m}, \omega_{\rm m}i) + b. \quad (9)$$

式中: $K(\omega_{\rm m}, \omega_{\rm mi}) = \phi(\omega_{\rm m}) \cdot \phi(\omega_{\rm mi})$ 表示核函数, 它是非线性映射函数 $\phi(\omega_{\rm m})$ 在高维特征空间中的 内积,在这个空间中,回归模型表示为 $f_{\rm svrm}(\omega_{\rm m}) = \omega \cdot \phi(\omega_{\rm m}) + b.$ nsv表示支持向量个数. 根据支持向 量回归^[13,14], $\alpha_i - \alpha_i^*$, b和nsv通过优化问题求解:

$$\begin{cases} \min R(\omega,\xi,\zeta^*) = \frac{1}{2} \|\omega\|^2 + C \sum_{i=1}^{N+P} (\xi_i + \xi_i^*), \\ T_{\mathrm{m}l} - (\omega \cdot \phi(\omega_{\mathrm{m}l}) + b) \leqslant \xi_l + \varepsilon, \\ \omega \cdot \phi(\omega_{\mathrm{m}l}) + b - T_{\mathrm{m}l} \leqslant \xi_l^* + \varepsilon, \\ \xi_l, \xi_l^* \ge 0, \ l = 1, 2, \cdots, (N+P). \end{cases}$$
(10)

式中: $\xi \pi \xi^*$ 为松弛变量的上、下限, ε 为误差容限, *C*为惩罚系数, *C* > 0. 求解可以得到式(9).

4 控制器设计(Design of controller)

与现有的补偿方法^[15~18]不同,本文根据建立的 摩擦模型,结合反步法^[12]设计了伺服控制器以补偿 摩擦的影响.

步骤1 把 $\omega_{\rm m}$ 当作虚拟控制,定义跟踪误差 e_1 :

$$e_1 = \theta_{\rm ref} - \theta_{\rm m},\tag{11}$$

其中θ_{ref}表示跟踪参考信号,其误差动力学为

$$\frac{\mathrm{d}e_1}{\mathrm{d}t} = \dot{\theta}_{\mathrm{ref}} - \dot{\theta}_{\mathrm{m}} = \dot{\theta}_{\mathrm{ref}} - \omega_{\mathrm{m}}.$$
 (12)

利用积分反步方法[12],设计参考速度控制信号:

$$\omega_{\rm ref} = k_1 e_1 + k\chi + \theta_{\rm ref}.$$
 (13)

式中: $\chi = \int_0^t e_1(\tau) d\tau E d\tau$ 置跟踪误差的积分作用. 参数 $k \eta k_1 E T$ 正数,其取值由设计者确定.

步骤 2 由于角速度 ω_{ref} 不是实际控制量,引入际角速度 ω_{m} 和参考速度 ω_{ref} 之间的误差动力学:

$$e_2 = \omega_{\rm ref} - \omega_{\rm m} = k_1 e_1 + k \chi + \theta_{\rm ref} - \omega_{\rm m}.$$
 (14)

剢

根据式(12)和(14), e1的微分可以重新表示为

$$\frac{\mathrm{d}e_1}{\mathrm{d}t} = e_2 - k_1 e_1 - k\chi.$$
(15)

根据式(14)和式(4), e2的误差动力学方程为

$$\frac{de_2}{dt} = k_1(e_2 - k_1e_1 - k\chi) + ke_1 + \ddot{\theta}_{ref} + a_1\omega_m + a_2T_N + a_2\Delta T + a_2\beta |\frac{\omega_m}{i}| - a_0u.$$
(16)

使用Lyapunov函数 $V_2 = \frac{1}{2}e_1^2 + \frac{1}{2}e_2^2 + \frac{1}{2}k\chi^2$,得

$$u = \frac{1}{a_0} (\varphi + a_1 \omega_{\rm m} + a_2 T_N + a_2 \Delta T + a_2 \beta |\frac{\omega_{\rm m}}{i}|).$$
(17)

式中: $\varphi = (1+k-k_1^2)e_1 + (k_1+k_2)e_2 - kk_1\chi + \ddot{\theta}_{ref}.$ 式(17)中参数 β 和 ΔT 未知,使用其估计值 $\hat{\beta}$ 和 $\Delta \hat{T}.$ 根据摩擦建模方案,控制率分为以下两种情况:

1) 当采用方案1时, *T*_N是一个已知的摩擦力矩, 因此, 系统的控制律为

$$u = \frac{1}{a_0} (\varphi + a_1 \omega_{\rm m} + a_2 T_{\rm N} + a_2 \Delta \hat{T} + a_2 \hat{\beta} |\frac{\omega_{\rm m}}{i}|).$$
(18)

根据式(18)和式(16),
$$\dot{e}_2$$
重新表示为
$$\frac{\mathrm{d}e_2}{\mathrm{d}t} = -e_1 - k_2 e_2 + a_2 \Delta \tilde{T} + a_2 \tilde{\beta} \left| \frac{\omega_{\mathrm{m}}}{i} \right|.$$
(19)

2) 当采用方案2时,静摩擦力矩为(8),其中,参数 c₁和c₂使用其估计值ĉ₁和ĉ₂.因此控制律是

$$u = \frac{1}{a_0} \left[\frac{\hat{c}_1}{2} (1 + \text{sgn}(\frac{\omega_{\rm m}}{i})) + \frac{\hat{c}_2}{2} (1 - \text{sgn}(\frac{\omega_{\rm m}}{i})) \right] + \frac{1}{a_0} [\varphi + a_1 \omega_{\rm m} + a_2 \Delta \hat{T} + a_2 \hat{\beta} |\frac{\omega_{\rm m}}{i}|] + \frac{a_2}{a_0} (f_{\text{svrm}}(\omega_{\rm m}).$$
(20)

根据式(20)和式(16),可以把é2重新表示为

$$\frac{\mathrm{d}e_2}{\mathrm{d}t} = -k_2 e_2 + \frac{1}{2} \tilde{c}_1 a_2 (1 + \mathrm{sgn}(\frac{\omega_{\mathrm{m}}}{i})) + \frac{1}{2} \tilde{c}_2 a_2 (1 - \mathrm{sgn}(\frac{\omega_{\mathrm{m}}}{i})) - e_1 + a_2 \tilde{\beta} |\frac{\omega_{\mathrm{m}}}{i}| + a_2 \Delta \tilde{T}.$$
(21)

步骤3 证明闭环系统的稳定性.

定理1 对于方案1(FCM), 假如选择控制律为 式(18), 自适应律为

$$\frac{\mathrm{d}\Delta\hat{T}}{\mathrm{d}t} = r_0 e_2 a_2, \ \frac{\mathrm{d}\hat{\beta}}{\mathrm{d}t} = r_1 e_2 a_2 \left|\frac{\omega_{\mathrm{m}}}{i}\right|.$$
(22)

其中:设计参数 $r_0 > 0, r_1 > 0, k > 0, k_1 > 0, k_2 > 0$,那么闭环系统渐进稳定.

证 当采用方案1时,选择下面的Lyapunov函数: $V = \frac{1}{2}e_1^2 + \frac{1}{2}e_2^2 + \frac{1}{2}k\chi^2 + \frac{1}{2r_0}\Delta \tilde{T}^2 + \frac{1}{2r_1}\tilde{\beta}^2$. (23) 使用式(15)和式(19),计算V: $\dot{V} = e_0(-e_1 - k_0e_2 + a_0\Delta \tilde{T} + a_0\tilde{\beta}|\frac{\omega_m}{\omega_m})) + \frac{1}{2}e_0(-e_1 - k_0e_2 + a_0\Delta \tilde{T} + a_0\tilde{\beta}|\frac{\omega_m}{\omega_m}))$

$$V = e_2(-e_1 - k_2e_2 + a_2\Delta T + a_2\beta |\frac{1}{i}|) + e_1(e_2 - k_1e_1 - k\chi) + ke_1\chi + \frac{\Delta \tilde{T}}{r_0}\frac{\mathrm{d}\Delta \tilde{T}}{\mathrm{d}t} + \frac{\tilde{\beta}}{r_1}\frac{\mathrm{d}\tilde{\beta}}{\mathrm{d}t}.$$
(24)

式中: $\Delta \tilde{T} = \Delta T - \Delta \hat{T}, \ \tilde{\beta} = \beta - \hat{\beta}.$ 把式(22)代入 式(24)中得到 $\dot{V} = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2.$ 由于 $k_1 > 0, \ k_2 > 0,$ 所以 $\dot{V} \leq 0,$ 闭环系统渐进稳定.

定理 2 对于方案2(ACM), 假如选择控制律为 式(20), 自适应律为

$$\begin{cases} \frac{d\Delta\hat{T}}{dt} = r_0 e_2 a_2, \frac{d\hat{\beta}}{dt} = r_1 e_2 a_2 |\frac{\omega_m}{i}|, \\ \frac{d\hat{c}_1}{dt} = 0.5 r_2 e_2 a_2 (1 + \operatorname{sgn}(\frac{\omega_m}{i})), \\ \frac{d\hat{c}_2}{dt} = 0.5 r_3 e_2 a_2 (1 - \operatorname{sgn}(\frac{\omega_m}{i})). \end{cases}$$
(25)

其中:设计参数 $r_0 > 0, r_1 > 0, r_2 > 0, r_3 > 0, k > 0, k_1 > 0, k_2 > 0$.那么闭环系统渐进稳定.

证 当采用方案2时,选择Lyapunov函数:

$$V = \frac{1}{2}e_1^2 + \frac{1}{2}e_2^2 + \frac{1}{2}k\chi^2 + \frac{1}{2r_0}\Delta\tilde{T}^2 + \frac{1}{2r_1}\tilde{\beta}^2 + \frac{1}{2r_2}\tilde{c}_1^2 + \frac{1}{2r_3}\tilde{c}_2^2.$$
 (26)

使用式(15)和式(21),计算V可以得到

$$\dot{V} = -\Delta \tilde{T} \left(\frac{1}{r_0} \frac{\mathrm{d}\Delta T}{\mathrm{d}t} - e_2 a_2\right) - k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - \tilde{c}_1 \left[\frac{1}{r_2} \frac{\mathrm{d}\hat{c}_1}{\mathrm{d}t} - \frac{1}{2} e_2 a_2 (1 + \mathrm{sgn}(\frac{\omega_{\mathrm{m}}}{i}))\right] - \tilde{c}_2 \left[\frac{1}{r_3} \frac{\mathrm{d}\hat{c}_2}{\mathrm{d}t} - \frac{1}{2} e_2 a_2 (1 - \mathrm{sgn}(\frac{\omega_{\mathrm{m}}}{i}))\right] - \tilde{\beta} \left(\frac{1}{r_1} \frac{\mathrm{d}\hat{\beta}}{\mathrm{d}t} - e_2 a_2 \left|\frac{\omega_{\mathrm{m}}}{i}\right|\right).$$
(27)

式中: $\Delta \tilde{T} = \Delta T - \Delta \hat{T}, \tilde{\beta} = \beta - \hat{\beta}, \tilde{c}_1 = c_1 - \hat{c}_1, \tilde{c}_2 = c_2 - \hat{c}_2.$ 根据式(25), 最终得到 $\dot{V} = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2.$ 由 于 $k_1 > 0, k_2 > 0,$ 所以 $\dot{V} \leq 0,$ 闭环系统渐进稳定.

5 仿真结果(Simulation results)

仿真中,模型参数 $I = 0.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

$$J = 0.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, \ D = 0.3 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot (\text{rad/s}),$$

 $K_{\text{t}} = 1, \ i = 1.$

反步法控制器参数选择 $k_1 = 22, k_2 = 36, k = 20, r_0 = 1.5, r_1 = 2, r_2 = 19.25, r_3 = 13.25.$ PID前馈

控制器参数选择P = 25, I = 10, D = 13. 使用 LuGre摩擦模型仿真获得数据样本, 仿真参数 为 $F_{\rm C} = 26$ N·m, $F_{\rm s} = 36$ N·m, $\omega_{\rm s} = 0.517$ rad/s, $\sigma_0 = 10^5$ N·m, $\sigma_1 = 0.5$ N·m, $\sigma_2 = 2$ N·m. 然后, 在正速度和负速度区域各取30组数据, 并施 加随机扰动以模拟测量误差, 获得图1中的原始数 据. 依据先验知识, 获得 $c_1 = 26.318$ N·m, $c_2 = -26.48$ N·m. 原始数据经过预处理后得到图1的数 据样本集合G.

根据样本集合G,使用支持向量回归建模,并设置参数C = 50, $\varepsilon = 0.2$, $\sigma = 0.1$. 图2给出了3种方法获得的速度摩擦曲线.可以发现: FCM和ACM都能够比较准确地反映零速度的摩擦力矩,而BP网络得到的结果不好,原因是在零速度时,摩擦不连续性导致了建模的不准确.





图3给出了PID前馈FCM摩擦补偿和反步控制方 法在跟踪阶跃参考信号时的系统输出响应.通过对 比发现:反步控制法比PID前馈FCM补偿的跟踪精 度高,并且反步ACM方法比反步FCM方法更有效.

图4给出了4种伺服摩擦补偿控制方法PID前 馈FCM,PID前馈BP、反步FCM和反步ACM在跟踪 参考信号2 sin(1.5t)时的误差.可以看到:反步ACM 具有更好的跟踪精度和干扰抑制能力,FCM次之,随 后是PID前馈FCM,最后是PID前馈BP.由于PID前馈 摩擦补偿方法没有自适应能力,使得跟踪性能比反 步方法差.PID前馈FCM比PID前馈BP跟踪精度高, 原因是FCM比BP网络建立的摩擦模型准确.



在跟踪信号2 sin(1.5t)时,图5给出了摩擦力矩随时间的变化情况. 在t = 25 s时摩擦增加了50%. 由于ACM采用自适应库仑摩擦力矩,它能适应摩擦的变化;而FCM由于采用了固定库仑摩擦力矩,使得它不能适应实际力矩的变化.



Fig. 5 Changing of friction torque

6 结论(Conclusion)

 研究了基于支持向量回归的摩擦建模方法, 能够使用较少的数据建立模型,避免了传统方法中 的参数辨识以及提高了零速度时的建模准确性.

2)根据建立的支持向量回归摩擦模型特点所设计的反步自适应控制器能够有效地减弱摩擦的影响,提高了系统的响应速度和稳态跟踪精度.

3) 反步ACM比反步FCM具有更高的稳态跟踪 精度和抑制扰动能力.

参考文献(References):

- ARMSTRONG-HELOUVRY B, DUPONT P, CANUDAS DE WIT C. A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction[J]. *Automatica*, 1994, 30(7): 1083 – 1138.
- [2] CANUDAS DE WIT C, OLSSON H, ASTROM J, et al. A new model for control of systems with friction[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1995, 40(3): 419 – 425.
- [3] SWEVERS J, FARID A B, GANSEMAN C G, et al. An integrated friction model structure with improved presliding behavior for accurate friction compensation[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(4): 675 – 686.
- [4] FARID A B, VINCENT L, JAN S. The generaized maxwell-slip model: a novel model for friction simulation and compensation[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(11): 1883–1887.
- [5] ASHWANI K P, JINHYOUNG O, DENNIS S B. On the lugre model and friction induced hysteresis[C] //Proceedings of the 2006 American Control Conference. Minneapolis, Minnesota: MIT Press, 2006, 8: 3247 – 3252.
- [6] BI D X, LI Y F, TSO S K, et al. Friction modeling and compensation for haptic display based on support vector machine[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2004, 51(2): 491 – 500.

- [7] WANG G L, LI Y F, BI D X. Support vector networks for friction modeling[J]. *IEEE Transactions on Mechtratronics*, 2004, 9(3): 601 – 606.
- [8] DU H, NAIR S S. Low velocity friction compensation[J]. IEEE Control Systems Magazine, 1998, 18(2): 61 – 69.
- [9] HUANG S N, TAN K K, LEE T H. Adaptive friction compensation using neural network approximations[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-part C: Application and Review*, 2000, 30(4): 551 – 557.
- [10] SELMIC R R, LEWIS F L. Neural-network approximation of piecewise continuous function: application to friction compensation[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2002, 13(3): 745 – 751.
- [11] WANG G L, LI Y F, BI D X. Support vector networks in adaptive friction compensation[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2007, 18(4): 1209 – 1219.
- [12] YU J T, CHANG J. A new backstepping control algorithm for motion control systems-an implicit and symbolic computation approach[J]. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2003, 17(1): 19 – 32.
- [13] ALEX J S, BERNHARD S. A tutorial on support vector regression[J]. Statistics and Computing, 2004, 14(2): 199 – 222.
- [14] 刘涵,刘丁. 基于支持向量机的参数自整定PID非线性系统控制[J]. 控制理论与应用, 2008, 25 (3): 468 474.
 (LIU Han, LIU Ding. Self-tuning PID controller for a nonlinear system based on support vector machines[J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(3): 468 474.)
- [15] RAY L R, RAMASUBRAMANIAN A, TOWNSEND J. Adaptive friction compensation using extended Kalman-Bucy filter friction estimation[J]. *Control Engineering Practice*, 2001, 9(2): 169 – 179.
- [16] SHANG W W, CONG S, ZHANG Y X. Nonlinear friction compensation of a 2-DOF planar parallel manipulator[J]. *Mechatronics*, 2008, 18(7): 340 – 346.
- [17] LIU G. Decomposition-based friction compensation of mechanical systems[J]. *Mechatronics*, 2002, 12(5): 755 – 769.
- [18] RAY L R, RAMASUBRAMANIA A, TOWNSEND J. Adaptive friction compensation for precision machine tool drive[J]. *Control Engineering Practice*, 2004, 12(11): 1451 – 1464.

作者简介:

周金柱 (1979—),男,博士研究生,主要研究方向为雷达伺服控制、机械结构因素对伺服系统电性能的影响机理等, E-mail:xidian_jzzhou@126.com;

段宝岩 (1955—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究领域为电子 机械工程、电子装备机电耦合理论及应用等;

黄 进 (1968—), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为机电控制系统、 (伺服系统影响机理等;

刁玖胜 (1983—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为柔性结构 控制、伺服系统影响机理等.