

神经网络结构动态优化设计的分析与展望

乔俊飞, 韩红桂

(北京工业大学 电子信息与控制工程学院, 北京 100124)

摘要: 阐述了神经网络结构设计对神经网络性能的影响. 介绍了动态结构神经网络, 尤其是增长型和修剪型神经网络研究的发展过程, 分析了动态设计方法研究在计算能力、学习理论和网络的稳定性等方面取得的成果. 最后对神经网络动态设计的研究进行总结, 给出了神经网络结构动态设计研究的发展趋势.

关键词: 神经网络结构; 动态设计; 神经网络性能

中图分类号: TP183 **文献标识码:** A

Dynamic optimization structure design for neural networks: review and perspective

QIAO Jun-fei, HAN Hong-gui

(College of Electronic and Control Engineering, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

Abstract: The influence of the structure design to the capabilities of neural networks is discussed in this paper. The development history of the dynamic structure neural networks, especially the growing and the pruning neural networks are introduced. The substantial results on the computing capabilities, learning theories, stability of neural networks are then analyzed. Finally, the research on the dynamic optimization structure design is summarized and several views are put forward.

Key words: neural network structure; dynamic design; capabilities of neural networks

1 引言(Introduction)

人工神经网络(artificial neural network, ANN)旨在模拟人脑组织机构和运行机制, 自McCulloch和Pitts在归纳总结生物神经元的基础上创立了第一个模拟生物系统的神经计算模型, 即McCulloch-Pitts模型^[1]以来, 出现了许多经典的神经网络计算模型, 如: 感知器^[2]、自适应线性神经元网络^[3]、误差回传神经网络(BP)^[4]、小脑模型(CMAC)^[5]、径向基神经网络(RBF)^[6]、自组织特征图(SOM)^[7]、Hopfield神经网络^[8]等. 众所周知, 以上神经网络的共同点是神经网络的结构在训练前已确定, 神经网络训练过程中网络结构不再发生变化. 这些神经网络初始结构的确定需要拥有丰富设计的经验, 神经网络结构一旦确定则在某种程度上决定了神经网络最终的性能. 一般情况下, 规模过大的神经网络(例如: BP, RBF, Hopfield, SOM等)具有较好的学习精度, 但是往往需要较大的存储空间和计算时间; 而规模过小

的神经网络虽具有较简单的网络结构, 但信息处理能力又有限. 神经网络性能由神经网络的训练算法和神经网络的拓扑结构确定, 严格意义上说以上几种神经网络模型^[1~8]的性能并没有得到充分发挥. 因此, 根据信息处理的需要, 实时改变神经网络中神经元的个数与神经网络的拓扑结构, 进而提高神经网络的性能已成为当今研究的一个热点. 目前神经网络结构设计方法主要有以下几种: 1) 凑试法, 主要通过训练和分析不同网络结构的性能来确定最终结构; 备受推崇的方法有交叉校验^[9]; 2) 增长法, 由一个小规模的网络结构开始, 训练过程中, 针对实际问题, 根据网络性能要求逐步增加结构复杂性, 直至满足性能要求; 3) 修剪法, 与网络增长法相反, 初始给定一个含有冗余节点的大规模网络结构, 然后在训练过程中逐步删除那些不必要的节点或权值, 降低网络的复杂性, 提高其泛化能力. 从研究现状看, 增长法和修剪法更加适合神经网络结构的动态调整,

收稿日期: 2008-09-16; 收修改稿日期: 2009-04-13.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60674066, 60873043); 国家“863”计划资助项目(2007AA04Z160); 教育部博士点基金资助项目(200800050004); 北京市自然科学基金资助项目(4092010).

并已成为神经网络结构动态设计的主流方向。

2 增长型神经网络(Growing neural network)

增长型神经网络是通过自动增加神经网络中神经元个数或改变神经网络拓扑结构的策略, 改进神经网络性能。增长型神经网络主要有两类: 非系统增长型和系统增长型。前者对输入数据进行分类, 再由分类直接确定神经元的神经元个数和拓扑结构^[10]; 而后者是一种类似于树型拓扑结构的生长型结构, 由上到下, 根据要求寻求和增加适当的树枝, 以求获得最终合适的神经网络结构。

2.1 非系统增长型(Non-hierarchically growing model)

非系统增长型神经网络最初是针对单隐含层神经网络中神经元不足而又无法预先知道确切神经元数的基础上提出的, 最早体现在Fritzke等人提出了一种增长型栅格结构(GG)^[11], 该算法可以看作是一个增长型自组织特征图。其主要内容包括两个部分: 第1部分是增长阶段, 神经网络的初始隐含层由3个神经元组成一个面三角形的神经单元, 根据网络的学习效果增加合适的神经元; 第2部分是调整阶段, 在调整阶段神经网络的隐含层神经元数不改变, 只是通过延迟学习速率的方法来确定最终的神经网络结构。该方法在增长阶段每修改一次, 需要增加至少3个神经元, 并没有考虑到神经元冗余的问题, 当神经元过于冗余将增加神经网络的计算时间和存储空间。随后Fritzke等人为了了解决此问题提出了一种增长型细胞结构(GCS)^[12~14], 该神经网络能够把 k 维空间数据映射到低维数据空间, 通常是映射到2维空间; 在映射的同时能够根据输入数据进行增减神经网络隐含层的神经元数。GCS的运行初始状态和GG相同, 但是在学习的过程中对每一组输入只有获胜的神经元与获胜神经元直接连接的神经元进行调整, 别的神经元不发生变化。通过兴奋和不兴奋调整神经元, 当兴奋达到一定的程度就增加神经元; 而不兴奋的达到一定程度就删除。GCS解决了GG只增不减的缺陷, 曾一度成为神经网络结构设计的通用方法, 由于该方法利用聚类的方法对神经元兴奋度进行评价, 而聚类中心位置的值仍是一个没有解决的问题, 将会产生神经元利用不充分的情况即所谓的死节点。而且GCS在每次学习过程中都要判断神经网络的结构是否满足预设条件, 这就降低了计算速度并且增加存储空间。

非系统增长型神经网络除上述几种动态结构外, Stephen等人提出按研究对象的要求增长神经网络结构(GWR)^[15], GWR是一种自组织神经网络, 主要根据输入数据来调整, 其增长机制是当现有神

神经网络性能满足输入数据处理效果时就保持原有网络结构, 反之则增加神经元; GWR是当训练步骤达到预设整数值时进行调整, 不需要每次学习都要进行结构调整。因此, GWR在训练速度上优于GCS。但GWR对初始值的设定需要非常精确, 而且结构调整受训练步数限制。Chu等人提出了最优增长型多专家神经网络结构(OGMN)^[16], OGMN利用增长型神经元(GNG)确定多专家系统中专家数, 从而获得最优专家神经网络结构, 该方法由于参数过多, 在应用时受到很大的限制; 最近Felix Flentge等人提出了权值局部插入式神经网络增长结构(LWI-GNG)^[17], LWIGNG主要通过对权值的局部值进行插入, 增加神经元的个数。Sitao等人提出了一种基于遗传算法的增长型神经网络(SOSENS)^[18], 遗传算法是基于生物进化原理的搜索算法, 具有很好的鲁棒性和全局搜索能力, 适用于神经网络结构的优化和调整。另外, 还有一些基于遗传算法的增长型神经网络^[19,20]。但是, 基于遗传算法的增长型神经网络往往需要昂贵的计算代价。非系统增长型神经网络的最大特点是无需考虑隐含层层数, 其研究主要是针对单隐含层神经网络, 而其原始神经网络结构可以是基于BP学习算法的前馈型神经网络。值得一提的是借助神经网络非系统型增长方式, 模糊神经网络等其他只需要修改单层神经元的神经网络也可以进行神经网络结构的调整^[21,22], 借助以上思想对模糊神经网络规则层进行修改, 解决了模糊规则需要预先确定的问题。另外, 非系统增长型神经网络也得到了广泛的应用^[23~26]。但是由于非系统增长型神经网络在学习过程中需要判断神经网络的结构是否满足预设条件, 这就降低了其计算速度并且增加其存储空间; 结构调整后神经网络的性能一般都是以实验数据形式给出, 严格的理论证明尚待完善。非系统增长型增长结构示意图如图1, 具有单层隐含层的神经网络经过结构增长, 隐含层神经元得到增加:

非系统增长型的算法如下(以获胜次数为判定依据, 具体步骤^[12~14]):

Step 1 初始化隐含层, 给定3个神经元, 任意给定它们的权值; 令 $k = 1$;

Step 2 确定隐含层中获胜神经元 N_x , 它对于 k 时刻的输入刺激 $P(k)$ 满足

$$\|w_{x-P_k}\| = \min_{x=1,2,\dots,n_w} \|w_{x-P_k}\|, \quad (1)$$

其中 $\|\cdot\|$ 为欧式距离;

Step 3 修正获胜神经元及其相邻神经元的连接权值;

Step 4 神经元获胜次数计算;

Step 5 若满足新神经元插入条件转向Step 6; 否则转向Step 7;

Step 6 插入新神经元;

Step 7 $k = k + 1$, 接受新刺激, 返回Step 2, 直到满足停止条件.

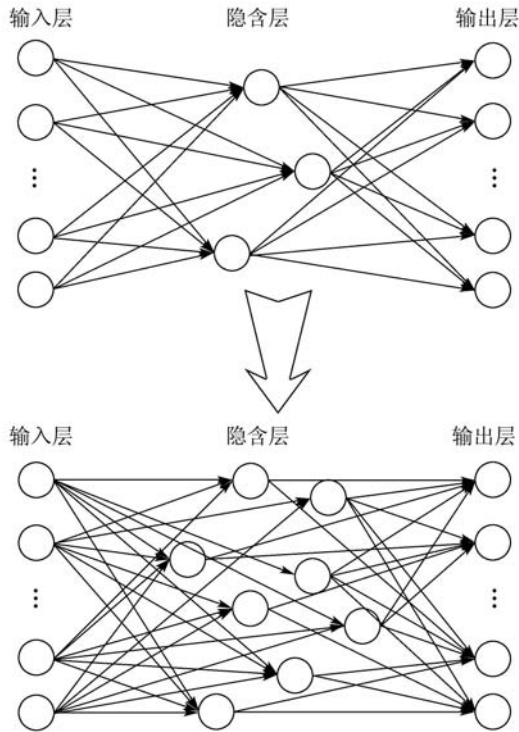


图1 非系统增长型神经网络结构增长图

Fig. 1 Non-hierarchically growing neural networks model

2.2 系统增长型(Hierarchically growing model)

随着增长型神经网络的深入研究, 单层神经网络的增长转向多层发展, 增长型神经网络由非系统型向系统型发展. 系统增长型最早由Burzevski等人基于GCS算法提出了一种系统增长型GCS结构^[27], 这种模型的初始结构和GCS类似, 但是增长方式不同于GCS. 在进行学习时, 如获胜神经元需要增长就增长一个类似于GCS的结构, 最终将增长为一个树型结构, 隐含层神经元不但发生改变, 隐含层数也增加. 该神经网络同时还能够对不兴奋的神经元和隐含层进行删除. 该算法最大的贡献就是实现了多层神经网络的增长, 在误差下降较慢时, 系统GCS结构通过利用增加新的隐含层能够使神经网络以提高误差下降速度; 但是究竟增加新的隐含层对最终神经网络性能的影响如何, 尤其是计算能力, 收敛速度等是一个值得关注的问题.

近年来, 随着神经网络拓扑结构的提出及广泛应用, Dittenbach等人提出了一种增长型系统SOM结构^[28], 该模型的最初启发来自于GG算法, 然而该

神经网络的隐含层是多层的, 而且每层都是类似于SOM结构, 隐含层之间也存在着相互关系, 最初隐含层只有一层, 在进行学习时根据学习效果调整隐含层数, 获胜神经元将增长一个新的隐含层, 没有获胜的就保持原来的状态. 该神经网络增长停止的判断条件是均方误差达到期望值. 另外, Adams等人提出一种竞争型进化神经树(CENT)^[29], CENT在学习过程中神经网络的参数是动态变化的, 当某个神经元的权值大于预先设定值时就把该神经元当作一个支点, 在该神经元与下层连接之间增加一层作为树枝, 从而带动神经网络结构的变化. 类似的还有Herrero等人提出一种自组织树结构(SOTA)^[30], SOTA是基于SOM和GCS的系统型增长神经网络, 神经网络的结构最终由期望达到的分类水平和神经网络输入确定. 由于系统增长型SOM有较好的实用价值, 利用系统增长型方式研究可变SOM也是当今研究的一个热点^[31~33].

系统增长型神经网络的算法与非系统增长型算法的增长机制类似, 只是增长途径不一样, 较之非系统增长型神经网络, 系统增长型神经网络对存储空间的要求较高, 相同条件下训练所需的时间也较长; 其增长方式为: 具有单层隐含层的神经网络经过结构增长, 在与输出层相连的隐含层和输出层之间插入一新的隐含层, 具体方式如图2. 当然, 系统增长型神经网络的思想在其他领域中也得到了一些应用^[34], 利用该方法对模糊神经网络中模糊化层与规则层进行修改, 从而达到更高性能的模糊神经网络. 还有一些研究^[35]先利用非系统增长型对单隐含层中神经元进行增加, 当神经网络性能在单层神经元增加后无法再提高或提高很慢时就增加新隐含层, 从而获得更好的神经网络性能, 该算法尚处于初级阶段, 还有一些理论需要研究证实.

由以上分析可知, 增长型神经网络目前主要还是基于聚类方法进行神经元或者神经树的生长, 取得了一些成果, 而且这些成果也得到了较广泛的应用^[36~39]. 增长型神经网络能够根据信息处理的需要对初始神经网络结构进行修改, 其性能有了较大的提高.

1) 神经网络结构能够在线修改, 降低了神经网络性能受初始神经网络结构的影响.

2) 通过神经网络结构的调整, 减少了神经网络训练陷入局部最小的可能.

3) 对神经网络的结构和参数同时进行修改, 提高了神经网络的自适应能力.

但是增长型神经网络增长判断条件的选取比较困难, 而且神经网络很容易出现结构过大的情况, 这

样就会增加计算时间和存储空间; 另外, 修改后的神经网络的收敛性也基本以实验数据给出, 很少给出充分的理论证明。

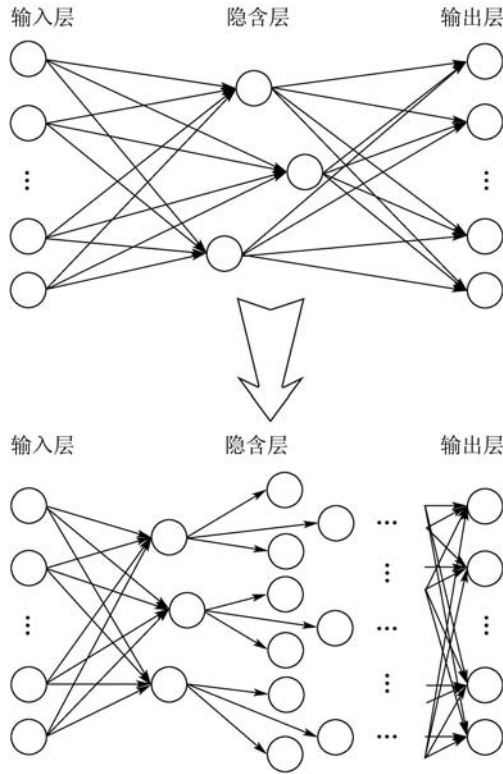


图2 系统增长型神经网络结构增长图

Fig. 2 Hierarchically growing neural networks model

3 修剪型神经网络(Pruning neural network)

在研究神经网络中神经元过少而影响其性能的同时, 也有一些研究者注意到神经网络中神经元冗余同样也影响神经网络的最终性能, 因此, 如何获得既简洁又高效的神经网络成为动态神经网络设计的另外一个方向. 修剪型神经网络, 通过在线修改神经网络的参数, 删去神经网络中冗余的神经元的策略, 提高网络性能, 解决由于神经元过多而过拟合的问题. 修剪型神经网络主要有两类: 一类是通过利用二次寻优来修改Hessian矩阵从而降低神经网络的复杂度; 另一类是利用网络输出值的灵敏度分析(SA)来删除隐含层的神经元从而降低神经网络的复杂度。

3.1 二次寻优型(Second order derivative model)

二次寻优的思想最初来自Le Cun等人根据信息论提出了一种最优脑损伤模型(OBD)^[40], 这种模型利用二次寻优的方法对神经网络的误差函数进行调整. 在学习过程中, 神经网络的参数根据性能指标的要求不断进行调整, 同时删除参数值较小的 w . 具体步骤为:

将误差函数变化值的泰勒展开式描述为

$$\delta E = \delta w^T g + \frac{1}{2} \delta w^T H \delta w + \dots \quad (2)$$

其中: $g = \delta E / \delta w$, 为误差函数 $E(w)$ 的梯度; $H = \delta^2 E / \delta^2 w$, 为误差函数的2阶导数, 称为Hessian矩阵. 最优脑损伤模型(OBD)的目的是通过删除神经元连接权值以简化神经网络的结构, 每次删减的神经元连接权值小于规定阈值, 并且对误差函数 $E(w)$ 的影响应为最小. 基于此, 对公式(2)的考虑可以简化为

$$\delta E = \delta w^T g + \frac{1}{2} \delta w^T H \delta w. \quad (3)$$

为了简化运算, OBD算法假设 H 为对角矩阵, 则公式(3)就变为

$$\delta E = \frac{1}{2} H_{jj} w_j^2, \quad j = 1, 2, \dots, J. \quad (4)$$

由公式(4)可以求出每组神经元权值参数对整个神经网络的影响, 在每次结构调整中删除影响最小的神经元连接权值, 其算法计算复杂度为 $O(M^2 P)$, M 为连接权值个数, P 为训练样本数. 文献[40]同时证明了OBD算法能够删除影响较小的神经元连接权值, 实验结果显示最终神经网络的速度得到了改善, 正确率也有相应的提高。

在OBD算法的基础上Hassibi等人提出了一种最优脑外科结构(OBS)^[41], 这种模型也是利用二次寻优的方法对神经网络的误差函数进行调整. 在学习过程中 H 不需要假设为对角矩阵, 而是对公式(4)进行最优化处理:

$$e^T j (\delta w + w) = 0. \quad (5)$$

e_j 是向量, 向量中第 j 位是0, 这样OBS的寻优问题就转化为

$$\min_{1 \leq j \leq J} \left\{ \min \left(\frac{1}{2} \delta w^T \frac{\delta^2 E}{\delta^2 w} j e_j^T (\delta w + w) = 0 \right) \right\}. \quad (6)$$

与OBD不同的是, OBS不仅删除影响较小的神经元权值, 并且对剩余的神经元权值进行调整, 其计算复杂度和OBD相同; OBS也可以同时删除几个神经元权值, 与OBD一次只能删除一个神经元权值相比调整速度有所提高. 同时, 为了突出OBS算法的性能, Hassibi等人给出了修剪后神经网络的稳定性证明, 但是修剪过程的稳定性目前还是一个开放的问题。

在以上两种二次寻优修剪型神经网络的基础上, 有一些改进和应用, 李倩等人^[42]基于进化算法和局部搜索算法两类策略的特点和不足, 提出了混合剪枝算法HAP(hybrid algorithm of pruning). 算法首先联合遗传算法(GA)和反向传播算法BP的不同优势

完成神经网络结构和权重进化的初步阶段;然后应用多权重剪枝策略(MW-OBS)进一步简化、确定网络结构. 该HAP在寻优能力、简化网络结构、保证稳定性等方面均有明显优势,适合大规模人工神经网络的优化问题,其算法复杂度为 $O(MP^2)$, M 为连接权值个数, P 为训练样本数. 乔俊飞等人^[43,44]在最优脑外科算法(OBS)的基础上,通过直接剔除冗余的隐含层神经元实现神经网络结构自组织设计. 该快速修剪算法与常规的最优脑外科算法相比,具有更简单的网络结构和更快的学习速度. 二次寻优型修剪算法现在仍是神经网络结构研究的一个热点^[45,46],通过选择不同的目标函数函数,利用不同的二次寻优方式寻求性能更好的二次寻优型修剪算法. 二次寻优修剪型神经网络的结构如图3,原神经网络中冗余的连接权值和隐含层神经元将被删除,虚线表明被删除的神经元和连接权值.

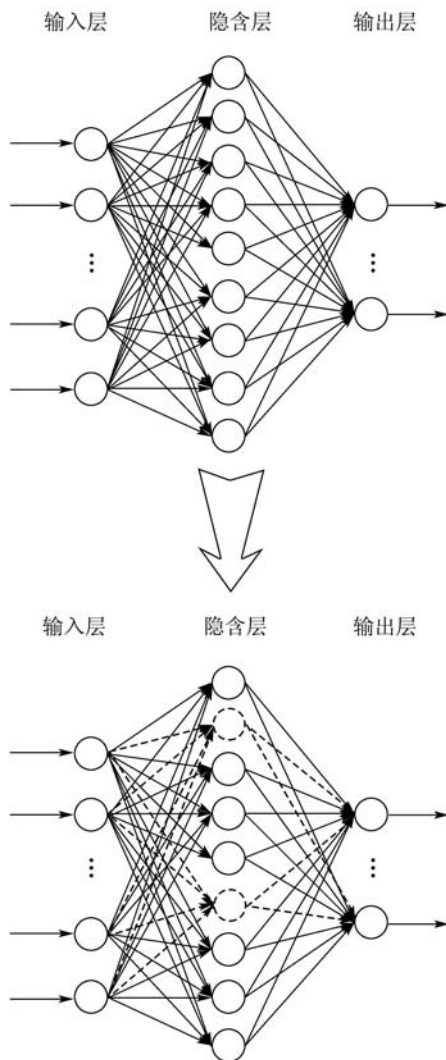


图3 二次寻优修剪型神经网络结构修剪图
Fig. 3 Pruning neural networks of second order derivative model

3.2 敏感度分析型(Sensitivity analysis model)

二次寻优型修剪算法的较大问题是 H 矩阵及其逆的求解过程需要耗费较多时间,而且 H 矩阵有可能出现病态的情况. 为了避免二次寻优型求解 H 矩阵的逆,一些学者^[47]提出了基于敏感度分析(SA)的修剪型神经网络. 敏感度分析型修剪算法,利用神经网络的输出值的敏感度分析,确定隐含层与输出层间的贡献,删除较小的权值,并删除与其相连接的隐含层神经元,从而达到简化神经网络的目的. 敏感度分析主要由Engelbrecht等人提出的局部敏感度分析方法(LSA)^[48]和Saltelli等人提出的全局敏感度分析方法(GSA)^[49]. 利用GSA, Saltelli提出了广义傅立叶变换灵敏度分析方法(EFAST)^[47], EFAST能够判断神经网络隐含层中神经元的权值敏感度,将敏感度小的神经元删除,同时删除与其相连的权值. EFAST的主要思想是把神经网络分为两部分:输入层与隐含层部分;隐含层与输出层部分,其结构如图4所示,原神经网络中冗余的隐含层神经元将被删除,虚线表示被删除的隐含层神经元以及与其相连的权值.

EFAST重点考虑的是第2部分,其算法主要步骤如下(具体步骤可参考文献[47]):

Step 1 给出初始神经网络(有足够的隐含层神经元);

Step 2 对于每个输入向量 Z_h , 确定其上下限 a_h 和 b_h ;

Step 3 利用傅立叶变换计算每个输入向量 Z_h 的频率 $\omega = \frac{N-1}{2M}$;

Step 4 考虑神经网络的第2部分, 计算每个输入向量 Z_h 的总灵敏度 ST_h ;

Step 5 计算每个隐含层神经元的灵敏度 $ST_h / \sum_{i=1}^P ST_i$;

Step 6 删除灵敏度较低的神元以及与其相连的权值.

根据傅立叶变换分析知识, 时域中对输出贡献较大的参数对应于频域贡献较大的参数. 通过实验比较发现, 基于EFAST的修剪型神经网络比OBS收敛速度快, 而且其判断神经元是否被修剪的依据是一段时间内隐含层神经元的输出对整个神经网络输出的影响, 较之二次寻优修剪型神经网络只是针对某一时刻神经网络连接权值的大小作为判断依据, 敏感度修剪型神经网络判断依据更为客观.

近年来, 敏感度修剪型神经网络的研究取得了一些突破性的进展^[50~53]. 修剪型神经网络除了以上两类以外, 还有一些别的方式, 比较典型的是Mozier等

人提出的Skeletonization神经网络^[54]; Sietsma等人提出的NC神经网络^[55]等, 这些算法都是利用聚类的方法直接删除神经元, 进而删除与冗余神经元相连接的权值.

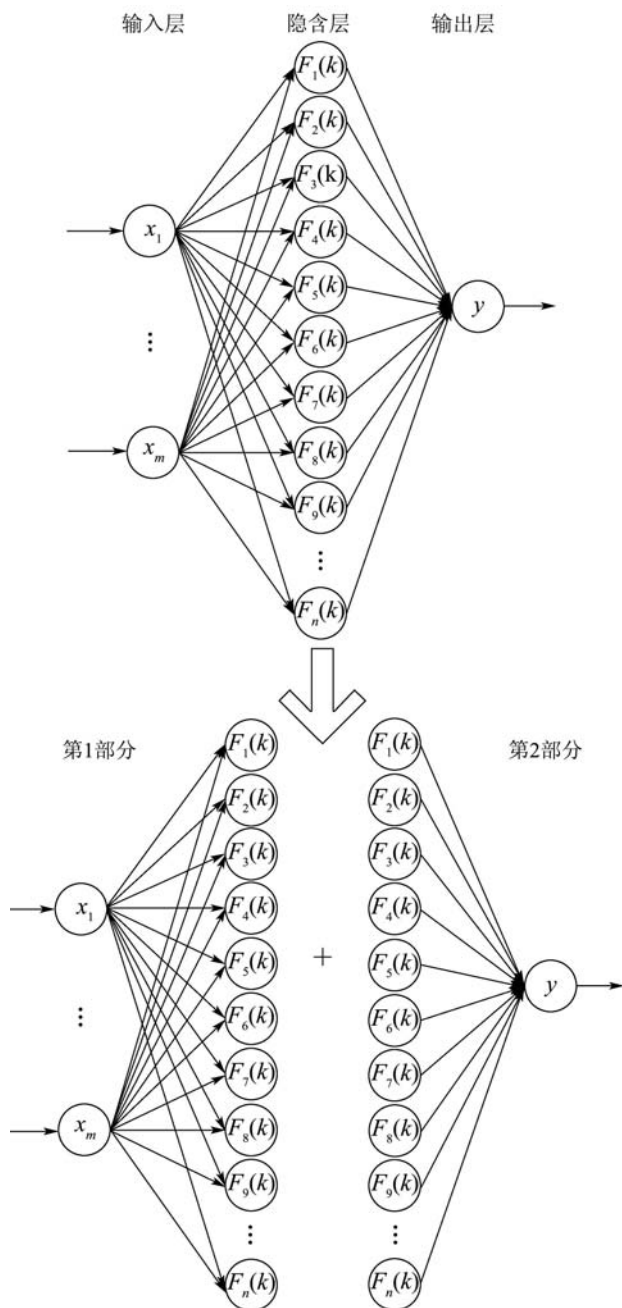


图4 灵敏度分析修剪型神经网络结构修剪图

Fig. 4 Pruning neural networks of sensitivity analysis model

修剪型神经网络适用于初始结构过大的神经网络, 具有以下特点:

- 1) 对初始条件的要求不是很高, 而且能够提高网络的泛化能力
- 2) 对神经网络的结构和参数同时进行修改, 提高了神经网络的学习效率

3) 由于对冗余神经元和权值进行删除, 使得神经网络结构更加紧凑, 利于硬件实现.

但是不难发现修剪型神经网络还只是对单层隐含层神经网络进行的, 初始神经网络怎么选取才算过大仍是一个问题, 而且由于初始神经网络过大会直接影响其训练速度, 浪费存储空间; 修剪神经网络修剪判断依据仍停留在对隐含层神经元的输出或与隐含层连接取值; 因此, 神经网络的修剪方式依然是一个值得关注的问题.

4 结论与展望(Conclusions and expectation)

综上所述, 增长型神经网络在训练过程中逐渐增加隐含层神经元, 解决了神经网络过小的问题. 删减型神经网络在训练过程中逐渐删除冗余神经元, 解决的神经网络过大的问题. 最近出现的神经网络结构自组织优化算法^[56~59], 可以动态地调整神经网络结构, 从而避免了增长型神经网络出现网络过度冗余的情况, 同时解决了删减型神经网络初始神经网络选取的问题, 最终获得结构简单, 泛化能力强, 学习速度快, 性能稳定的神经网络.

虽然神经网络动态优化设计的方法尚未完善, 但是较之静态神经网络, 动态神经网络能够根据研究对象在线改变神经网络结构, 从而有效地提高了神经网络的性能.

从发展的角度看, 神经网络结构动态设计方法研究的主要方向是:

- 1) 人工神经网络的结构将越来越多地趋向于生物神经网络结构; 借鉴生物神经细胞学的研究成果, 寻求合适的结构演化机制^[60,61], 是神经网络动态设计的一个热点;
- 2) 从认知科学的角度出发, 通过对大脑认知过程的研究, 寻求适合人工神经网络结构动态设计的性能评价准则^[62,63], 实现神经网络结构动态调整是另一个重要方向;
- 3) 寻求保证神经网络的结构动态稳定且高效的学习算法等也是当前关注的问题^[64].

参考文献(References):

- [1] MCCULLOCH W S, PITTS W. A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity[J]. *Bulletin of Mathematical Biophysics*, 1990, 52(1/2): 99 – 115.
- [2] ROSENBLATT F. The perception: a probabilistic model for information storage and organization in the brain[J]. *Psychology Review*, 1958, 65(6): 386 – 408.
- [3] WIDROW B, HOFFM E. *Adaptive Switching Circuits*[M]. Cambridge: The MIT Press, 1988.
- [4] RUMELHART D E, HINTON G E, WILLAMS R J. Learning representation by BP error[J]. *Nature*, 1986, 323: 533 – 536.

- [5] ALBUS J S. A new approach to manipulator control: The cerebellar model articulation controller(CMAC)[J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 1975, 97(1): 220 – 227.
- [6] POWELL M J D. The theory of RBF approximation in 1990[C] //LIGHT W A. *Advances in Numerical Analysis II: Wavelets, Subdivision, and Radial Functions*. Oxford: Oxford University Press, 1992: 105 – 210.
- [7] KOHONEN T. Self-organizing formation of topologically correct feature maps[J]. *Biological Cybernetics*, 1982, 43(1): 59 – 69.
- [8] HOPFIELD J, TANK D W. “Neural” computation of decisions in optimization problems[J]. *Biological Cybernetics*, 1985, 52(3): 141 – 152.
- [9] YIN H, ALLINSON N M. Self-organizing mixture networks for probability density estimation[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2001, 12(2): 405 – 411.
- [10] EVERIT B S. *Cluster Analysis*[M]. London: Edward Arnold Press, 1993.
- [11] FRITZKE B. Growing grid-a self-organizing network with constant neighborhood range and adaptation strength[J]. *Neural Processing Letters*, 1995, 2(5): 9 – 13.
- [12] FRITZKE B. Unsupervised clustering with growing cell structures[C] // *Proceeding of the International Joint Conference of Neural Networks (IJCNN)*. Seattle WA, USA: IEEE, 1991: 531 – 536.
- [13] FRITZKE B. Kohonen feature map and growing cell structures-a performance comparison[C] // *Advances in neural information processing systems*. San Francisco, CA, USA: Morgan Kaufmann Publisher, 1993: 123 – 130.
- [14] FRITZKE B. Growing cell structure-A self-organizing neural network for unsupervised and supervised learning[J]. *Neural Networks*, 1994, 7(9): 1441 – 1460.
- [15] STEPHEN M, JONATHAN S, ULRICH N. A self-organizing network that grows when required[J]. *Neural Networks*, 2002, 15(8/9): 1041 – 1058.
- [16] CHU K L, MANDAVA R, RAO M V C. Novel direct and self-regulating approaches to determine optimum growing multi-experts network structure[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2004, 15(6): 1378 – 1395.
- [17] FELIX F. Locally weighted interpolating growing neural gas[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2006, 17(6): 1382 – 1393.
- [18] WU S T, TOMMY W S CHOW. Self-organizing and self-evolving neurons: A new neural network for optimization[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2007, 18(2): 385 – 396.
- [19] LACERDA E, CARVALHO A DE, TERESA LUDERMIR. Evolutionary optimization of RBF networks[J]. *International Journal of Neural Systems*, 2001, 11(3): 287 – 294.
- [20] SHETA A F, JONG K D. Time-series forecasting using GA-tuned radial basis functions[J]. *Information Science*, 2001, 133(3/4): 221 – 228.
- [21] 吴艳辉, 陈雄. 多输入模糊神经网络结构优化的快速算法[J]. 复旦学报(自然科学版), 2005, 44(1): 56 – 64.
(WU Yanhui, CHEN Xiong. Fast learning algorithm of small multi2input fuzzy neural network structure[J]. *Journal of Fudan University (Natural Science)*, 2005, 44(1): 56 – 64.)
- [22] 乔俊飞, 王会东. 模糊神经网络的结构自组织算法及应用[J]. 控制理论与应用, 2008, 25(4): 703 – 707.
(QIAO Junfei, WANG Huidong. Structure self-organizing algorithm for fuzzy neural networks and its applications[J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(4): 703 – 707.)
- [23] LI S Y, CHEN Q, HUANG G B. Dynamic temperature modeling of continuous annealing furnace using GGAP-RBF neural network[J]. *Neurocomputing*, 2006, 69(4/6): 523 – 536.
- [24] WU L H, LIU L, LI J, et al. Modeling user multiple interests by an improved GCS approach[J]. *Expert Systems with Applications*, 2005, 29(4): 757 – 767.
- [25] HERVE F B. Following non-stationary distributions by controlling the vector quantization accuracy of a growing neural gas network[J]. *Neurocomputing*, 2008, 71(7/9): 1191 – 1202.
- [26] 杨慧中, 王伟娜, 丁锋. 神经网络的两种结构优化算法研究[J]. 信息与控制, 2006, 35(6): 700 – 704.
(YANG Huizhong, WANG Weina, DING Feng. Two structure optimization algorithms for neural networks[J]. *Information and Control*, 2006, 35(6): 700 – 704.)
- [27] BURZEVSKI V, MOHAN C K. Hierarchical growing cell structures[C] // *Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks (ICNN'96)*. New York: Syracuse University Press, 1996, 3: 1658 – 1663.
- [28] RAUBER A, MERKEL D, DITTENBACH M. The growing hierarchical self-organizing map: Exploratory analysis of high-dimensional data[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2002, 13(6): 1331 – 1341.
- [29] ADAMS R G, BUTCHART K, DAVEY N. Hierarchical classification with a competitive evolutionary neural tree[J]. *Neural Networks*, 1999, 12(3): 541 – 551.
- [30] HERRERO J, VALENCIA A, DOPAZO J. A hierarchical unsupervised growing neural network for clustering gene expression patterns[J]. *Bioinformatics*, 2001, 17(2): 126 – 136.
- [31] PAMPALK E, WIDMER G, CHAN A. A new approach to hierarchical clustering and structuring of data with self-organizing maps[J]. *Intelligent Data Analysis*, 2004, 8(2): 131 – 149.
- [32] DOMINIK B, MARTIN B, WOLFGANG R. Automatic cluster detection in Kohonen's SOM[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2008, 19(3): 442 – 459.
- [33] ONTRUP J, RITTER H. Large-scale data exploration with the hierarchically growing hyperbolic SOM[J]. *Neural Networks*, 2006, 19(6/7): 751 – 761.
- [34] MENG J E, YI Z. A novel framework for automatic generation of fuzzy neural networks[J]. *Neurocomputing*, 2008, 71(4/6): 584 – 591.
- [35] LEE J S, LEE H, KIM J Y, et al. Self-organizing neural network by construction and pruning[J]. *IEICS Transactions on Information & Systems*, 2004, 87-D: 2489 – 2498.
- [36] FENG L, KHAN L, BASTAN F, et al. A dynamically growing self-organizing tree (DGSOT) for hierarchical clustering gene expression profiles[J]. *Bioinformatics*, 2004, 20(16): 2605 – 2617.
- [37] HSU A L, HALGAMUGE S K. Enhancement of topology preservation and hierarchical dynamic self-organizing maps for data visualization[J]. *International Journal of Approximate Reasoning*, 2003, 32(2/3): 259 – 279.
- [38] BEDNAR J A, KELKAR A, MIIKKULAINEN R. Modeling large cortical networks with growing self-organizing maps[J]. *Neurocomputing*, 2002, 44-46: 315 – 321.
- [39] JASON W W, HUGH M C. Deterministic projection by growing cell structure networks for visualization of high-dimensionality datasets[J]. *Journal of Biomedical Informatics*, 2005, 38(4): 322 – 330.
- [40] LECUN Y, DENKER J, SOLL A S, et al. Optimal brain damage[C] // TOURETZKY D S. *Advances in Neural Information Processing Systems*. San Mateo, CA: Morgan Kauffman, 1990, 2: 598 – 605.
- [41] HASSIBI B, STORK D G. Second order derivatives for network pruning: optimal brain surgeon[C] // HANSON S J, COWAN J D, GILES C L. *Advances in Neural Information Processing Systems*. San Mateo, CA: Morgan Kauffman, 1993, 5: 164 – 171.

- [42] 李倩, 王永县, 朱友芹. 人工神经网络混合剪枝算法[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2005, 45(6): 831 – 834.
(LI Qian, WANG Yongxian, ZHU Youqin. Hybrid pruning algorithm for artificial neural network training[J]. *Journal of Tsinghua University(Natural Science)*, 2005, 45(6): 831 – 834.)
- [43] QIAO J F, ZHANG Y, HAN H G. Fast unit pruning algorithm for feedforward neural network[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2008, 205(2): 622 – 627.
- [44] 乔俊飞, 张颖. 一种多层前馈神经网络的快速修剪算法[J]. 智能系统学报, 2008, 3(2): 206 – 210.
(QIAO Junfei, ZHANG Ying. Fast unit pruning algorithm for multi-layer feedforward network design[J]. *CAAI Transactions on Intelligent Systems*, 2008, 3(2): 206 – 210.)
- [45] XU J H, DANIEL W C HO. A new training and pruning algorithm based on node dependence and Jacobian rank deficiency[J]. *Neurocomputing*, 2006, 70(1/3): 544 – 558.
- [46] BRAIN M, CHAN KIN W. Pruning hidden Markov models with optimal brain surgeon[J]. *IEEE Transactions on Speech and Audio Processing*, 2005, 13(5): 993 – 1003.
- [47] SALTELLI A, TARANTOLA S, CHAN KS. A quantitative model independent method for global sensitivity analysis of model output[J]. *Technometrics*, 1999, 41(1): 39 – 56.
- [48] ENGELBRECHT A P. A new pruning heuristic based on variance analysis of sensitivity information[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2001, 12(6): 1386 – 1399.
- [49] SALTELLI A, CHAN KS, SCOTT E M. *Sensitivity Analysis*[M]. New York: Wiley, 2000.
- [50] CARIBONI J, GATELLI D, LISKA R, et al. The role of sensitivity analysis in ecological modeling[J]. *Ecological Modeling*, 2007, 203(1/2): 167 – 182.
- [51] PHILIPPE L, ERIC F, THIERRY A M. A node pruning algorithm based on a Fourier amplitude sensitivity test method[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2006, 17(2): 273 – 293.
- [52] CAMPOLONGO F, CARIBONO J, SALTELLI A. An effective screening design for sensitivity analysis of large models[J]. *Environmental Modeling & Software*, 2007, 22(10): 1509 – 1518.
- [53] WAN W S, MABU S, SHIMADA K, et al. Enhancing the generalization ability of neural networks through controlling the hidden layers[J]. *Applied Soft Computing*, 2009, 9(1): 404 – 414.
- [54] MOZER M, SMOLENSKY P. Skeletonization: a technique for trimming the fat from network via relevance assessment[C] //TOURETZKY D. *Advances in Neural Information Processing Systems*. San Mateo, CA: Morgan Kaufmann, 1991, 1: 107 – 115.
- [55] SIETSMA J, DOW R. Creating artificial neural networks that generalize[J]. *Neural Networks*, 1991, 4(1): 67 – 79.
- [56] HUANG G B, SARATCHANDRAN P, SUNDARARAJAN N. An efficient sequential learning algorithm for growing and pruning RBF (GAP-RBF) networks[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part B: Cybernetics*, 2004, 34(6): 2284 – 2292.
- [57] HUANG G B, SARATCHANDRAN P, SUNDARARAJAN N. A generalized growing and pruning RBF (GGAP-RBF) neural network for function approximation[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2005, 16(1): 57 – 67.
- [58] LEE C C, CHIANG Y C, SHIH C Y, et al. Noisy time series prediction using M-estimator based robust radial basis function neural networks with growing and pruning techniques[J]. *Expert Systems with Applications*, 2009, 36(3): 4717 – 4724.
- [59] HSU C F. Adaptive growing-and-pruning neural network control for a linear piezoelectric ceramic motor[J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2008, 21(8): 1153 – 1163.
- [60] ZHANG Z, TROJE N F. View-independent person identification from human gait[J]. *Neurocomputing*, 2005, 69(1/3): 250 – 256.
- [61] MARTIN BOERLIN, TOBI DELBRUCK, KYUAN ENG. Getting to know your neighbors: unsupervised learning of topography from real-world, event-based input[J]. *Neural Computation*, 2009, 21(1): 216 – 238.
- [62] XABIER B, ALVARO M. On the nature of neural information: A critique of the received view 50 years later[J]. *Neurocomputing*, 2008, 71(4/6): 681 – 692.
- [63] NDREW K, FILIPPO A S. Computational intelligence in product design engineering: Review and trends[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part C: Reviews*, 2007, 37(5): 766 – 778.
- [64] TANI J, RYUNOSUKE N, RAINER W P. Achieving organic compositionality through self-organization: Reviews on brain-inspired robotics experiments[J]. *Neural Networks*, 2008, 21(4): 584 – 603.

作者简介:

乔俊飞 (1968—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究领域为计算智能与智能优化控制等;

韩红桂 (1983—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为智能信息处理、智能控制理论及应用等, E-mail: Rechar112@emails.bjut.edu.cn.