第 27 卷第 3 期
2010 年 3 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 27 No. 3
Mar. 2010

文章编号: 1000−8152(2010)03−0377−05

带宽受限网络化系统的广义H_2滤波

张 丹, 俞 立, 张文安

(浙江工业大学 信息工程学院, 浙江省嵌入式系统重点实验室, 浙江 杭州 310032)

摘要: 研究了一类带宽受限网络化系统的广义H_2滤波问题. 滤波器采用量化后的测量信号作为其输入信号, 采用对数量化器, 将滤波误差系统建模成范数有界不确定时滞系统. 利用Lyapunov 稳定性理论和线性矩阵不等式(LMI)技术, 得到了滤波误差系统渐近稳定的充分条件以及滤波器的设计方法. 数值示例验证了所给算法的可行性.

关键词: 广义H_2 滤波; 对数量化器; 线性矩阵不等式; 最大允许时延上界

中图分类号: TP273　　**文献标识码**: A

Generalized H-two filtering for networked systems with bandwidth constraints

ZHANG Dan, YU Li, ZHANG Wen-an

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology,
Zhejiang Provincial United Key Laboratory of Embedded Systems, Hangzhou Zhejiang 310032, China)

Abstract: The generalized H-two filtering problem is studied for a class of networked systems with bandwidth constraints. The quantized measurement signal is used as the input of the filter. Then, by using the logarithm quantizer, we model the filter-error system as a time-delay system with norm-bounded uncertainty. Sufficient conditions are derived for the asymptotic stability of the filter-error system by the Lyapunov stability theory and the linear matrix inequality (LMI) technique; and the design procedures for the filter are also provided. A numerical example is provided to illustrate the feasibility of the proposed method.

Key words: generalized H-two filtering; logarithm quantizer; linear matrix inequality; maximum allowable delay bound

1 引言(Introduction)

近年来网络控制系统(NCSs)的研究受到了国内外学者的广泛关注[1]. NCSs的出现, 给传统的状态估计问题带来了新的挑战. 如网络诱导时延、丢包和通信约束等因素对于状态估计的性能都有较大影响. 对于网络环境下的滤波问题, 文献[2]研究了具有Bernoulli分布的随机时延网络化不确定系统的H_∞滤波问题, 给出了全阶和降阶H_∞滤波器的设计方法. 文献[3]和文献[4]分别研究了具有多包丢失网络环境下的最优H_2和H_∞滤波问题, 它们均是将网络丢包建模成Markov链, 得到了滤波误差系统随机稳定的充分条件. 但是以上文献没有考虑到带宽有限网络环境下信号需经过量化处理才能进行发送. 文献[5]研究了带宽有限网络环境下的H_∞滤波问题, 采用参数依赖Lyapunov函数方法, 给出了滤波误差系统渐近稳定的充分条件. 而广义H_2滤波是在假定系统输入噪声能量有界情况下, 使得滤波误差系统具有一定的L_2–L_∞扰动抑制水平的滤波方法, 即研究的是能量–峰值增益滤波问题. 目前, 结合量化的网络化广义H_2滤波尚未见报道.

本文研究了一类具有带宽受限的连续时间网络化系统的广义H_2滤波问题. 采用对数量化器[6], 将滤波误差系统建模成一个范数有界不确定时滞系统, 利用Lyapunov稳定性理论和LMI技术, 得到了滤波误差系统渐近稳定并且具有给定广义H_2性能的充分条件, 同时给出了滤波器的设计方法. 数值示例表明所给出的滤波器设计方法是可行的.

2 滤波系统建模(Modeling of the filtering system)

本文考虑的滤波系统的结构如图1所示. 图中的对象由如下的线性时不变状态空间模型描述:

收稿日期: 2008−10−25, 收修改稿日期: 2009−06−05.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60834003, 60525304).

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B\omega(t), \\ y(t) = Cx(t) + D\omega(t), \\ z(t) = Lx(t). \end{cases} \tag{1}$$

其中: $x(t) \in \mathbb{R}^n$为状态变量, $y(t) \in \mathbb{R}^r$为量测输出, $z(t) \in \mathbb{R}^p$为待估计的信号向量, $\omega(t) \in \mathbb{R}^m$为扰动信号.

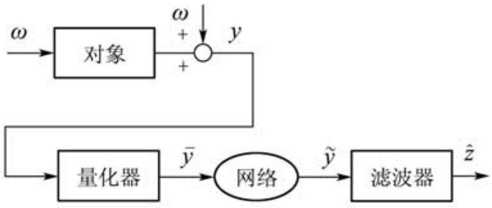

图 1 带宽受限网络化系统的滤波结构图

Fig. 1 Structure of networked filtering systems with bandwidth constraints

图中的量化器$f(\cdot)$为对数量化器, 量测信号经量化处理, 有$\bar{y}(t) = f(y(t))$. 定义量化误差$e_{\mathrm{q}}(t) = f(y(t)) - y(t) = \Delta(t)y(t)$, 其中: $\Delta(t) \in [-\delta, \delta]$, 且根据文献[6]的结果, 有量化因子$\delta < 1$.

要设计的滤波器具有如下结构:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}(t) = A_{\mathrm{f}}\tilde{x}(t) + B_{\mathrm{f}}\tilde{y}(t), \\ \tilde{z}(t) = C_{\mathrm{f}}\tilde{x}(t). \end{cases} \tag{2}$$

其中: $A_{\mathrm{f}} \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $B_{\mathrm{f}} \in \mathbb{R}^{n\times r}$, $C_{\mathrm{f}} \in \mathbb{R}^{p\times n}$是待定的滤波器参数矩阵. 由于网络的存在, 在第$i_k h$时刻, 滤波器的形式为

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}(t) = A_{\mathrm{f}}\tilde{x}(t) + B_{\mathrm{f}}f(y(i_k h)), \\ \tilde{z}(t) = C_{\mathrm{f}}\tilde{x}(t). \end{cases} \tag{3}$$

定义$\tau(t) = t - i_k h$, $t \in [i_k h + \tau_{i,k}, i_{k+1}h + \tau_{i,k+1})$, $k = 1, 2, 3\cdots$, 那么式(3)可以改写为

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}(t) = A_{\mathrm{f}}\tilde{x}(t) + B_{\mathrm{f}}f(y(t-\tau(t)), \\ \tilde{z}(t) = C_{\mathrm{f}}\tilde{x}(t). \end{cases} \tag{4}$$

定义 1 在网络环境下, $(i_{k+1} - i_k)h + \tau_{i,k+1} \leqslant \eta, k = 1, 2, \cdots$, η定义为最大允许时延上界(MADB), 且$\tau(t) \leqslant (i_{k+1} - i_k)h + \tau_{i,k+1} \leqslant \eta$.

根据量化误差的定义, 滤波器最终可转化为

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}(t) = A_{\mathrm{f}}\tilde{x}(t) + B_{\mathrm{f}}(1+\Delta(t))y(t-\tau(t)), \\ \tilde{z}(t) = C_{\mathrm{f}}\tilde{x}(t). \end{cases} \tag{5}$$

记$e(t) = z(t) - \tilde{z}(t)$, 则滤波误差系统可以描述为

$$\begin{cases} \dot{\xi}(t) = \bar{A}\xi(t) + \tilde{E}K\xi(t-\tau(t)) + \tilde{B}v(t), \\ e(t) = \bar{C}\xi(t). \end{cases} \tag{6}$$

其中:

$$\tilde{E} = \bar{E}(t) + \Delta(t)E,\ \tilde{B} = \bar{B}(t) + \Delta(t)B,$$
$$\xi(t) = [x^{\mathrm{T}}(t)\ \ \tilde{x}^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}},$$
$$v(t) = [\omega^{\mathrm{T}}(t)\ \ \omega^{\mathrm{T}}(t-\tau(t))]^{\mathrm{T}},$$
$$[\Delta(t)B\ \ \Delta(t)E] = H_1\Delta(t)[H_2\ \ C],$$
$$K = [I\ \ 0],\ \bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A_{\mathrm{f}} \end{bmatrix},\ \bar{B} = \begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & B_{\mathrm{f}}D \end{bmatrix},$$
$$\bar{C} = [L\ \ -C_{\mathrm{f}}],\ \bar{E} = \begin{bmatrix} 0 \\ B_{\mathrm{f}}C \end{bmatrix},\ H_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ B_{\mathrm{f}} \end{bmatrix},$$
$$H_2 = [0\ \ D].$$

定义 2 给定$\gamma > 0$, 如果系统(6)在$v(t) = 0$时是渐近稳定的, 且在零初始条件下, 对所有的$v \in \mathrm{L}_2[0,\infty)$, $||e||_\infty < \gamma||w||_2$成立, 那么系统(6)具有广义$\mathrm{H}_2$性能指标$\gamma$. 其中:

$$||e||_\infty = \sup_t \sqrt{e^{\mathrm{T}}(t)e(t)},$$
$$||v||_2 = \sqrt{\int_0^\infty v^{\mathrm{T}}(t)v(t)\mathrm{d}t}.$$

本文的目的是设计如式(2)所示的滤波器, 使得滤波误差系统(6)渐近稳定, 且具有期望的广义H_2性能指标γ.

3 广义H_2性能分析(Generalized H_2 performance analysis)

引理 1 如果$x(t) \in \mathbb{R}^n$是一阶连续可导函数, 则对任意矩阵$M_1, M_2, M_3 \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $W_1, W_2 \in \mathbb{R}^{n\times m}$以及对称正定矩阵$R \in \mathbb{R}^{n\times n}$, 有

$$-\int_{t-\eta}^{t} x^{\mathrm{T}}(s)Rx(s)\mathrm{d}s \leqslant k^{\mathrm{T}}(t)(\varPhi + \eta Y^{\mathrm{T}}R^{-1}Y)k(t).$$

其中:

$$\varPhi = \begin{bmatrix} M_1^{\mathrm{T}} + M_1 & M_2 & -M_1^{\mathrm{T}} + M_3 & W_1 & W_2 \\ * & 0 & -M_2^{\mathrm{T}} & 0 & 0 \\ * & * & -M_3 - M_3^{\mathrm{T}} & -W_1 & -W_2 \\ * & * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & * & 0 \end{bmatrix},$$
$$Y = [M_1\ \ M_2\ \ M_3\ \ W_1\ \ W_2],$$
$$k(t) = [x^{\mathrm{T}}(t)\ \ \tilde{x}^{\mathrm{T}}(t)\ \ x^{\mathrm{T}}(t-\tau(t))\ \ \omega^{\mathrm{T}}(t)\ \ \omega^{\mathrm{T}}(t-\tau(t))]^{\mathrm{T}}.$$

证 采用文献[7]中积分不等式的证明方法, 可得证本引理.

定理 1 考虑滤波误差系统(6), 对于给定的$\delta, \eta, \gamma > 0$, 如果存在矩阵$R > 0$, $P = \begin{bmatrix} P_1 & P_2 \\ * & P_3 \end{bmatrix}$, 以及适当维数的矩阵$M_1, M_2, M_3, W_1, W_2$和标量$\varepsilon > 0$, 使得

$$\Omega_{\rm a}=\begin{bmatrix}\Xi_1 & \eta\Gamma_1^{\rm T}R & \eta Y^{\rm T} & \Xi_2\\ * & -\eta R & 0 & 0\\ * & * & -\eta R & 0\\ * & * & * & -\varepsilon I\end{bmatrix}<0, \tag{7}$$

$$\Omega_{\rm b}=\begin{bmatrix}P_1 & P_2 & L^{\rm T}\\ * & P_3 & -C_{\rm f}^{\rm T}\\ * & * & \gamma^2 I\end{bmatrix}>0 \tag{8}$$

成立, 则滤波误差系统(6) 是渐近稳定的, 且具有广义H$_2$性能指标γ. 其中:

$$\Xi_1=\begin{bmatrix}\Omega_{11} & \Omega_{12} & \Omega_{13} & \Omega_{14} & \Omega_{15}\\ * & \Omega_{22} & \Omega_{23} & P_2^{\rm T}B & P_3B_{\rm f}D\\ * & * & \tilde{\Omega}_{33} & -W_1 & -W_2+\delta^2\varepsilon C^{\rm T}D\\ * & * & * & -I & 0\\ * & * & * & * & -I+\delta^2\varepsilon D^{\rm T}D\end{bmatrix},$$

$$\tilde{\Omega}_{33}=\Omega_{33}+\delta^2\varepsilon C^{\rm T}C,\ \Gamma_1=[A\ \ 0\ \ 0\ \ B\ \ 0],$$

$$\Xi_2=[B_{\rm f}^{\rm T}P_2^{\rm T}\ \ B_{\rm f}^{\rm T}P_3\ \ 0\ \ 0\ \ 0]^{\rm T},$$

$$\Omega_{11}=P_1A+A^{\rm T}P_1+M_1^{\rm T}+M_1,$$

$$\Omega_{12}=P_2A_{\rm f}+A^{\rm T}P_2+M_2,$$

$$\Omega_{13}=P_2B_{\rm f}C-M_1^{\rm T}+M_3,\ \Omega_{14}=P_1B+W_1,$$

$$\Omega_{15}=P_2B_{\rm f}D+W_2,\ \Omega_{22}=P_3A_{\rm f}+A_{\rm f}^{\rm T}P_3,$$

$$\Omega_{23}=P_3B_{\rm f}C-M_2^{\rm T},\ \Omega_{33}=-M_3-M_3^{\rm T}.$$

证 选取如下的Lyapunov函数:

$$V(t)=V_1(t)+V_2(t). \tag{9}$$

其中:

$$V_1(t)=\xi^{\rm T}(t)P\xi(t),$$

$$V_2(t)=\int_{-\eta}^{0}\int_{t+s}^{t}x(\alpha)Rx(\alpha){\rm d}\alpha{\rm d}s.$$

考虑$v(t)=0$, 在$t\in[i_kh+\tau_{i,k},i_{k+1}h+\tau_{i,k+1})$上对$V(t)$求导, 得

$$\dot{V}_1(t)=2\xi^{\rm T}(t)P[\bar{A}\ \ \tilde{E}]\tilde{k}(t),$$

$$\dot{V}_2(t)=\eta\xi^{\rm T}(t)R\xi(t)-\int_{t-\eta}^{t}\xi^{\rm T}(\alpha)R\xi(\alpha){\rm d}\alpha=$$

$$\eta\tilde{k}(t)\tilde{\Gamma}_1^{\rm T}R\tilde{\Gamma}_1\tilde{k}(t)-\int_{t-\eta}^{t}\xi^{\rm T}(\alpha)R\xi(\alpha){\rm d}\alpha.$$

其中:

$$\tilde{k}(t)=[x^{\rm T}(t)\ \ \tilde{x}^{\rm T}(t)\ \ x^{\rm T}(t-\tau(t))]^{\rm T},$$

$$\tilde{\Gamma}_1=[A\ \ 0\ \ 0].$$

利用引理1, 有

$$\dot{V}(t)\leqslant\tilde{k}^{\rm T}(t)\tilde{\Omega}_{\rm a}\tilde{k}(t).$$

其中:

$$\tilde{\Omega}_{\rm a}=\tilde{\Xi}_1+\eta\tilde{\Gamma}_1^{\rm T}R\tilde{\Gamma}_1+\eta\tilde{Y}^{\rm T}R^{-1}\tilde{Y},$$

$$\tilde{\Xi}_1=\begin{bmatrix}\Omega_{11} & \Omega_{12} & \Omega_{13}\\ * & \Omega_{22} & \Omega_{23}\\ * & * & \Omega_{33}\end{bmatrix}+\tilde{\Xi}_2\Delta\tilde{\Xi}_3+\tilde{\Xi}_3^{\rm T}\Delta\tilde{\Xi}_2^{\rm T},$$

$$\tilde{Y}=[M_1\ \ M_2\ \ M_3],$$

$$\tilde{\Xi}_2=[B_{\rm f}^{\rm T}P_2^{\rm T}\ \ B_{\rm f}^{\rm T}P_3\ \ 0]^{\rm T},\ \tilde{\Xi}_3=[0\ \ 0\ \ C].$$

由式(7)可得

$$\begin{bmatrix}\Omega_{11} & \Omega_{12} & \Omega_{13} & \eta A^{\rm T} & \eta M_1^{\rm T} & P_2B_{\rm f}\\ * & \Omega_{22} & \Omega_{23} & 0 & \eta M_2^{\rm T} & P_3B_{\rm f}\\ * & * & \tilde{\Omega}_{33} & 0 & \eta M_3^{\rm T} & 0\\ * & * & * & -\eta R & 0 & 0\\ & * & * & * & -\eta R & 0\\ * & * & * & * & * & -\varepsilon I\end{bmatrix}<0. \tag{10}$$

对式(10)使用Schur补后, 有

$$\begin{bmatrix}\Omega_{11} & \Omega_{12} & \Omega_{13} & \eta A^{\rm T} & \eta M_1^{\rm T}\\ * & \Omega_{22} & \Omega_{23} & 0 & \eta M_2^{\rm T}\\ * & * & \Omega_{33} & 0 & \eta M_3^{\rm T}\\ * & * & * & -\eta R & 0\\ & * & * & * & -\eta R\end{bmatrix}+$$

$$\tilde{\Xi}_2\varepsilon^{-1}\tilde{\Xi}_2^{\rm T}+\tilde{\Xi}_3^{\rm T}\varepsilon\delta^2\tilde{\Xi}_3<0.$$

根据上式及文献[6]处理不确定性的方法, 可得$\tilde{\Omega}_{\rm a}<0$. 从而

$$J=\int_{i_kh+\tau_{i,k}}^{t}\dot{V}(t,\alpha){\rm d}\alpha\leqslant$$

$$\int_{i_kh+\tau_{i,k}}^{t}\tilde{k}^{\rm T}(\alpha)\tilde{\Omega}_{\rm a}\tilde{k}(\alpha){\rm d}\alpha.$$

由$\bigcup\limits_{k=1}^{\infty}[i_kh,i_{k+1}h]=[t_0,\infty)$及上式, 可得$\dot{V}(t)<0$, 故系统(6)渐近稳定.

为了得到系统(6)的广义H$_2$性能, 考虑如下的性能函数:

$$\tilde{J}=V(t)-V(i_kh+\tau_{i,k})-\int_{i_kh+\tau_{i,k}}^{t}v^{\rm T}(\alpha)v(\alpha){\rm d}\alpha.$$

利用引理1, 有

$$\tilde{J}=\int_{i_kh+\tau_{i,k}}^{t}\dot{V}(t)-v^{\rm T}(\alpha)v(\alpha){\rm d}\alpha\leqslant$$

$$\int_{i_kh+\tau_{i,k}}^{t}\tilde{k}^{\rm T}(\alpha)\check{\Omega}_{\rm a}\tilde{k}(\alpha){\rm d}\alpha.$$

其中:

$$\check{\Omega}_{\rm a}=\check{\Xi}_1+\eta\Gamma_1^{\rm T}R\Gamma_1+\eta Y^{\rm T}R^{-1}Y,$$

$$\check{\varXi}_1=\begin{bmatrix}\varOmega_{11} & \varOmega_{12} & \varOmega_{13} & \varOmega_{14} & \varOmega_{15}\\ * & \varOmega_{22} & \varOmega_{23} & P_2^{\mathrm T}B & P_3B_{\mathrm f}D\\ * & * & \varOmega_{33} & -W_1 & -W_2\\ * & * & * & -I & 0\\ * & * & * & * & -I\end{bmatrix}+$$

$$\check{\varXi}_2\Delta\check{\varXi}_3+\check{\varXi}_3^{\mathrm T}\Delta\check{\varXi}_2^{\mathrm T},$$

$$\check{\varXi}_2=[B_{\mathrm f}^{\mathrm T}P_2^{\mathrm T}\ \ B_{\mathrm f}^{\mathrm T}P_3\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0]^{\mathrm T},$$

$$\check{\varXi}_3=[0\ \ 0\ \ C\ \ 0\ \ D\ \ 0\ \ 0].$$

采用Schur补引理以及文献[6] 处理不确定性的方法, 有$\tilde J<0$. 再对式(8)使用Schur补, 可得

$$e^{\mathrm T}(t)e(t)=\xi^{\mathrm T}(t)\bar C^{\mathrm T}(t)\bar C(t)\xi(t)<\gamma^2\xi^{\mathrm T}(t)P\xi(t)<\gamma^2V(t),$$

而

$$\gamma^2(V(t)-V(i_kh+\tau_{i,k}))\leqslant\gamma^2\int_{i_kh+\tau_{i,k}}^{t}v^{\mathrm T}(\alpha)v(\alpha)\mathrm d\alpha.$$

进一步, 有

$$\gamma^2(V(t)-V(t_0))\leqslant\gamma^2\int_{t_0}^{t}v^{\mathrm T}(\alpha)v(\alpha)\mathrm d\alpha.$$

在零初始条件下, $V(t_0)=0$, 则

$$e^{\mathrm T}(t)e(t)<\gamma^2\int_{t_0}^{\infty}v^{\mathrm T}(\alpha)v(\alpha)\mathrm d\alpha.$$

故对所有的$v\in \mathrm L_2[0,\infty)$, 有$||e||_\infty<\gamma||v||_2$, 从而系统(6) 具有广义$\mathrm H_2$性能指标$\gamma$. 证毕.

4 滤波器设计(Filter design)

定理 2 对于给定的$\eta,\gamma>0$, 如果存在正定矩阵P_1,U,R, 矩阵$M_1,\tilde M_2,M_3,N_1,N_2,N_3,W_1,W_2$和标量$\varepsilon>0$, 使得

$$U-P_1<0,\tag{11}$$

$$\varPsi_{\mathrm a}=\begin{bmatrix}\varXi_1' & \eta\varGamma_1^{\mathrm T}R & \eta Y^{\mathrm T} & \varXi_2'\\ * & -\eta R & 0 & 0\\ * & * & -\eta R & 0\\ * & * & * & -\varepsilon I\end{bmatrix}<0,\tag{12}$$

$$\varPsi_{\mathrm b}=\begin{bmatrix}P_1 & U & L^{\mathrm T}\\ * & U & -N_3^{\mathrm T}\\ * & * & \gamma^2I\end{bmatrix}>0\tag{13}$$

成立, 则存在具有广义$\mathrm H_2$性能γ的滤波器(2). 其中:

$$\varXi_1'=\begin{bmatrix}\varOmega_{11} & \varUpsilon_{12} & \varUpsilon_{13} & \varOmega_{14} & N_2D+W_2\\ * & \varUpsilon_{22} & \varUpsilon_{23} & UB & N_2D\\ * & * & \tilde\varOmega_{33} & -W_1 & -W_2+\delta^2\varepsilon C^{\mathrm T}D\\ * & * & * & -I & 0\\ * & * & * & * & -I+\delta^2\varepsilon D^{\mathrm T}D\end{bmatrix},$$

$$\varXi_2'=[N_2^{\mathrm T}\ \ N_2^{\mathrm T}\ \ 0\ \ 0\ \ 0],$$

$$\varUpsilon_{12}=N_1+A^{\mathrm T}U+\tilde M_2,$$

$$\varUpsilon_{13}=N_2C-M_1^{\mathrm T}+M_3,$$

$$\varUpsilon_{22}=N_1+N_1^{\mathrm T},\ \varUpsilon_{23}=N_2C-\tilde M_2^{\mathrm T}.$$

进一步, 系数矩阵为$A_{\mathrm f}=N_1U^{-1}$, $B_{\mathrm f}=N_2$, $C_{\mathrm f}=N_3U^{-1}$.

证 由于U正定, 可知存在矩阵P_2和矩阵$P_3>0$, 使得$U=P_2P_3^{-1}P_2^{\mathrm T}$, 定义

$$\tilde M_2=M_2P_3^{-1}P_2^{\mathrm T},$$

$$G_1=\mathrm{diag}\{I,P_3^{-1}P_2^{\mathrm T},I,I,I,I,I,I\},$$

$$G_2=\mathrm{diag}\{I,P_3^{-1}P_2^{\mathrm T},I\}$$

在$\varOmega_{\mathrm a}$两端分别左乘、右乘矩阵$G_1^{\mathrm T}$和G_1, 并定义

$$A_{\mathrm F}=P_2^{-1}N_1U^{-1}P_2,\ B_{\mathrm F}=P_2^{-1}N_2,$$

$$C_{\mathrm F}=N_3U^{-1}P_2.$$

将式(7)中的$(A_{\mathrm f},B_{\mathrm f})$替换为$(A_{\mathrm F},B_{\mathrm F})$, 得到$\varPsi_{\mathrm a}=G_1^{\mathrm T}\varOmega_{\mathrm a}G_1$, 由$\varOmega_{\mathrm a}<0$, 可得$\varPsi_{\mathrm a}<0$. 同时在$\varOmega_{\mathrm b}$两端分别左乘、右乘矩阵$G_2^{\mathrm T}$和$G_2$, 并将式(8)中的$C_{\mathrm f}$替换为$C_{\mathrm F}$, 得到: $\varPsi_{\mathrm b}=G_2^{\mathrm T}\varOmega_{\mathrm b}G_2$, 由$\varOmega_{\mathrm b}<0$, 可得$\varPsi_{\mathrm b}<0$. 另一方面, 由式(11): $P_1-U=P_1-P_2P_3^{-1}P_2^{\mathrm T}>0$, 可得$P=\begin{bmatrix}P_1 & P_2\\ * & P_3\end{bmatrix}>0$, 则根据定理1, 所设计的滤波器可以写为

$$\begin{cases}\dot x_{\mathrm f}(t)=A_{\mathrm F}x_{\mathrm f}(t)+B_{\mathrm F}f(y(t-\tau(t))),\\ z_{\mathrm f}(t)=C_{\mathrm F}x_{\mathrm f}(t).\end{cases}\tag{14}$$

再次做变量替换: $\tilde x(t)=P_2x_{\mathrm f}(t)$, 则上式可转化为

$$\begin{cases}\dot{\tilde x}(t)=N_1U^{-1}\tilde x(t)+N_2f(y(t-\tau(t))),\\ \tilde z(t)=N_3U^{-1}\tilde x(t).\end{cases}\tag{15}$$

与式(4)比较, 即可得滤波器系数矩阵. 证毕.

5 数值算例(Numerical example)

考虑系统(1), 其中的系数矩阵如下:

$$A=\begin{bmatrix}-2 & 0\\ 0 & -0.9\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}1\\ -3\end{bmatrix},$$

$$C=[0.5\ \ -0.7],\ D=1,\ L=[1\ \ 0.6].$$

根据定理2, 给定MADBη, 利用MATLAB中的LMI Toolbox, 可得不同量化因子δ与广义$\mathrm H_2$性能指标γ之间的关系. 如给定$\eta=0.4$时, δ与γ之间的关系为: $\delta=0.3$, $\gamma=0.6038$; $\delta=0.5$, $\gamma=0.67$; $\delta=0.8$, $\gamma=0.7730$. 可见, 当选取的量化因子增加时, 滤波误差系统的性能将变差.

类似地, 若给定$\delta=0.5$, 可得不同的η所对应的γ. 如: $\eta=0.4$, $\gamma=0.67$; $\eta=0.6$, $\gamma=0.7271$;

$\eta = 0.8, \gamma = 0.7678$. 可以看出, 当$\delta$给定时, 时延上界的增加会导致系统期望的广义$H_2$性能变差. 同时, 取$\delta = 0.5, \eta = 0.6$, 滤波器系数为

$$A_{\mathrm{f}} = \begin{bmatrix} -11.2325 & 39.6978 \\ -2.2095 & 7.5286 \end{bmatrix},$$

$$B_{\mathrm{f}} = \begin{bmatrix} -0.0633 \\ 0.0885 \end{bmatrix}, C_{\mathrm{f}} = [0.3827 \quad -1.8497].$$

6 结论(Conclusion)

本文讨论了一类线性连续时间系统在带宽受限网络环境下的广义H_2滤波问题. 采用对数量化器, 将滤波误差系统建模成一个范数有界不确定时滞系统. 利用Lyapunov稳定性理论和LMI技术, 给出了滤波误差系统渐近稳定并且具有一定的广义H_2性能指标的充分条件以及滤波器的设计方法. 数值结果表明了所给设计方法的可行性.

参考文献(References):

[1] ZHANG L Q, SHI Y, CHEN T, et al. A new method for stabilization of networked control system with random delays[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(8): 1177 – 1181.

[2] 王武, 林琼斌, 杨富文. 具有随机通讯时延的离散网络化系统的H_∞滤波器设计[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(3): 366 – 371.
(WANG Wu, LIN Qiongbin, YANG Fuwen. H_∞ filter design for discrete-time networked systems with random communication delays[J]. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(3): 366 – 371.)

[3] SAHEBSARA M, CHEN T, SHAH S L. Optimal H_2 filtering with random sensor delays, multiple packet dropout and uncertain observations[J]. *International Journal of Control*, 2007, 80(2): 292 – 301.

[4] SAHEBSARA M, CHEN T, SHAH S L. Optimal H_∞ filtering in networked control systems with multiple packet dropouts[J]. *Systems & Control Letters*, 2008, 57(9): 696 – 702.

[5] GAO H, CHEN T. H_∞ estimation for uncertain systems with limited communcation capacity[J]. *IEEE Transactions on Automatic control*, 2007, 52(11): 2070 – 2084.

[6] FU M, XIE L. The sector bound approach to quantized feedback control[J]. *IEEE Transactions on Automatic control*, 2005, 50(11): 1698 – 1171.

[7] 张先明. 基于积分不等式方法的时滞相关鲁棒控制研究[D]. 长沙: 中南大学, 2006.
(ZHANG Xianming. Study on delay-dependent robust control based on an integral inequality approach[D]. Changsha: Central South University, 2006.)

作者简介:

张　丹 (1985—), 男, 硕士研究生, 研究方向为功率控制、网络控制、时滞系统等, E-mail: Jason_Zhang19850626@hotmail.com;

俞　立 (1961—), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为网络控制系统、时滞系统、鲁棒控制等, E-mail: lyu@zjut.edu.cn;

张文安 (1982—), 男, 博士研究生, 研究方向为网络控制系统、时滞系统等, E-mail: wazhg@hotmail.com.