

具有多包数据丢失非线性系统的耗散模糊滤波

林琼斌¹, 杨富文², 王 武¹

(1. 福州大学 电气工程与自动化学院, 福建 福州 350108; 2. 华东理工大学 信息科学与工程学院, 上海 200237)

摘要: 研究一类存在多包数据随机丢失非线性滤波系统的模糊滤波器设计问题, 采用T-S模糊模型对非线性系统进行建模, 并用已知概率分布的二进制切换序列来描述数据多包随机丢失现象. 基于线性矩阵不等式方法给出了模糊滤波器存在的充分条件, 该条件保证所设计的模糊滤波器使得滤波误差系统均方指数稳定且满足期望的耗散性能指标. 最后通过数字仿真例子说明了设计方法的有效性.

关键词: 多包数据丢失; 非线性系统; T-S模糊模型; 模糊耗散滤波; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Dissipative fuzzy filtering for nonlinear systems with multiple packet dropouts

LIN Qiong-bin¹, YANG Fu-wen², WANG Wu¹

(1. College of Electrical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou Fujian 350108, China;

2. School of Information Science and Engineering, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237, China)

Abstract: The problem of designing a dissipative fuzzy filter is addressed for a class of nonlinear systems with multiple packet dropouts. The Takagi and Sugeno(T-S) fuzzy model is employed to represent a discrete-time nonlinear system, and the multiple packet dropouts in measurements are described by a binary switching sequence satisfying a conditional probability distribution. Based on a linear matrix inequality(LMI) approach, we develop a fuzzy dissipative filter which guarantees that the filter-error systems are exponentially mean-square stable and with strict dissipativeness. A numerical example is provided to illustrate the design developed in this paper.

Key words: multiple packet dropouts; nonlinear system; T-S fuzzy model; dissipative fuzzy filtering; LMI

1 引言(Introduction)

基于通讯网络的系统控制与滤波最近几年得到了国内外学者的广泛关注^[1~9]. 然而这些研究的对象主要是线性系统, 对于具有数据丢失的网络化非线性系统的研究鲜有文献报道, 文献[10]基于Bernoulli随机描述设计了非线性离散时滞系统的状态反馈控制, 并且把丢失的数据都当作零处理. 文献[11~13]针对同时存在数据丢失和网络诱导时延的非线性连续系统, 设计了模糊控制器. 文献[14]针对非线性系统给出了存在测量数据丢失情况下滤波器设计的充分条件, 但该条件为非线性不等式, 滤波器参数无法通过直接优化获得, 而且也是把丢失数据当作零来处理, 当出现连续多个数据丢失情况下, 可能导致滤波效果差. 实际情况应该是数据丢失后, 滤波器采用前次所获得的数据, 如文献[15,16], 但其研究对象是线性离散时间系统, 而针对存在多包丢

失的非线性系统的网络滤波器设计, 目前未见文献报道.

本文针对具有多包数据丢失的非线性系统, 用能以任意精度逼近 $\mathbb{R}^n$ 中闭集上连续函数的T-S模糊模型对非线性对象进行重新建模, 采用满足Bernoulli分布的随机序列来描述数据多包丢失, 并考虑丢包后, 采用滤波器上次获得的对象输出数据, 设计了具有同样非线性特性的模糊滤波器, 给出了同时满足滤波误差系统均方指数稳定且是均方意义下严格 (Q, S, R) 耗散的模糊滤波器存在的充分条件. 并通过数值仿真例子说明滤波器设计的过程及其有效性.

2 问题描述(Problem formulation)

考虑一类由离散T-S模糊模型描述的非线性系统, 其第 i 条模糊规则如下:

收稿日期: 2008-11-07; 收修改稿日期: 2009-06-14.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60604027, 60874059); 福建省自然科学基金资助项目(2009J01279); 福州大学科技发展基金资助项目(2009-XY-2).

R_i : if $\mu_{1,k}$ is M_{1i} and $\mu_{2,k}$ is $M_{2i} \cdots$ and $\mu_{t,k}$ is M_{ti} , then

$$\begin{cases} x_{k+1} = A_i x_k + B_i w_k, \\ y_k = C_i x_k + D_i w_k, \\ z_k = L_i x_k. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $M_{fi}(f = 1, 2, \dots, t)$ 是模糊集, t 为前件变量数, $i \in \mathcal{O} \triangleq \{1, 2, \dots, r\}$, r 是模糊规则数, $x_k \in \mathbb{R}^n$, $y_k \in \mathbb{R}^q$, $z_k \in \mathbb{R}^p$ 分别表示状态向量、测量输出向量和被估计量, $w_k \in \mathbb{R}^l$ 是噪声输入信号, A_i, B_i, C_i, D_i, L_i 是具有适当维数的实常数矩阵, $\mu_{f,k}(f = 1, 2, \dots, t)$ 是前件变量.

令 $\mu_k = [\mu_{1,k}, \mu_{2,k}, \dots, \mu_{t,k}]$, 则去模糊化后的系统全局模型为

$$\begin{cases} x_{k+1} = \sum_{i=1}^r h_i(\mu_k) [A_i x_k + B_i w_k], \\ y_k = \sum_{i=1}^r h_i(\mu_k) [C_i x_k + D_i w_k], \\ z_k = \sum_{i=1}^r h_i(\mu_k) L_i x_k. \end{cases} \quad (2)$$

其中:

$$h_i(\mu_k) = \frac{\psi_i(\mu_k)}{\sum_{i=1}^r \psi_i(\mu_k)} \geq 0$$

是隶属度函数,

$$\psi_i(\mu_k) = \prod_{f=1}^t M_{fi}(\mu_{fk}) \geq 0,$$

且有

$$\sum_{i=1}^r h_i(\mu_k) = 1.$$

考虑如下形式的网络模糊滤波器:

$$\begin{cases} \hat{x}_{k+1} = \sum_{j=1}^r h_j(\mu_k) [A_{Fj} \hat{x}_k + B_{Fj} y_{F,k}], \\ \hat{z}_k = \sum_{j=1}^r h_j(\mu_k) L_j \hat{x}_k. \end{cases} \quad (3)$$

其中: $\hat{x}_k \in \mathbb{R}^n$ 表示估计状态, $\hat{z}_k \in \mathbb{R}^p$ 估计向量, 矩阵 A_{Fi} 和 $B_{Fi}(i \in \mathcal{O})$ 为待定的滤波器参数, $y_{F,k} \in \mathbb{R}^q$ 是滤波器所得到的对象测量输出. 考虑网络拥塞而造成测量信息的随机丢失现象, 滤波器所获得的测量输出 $y_{F,k}$ 与对象实际测量输出 y_k 的关系如下,

$$y_{F,k} = (1 - \beta_k) y_k + \beta_k y_{F,k-1}. \quad (4)$$

$\beta_k \in \mathbb{R}$ 是一个满足 Bernoulli 分布序列的随机变量, 取值为 0 和 1, 概率为

$$P\{\beta_k = 1\} = E\{\beta_k\} \triangleq \bar{\beta}, \quad (5)$$

$$P\{\beta_k = 0\} = 1 - E\{\beta_k\} \triangleq 1 - \bar{\beta}, \quad (6)$$

其中 $\bar{\beta}$ 是已知的正数.

令 $h_i = h_i(\mu_k)$, 则根据式(2)~(4), 可以得到如下增广系统:

$$\begin{cases} \eta_{k+1} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j [\tilde{A}_{ij} \eta_k + \tilde{B}_{ij} w_k], \\ e(k) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \tilde{L}_{ij} \eta_k. \end{cases} \quad (7)$$

其中:

$$\begin{aligned} e_k &= z_k - \hat{z}_k, \quad \eta_k = [x_k^T \ y_{F,k-1}^T \ \hat{x}_k^T]^T, \\ \tilde{A}_{ij} &= \bar{A}_{ij} + (\beta_k - \bar{\beta}) \bar{\bar{A}}_{ij}, \\ \tilde{B}_{ij} &= \bar{B}_{ij} + (\beta_k - \bar{\beta}) \bar{\bar{B}}_{ij}, \\ \tilde{L}_{ij} &= [L'_i - L_j], \end{aligned}$$

且

$$\begin{aligned} \bar{A}_{ij} &= \begin{bmatrix} A'_i & 0 \\ B_{Fj} C'_i & A_{Fj} \end{bmatrix}, \quad \bar{\bar{A}}_{ij} = \begin{bmatrix} A''_i & 0 \\ B_{Fj} C''_i & 0 \end{bmatrix}, \\ \bar{B}_{ij} &= \begin{bmatrix} B'_i \\ B_{Fj} D'_i \end{bmatrix}, \quad \bar{\bar{B}}_{ij} = \begin{bmatrix} B''_i \\ B_{Fj} D''_i \end{bmatrix}, \\ A'_i &= \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ (1 - \bar{\beta}) C_i & \bar{\beta} \end{bmatrix}, \quad A''_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -C_i & I \end{bmatrix}, \\ B'_i &= \begin{bmatrix} B_i \\ (1 - \bar{\beta}) D_i \end{bmatrix}, \quad B''_i = \begin{bmatrix} 0 \\ -D_i \end{bmatrix}, \\ C'_i &= [(1 - \bar{\beta}) C_i \ \bar{\beta}], \quad C''_i = [-C_i \ I], \\ D'_i &= (1 - \bar{\beta}) D_i, \quad D''_i = -D_i, \quad L'_i = [L_i \ \mathbf{0}_{p \times q}]. \end{aligned}$$

定义 1 定义均方能量函数 J 为

$$\begin{aligned} E\{J < e, w, T >\} &= \\ E\{< e, Qe >_T\} + E\{2 < e, Sw >_T\} + \\ E\{< w, Rw >_T\}. \end{aligned} \quad (8)$$

其中: $< e, w >_T = \sum_{k=0}^T e_k^T w_k$, Q, R, S 是具有适当维数的权矩阵, 且 Q, R 是对称矩阵.

定义 2 如果对于任意的 $T > 0$, 在零初始条件下, 对于所有的非零 $w \in l_2[0, T]$, 下式成立时, 则滤波误差系统(7)是均方意义下严格 (Q, S, R) 耗散的:

$$E\{J < e, w, T >\} > 0. \quad (9)$$

本文的目的是寻求模糊滤波器(3)使得 T-S 模糊描述的非线性系统(1)满足下面要求:

- 1) $w_k = 0$ 时, 滤波误差系统(7)是均方指数稳定的;
- 2) 在零初始条件下, 滤波误差系统(7)是均方意

义下严格(Q, S, R)耗散的.

注 1 耗散性能包括了 H_∞ 性能和无源性能等.

1) 给定 $\gamma > 0$, 取 $Q = -I, S = 0, R = \gamma^2 I$, 则耗散滤波变成标准的 H_∞ 滤波问题.

2) 如果 $Q = 0, S = I, R = 0$, 则为正实滤波.

3) 如果 $Q = 0, S = I, R = \gamma^2 I$, 则为无源滤波.

引理 1 [17] 如果

$$\begin{cases} M_{ii} < 0, i \in \mathcal{O}, \\ \frac{1}{r-1}M_{ii} + \frac{1}{2}(M_{ij} + M_{ji}) < 0, i \neq j \in \mathcal{O} \end{cases} \quad (10)$$

成立, 那么下式成立:

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j M_{ij} < 0. \quad (11)$$

3 主要结论(Main results)

定理 1 给定耗散性能指标 Q, S, R , 如果存在正定对称矩阵 P , 以及矩阵 A_{Fj} 和 B_{Fj} 使得下列不等式组(12)成立, 则存在随机多包数据丢失的滤波误差系统(7)是渐近稳定且严格(Q, R, S)耗散的.

$$\begin{cases} M_{ii} < 0, i \in \mathcal{O}, \\ \frac{1}{r-1}M_{ii} + \frac{1}{2}(M_{ij} + M_{ji}) < 0, i \neq j \in \mathcal{O}. \end{cases} \quad (12)$$

其中:

$$M_{ij} = \begin{bmatrix} -P & * & * & * & * \\ -S^T \tilde{L}_{ij} & -R & * & * & * \\ P \bar{A}_{ij} & P \bar{B}_{ij} & -P & * & * \\ b P \bar{A}_{ij} & b P \bar{B}_{ij} & 0 & -P & * \\ Q_-^{1/2} \tilde{L}_{ij} & 0 & 0 & 0 & -I \end{bmatrix}, i, j \in \mathcal{O},$$

$$Q_-^{1/2} = \sqrt{-Q}, b = \sqrt{(1 - \bar{\beta})\bar{\beta}}.$$

证 首先证明滤波误差系统(7)是均方指数稳定的, 此时令 $w_k = 0$. 取Lyapunov函数为

$$V_k = \eta_k^T P \eta_k. \quad (13)$$

P 为正定对称矩阵. 由于

$$E(\beta_k - \bar{\beta}) = 0, E(\beta_k - \bar{\beta})^2 = (1 - \bar{\beta})\bar{\beta},$$

那么有

$$\begin{aligned} \Delta V_k &= E\{V_{k+1} | V_k\} - E\{V_k\} \leq \\ E\left\{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \eta_k^T \tilde{A}_{ij}^T P \tilde{A}_{ij} \eta_k\right\} - \eta_k^T P \eta_k &= \\ \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \eta_k^T \Gamma_{ij} \eta_k. \end{aligned} \quad (14)$$

其中

$$\Gamma_{ij} = \bar{A}_{ij}^T P \bar{A}_{ij} + b \bar{A}_{ij}^T P \bar{A}_{ij} - P.$$

由Schur补引理可知式(12)隐含 $\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \Gamma_{ij} < 0$, 因此

$$\Delta V_k = E\{V_{k+1} | V_k\} - E\{V_k\} < 0. \quad (15)$$

那么根据参考文献[7]的定理1证明过程可知道误差系统(7)是均方指数稳定的.

其次证明系统(7)是均方意义下严格(Q, R, S)耗散的.

$$\begin{aligned} -J < e, w, T > \leq \\ \sum_{k=0}^T \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \xi_k^T \begin{bmatrix} \tilde{L}_{ij}^T Q_- \tilde{L}_{ij} & \tilde{L}_{ij}^T S \\ S^T \tilde{L}_{ij} & R \end{bmatrix} \xi_k. \end{aligned} \quad (16)$$

其中: $\xi_k = [\eta_k^T w_k^T]^T, Q_- = -Q$.

零初始状态时,

$$E\left\{\sum_{k=0}^T \Delta V_k\right\} = V_T > 0,$$

则

$$\begin{aligned} -E\{J < e, w, T >\} < E\{-J < e, w, T >\} + \\ E\left\{\sum_{k=0}^T \Delta V_k\right\} &\leq \sum_{k=0}^T \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \xi_k^T \Psi_{ij} \xi_k. \end{aligned} \quad (17)$$

其中

$$\begin{aligned} \Psi_{ij} &= \begin{bmatrix} -P & -\tilde{L}_{ij}^T S \\ -S^T \tilde{L}_{ij} & -R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{L}_{ij}^T \\ 0 \end{bmatrix} Q_- \begin{bmatrix} \tilde{L}_{ij}^T \\ 0 \end{bmatrix}^T + \\ &\begin{bmatrix} \bar{A}_{ij}^T \\ \bar{B}_{ij}^T \end{bmatrix} P \begin{bmatrix} \bar{A}_{ij}^T \\ \bar{B}_{ij}^T \end{bmatrix}^T + b \begin{bmatrix} \bar{A}_{ij}^T \\ \bar{B}_{ij}^T \end{bmatrix} P \begin{bmatrix} \bar{A}_{ij}^T \\ \bar{B}_{ij}^T \end{bmatrix}^T. \end{aligned}$$

由 Schur 补引理, 不等式组 (12) 成立, 那么有 $\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \Psi_{ij} < 0$, 因此 $E\{J < z, w, T >\} > 0$, 那么根据定义2, 滤波误差系统(7)是均方意义下严格(Q, R, S)耗散的. 证毕.

定理1给出了误差系统满足渐近稳定和严格(Q, R, S)耗散的条件, 但是不等式(12)为非线性, 无法直接利用LMI工具箱进行优化求解. 下面给出用LMI表示的滤波器存在的充分条件.

定理 2 给定耗散性能指标 Q, S, R , 对于模糊系统(1), 存在一个满足均方意义下严格(Q, S, R)耗散性能的模糊滤波器(5)的充分条件是存在对称正定矩阵 P_1, P_3 , 矩阵 P_2, V_1, V_2, V_3, X 使得下列不等式组成立:

$$\begin{cases} \tilde{M}_{ii} < 0, i \in \mathcal{O}, \\ \frac{1}{r-1} \tilde{M}_{ii} + \frac{1}{2}(\tilde{M}_{ij} + \tilde{M}_{ji}) < 0, i \neq j \in \mathcal{O}. \end{cases} \quad (18)$$

其中 $\tilde{M}_{ij}$ 如式(19)所示.

$$\tilde{M}_{ij} = \begin{bmatrix} -P_1 & * & * & * & * & * & * & * \\ -P_2^T & -P_3 & * & * & * & * & * & * \\ -S^T L'_i & S^T L_j X & -R & * & * & * & * & * \\ V_1^T A'_i + E \hat{B}_{Fj} C'_i & E \hat{A}_{Fj} & V_1^T B'_i + E \hat{B}_{Fj} D'_i & \tilde{P}_1 & * & * & * & * \\ V_3^T A'_i + \beta \hat{B}_{Fj} C'_i & \hat{A}_{Fj} & V_3^T B'_i + \hat{B}_{Fj} D'_i & \tilde{P}_2^T \tilde{P}_3 & * & * & * & * \\ bV_1^T A''_i + bE \hat{B}_{Fj} C''_i & 0 & bV_1^T B''_i + bE \hat{B}_{Fj} D''_i & 0 & 0 & \tilde{P}_1 & * & * \\ bV_3^T A''_i + b\hat{B}_{Fj} C''_i & 0 & bV_3^T B''_i + b\hat{B}_{Fj} D''_i & 0 & 0 & \tilde{P}_2^T \tilde{P}_3 & * & * \\ Q_-^{1/2} L'_i & -Q_-^{1/2} L_j X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I \end{bmatrix}. \quad (19)$$

其中:

$$\begin{aligned} \tilde{P}_1 &= P_1 - V_1 - V_1^T, \quad \tilde{P}_2^T = P_2^T - V_2 E^T - V_3^T, \\ \tilde{P}_3 &= P_3 - V_2 - V_2^T, \quad E = [I_{n \times n} \ 0_{q \times n}]^T, \end{aligned}$$

且滤波器的未知参数可由下式获得:

$$A_{Fj} = X V_2^{-1} \hat{A}_{Fj} X^{-1}, \quad B_{Fj} = X V_2^{-1} \hat{B}_{Fj}. \quad (20)$$

证 参照文献[18], 引入任意矩阵 G , 可实现不等式组(12)中矩阵 P 和待定的滤波器参数矩阵的解耦, 即式(12)等价于

$$\begin{cases} \bar{M}_{ii} < 0, \quad i \in \mathcal{O}, \\ \frac{1}{r-1} \bar{M}_{ii} + \frac{1}{2} (\bar{M}_{ij} + \bar{M}_{ji}) < 0, \quad i \neq j \in \mathcal{O}. \end{cases} \quad (21)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{M}_{ij} &= \\ &\begin{bmatrix} -P & * & * & * & * \\ -S^T \tilde{L}_{ij} & -R & * & * & * \\ G^T \bar{A}_{ij} & G^T \bar{B}_{ij} & P - G - G^T & * & * \\ bG^T \bar{A}_{ij} & bG^T \bar{B}_{ij} & 0 & P - G - G^T & * \\ Q_-^{1/2} \tilde{L}_{ij} & 0 & 0 & 0 & -I \end{bmatrix}, \\ &i, j = 1, 2, \dots, r. \end{aligned}$$

构造任意矩阵 G 如下:

$$G = \begin{bmatrix} V_1 & V_3 U^{-1} G_{22} \\ U E^T & G_{22} \end{bmatrix}. \quad (22)$$

其中: $V_1 \in \mathbb{R}^{(n+q) \times (n+q)}$, $V_3 \in \mathbb{R}^{(n+q) \times n}$, $U \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $E = [I_{n \times n} \ 0_{q \times n}]^T$, $G_{22} \in \mathbb{R}^{n \times n}$. 另外令

$$\begin{cases} V_2 = U^T G_{22}^{-1} U, \quad X = G_{22}^{-1} U = U^{-T} V_2, \\ J = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & G_{22}^{-1} U \end{bmatrix}, \quad J^T P J = \begin{bmatrix} P_1 & P_2 \\ P_2^T & P_3 \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (23)$$

取变换矩阵 $T = \text{diag}\{J, I, J, J, I\}$, 对不等式组(18)进行合同变换, 并令 $\hat{B}_{Fj} = U^T B_{Fj}$, $\hat{A}_{Fj} = U^T A_{Fj} G_{22}^{-1} U$, 即得到不等式组(18). 因此滤波器的未知参数可由式(20)获得. 证毕.

4 仿真例子(Numerical simulation)

采用参考文献[19]的例子, 并假设 $d_1 = d_2 = 0$, 可以得到如下系统离散模型:

$$\begin{cases} x_{1,k+1} = 0.42x_{1,k} + 0.25x_{2,k} + \\ \quad 0.23x_{1,k}^2 + 0.1w_{1,k}, \\ x_{2,k+1} = 0.39x_{1,k} + 0.39x_{2,k} - \\ \quad 0.14x_{1,k}^2 + 0.1w_{2,k}, \\ y_k = 1.05x_{1,k} + 0.125x_{1,k}^2 + 1.05x_{2,k} + \\ \quad 0.125x_{2,k}^2 + 0.1w_{3,k}, \\ z_k = x_{1,k} + 2x_{2,k}. \end{cases} \quad (24)$$

其中 $x_1, x_2 \in [-1, 1]$.

令 $w_k = [w_{1,k} \ w_{2,k} \ w_{3,k}]^T$, 并取隶属度函数为 $M_1(x_k) = (1 + x_k)/2$, $M_2(x_k) = (1 - x_k)/2$. 则非线性系统(24)可以用规则数 $r = 4$ 的 T-S 模糊模型(1)表示, 且相应各矩阵参数为 ($i = 1, 2, 3, 4$)

$$A_1 = A_2 = \begin{bmatrix} 0.65 & 0.25 \\ 0.16 & 0.39 \end{bmatrix}, \quad B_i = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_3 = A_4 = \begin{bmatrix} 0.19 & 0.25 \\ 0.62 & 0.39 \end{bmatrix}, \quad C_1 = [1.175 \ 1.175],$$

$$C_2 = [1.175 \ 0.925], \quad C_3 = [0.925 \ 1.175],$$

$$C_4 = [0.925 \ 0.925], \quad D_i = [0 \ 0 \ 0.1], \quad L_i = [1 \ 2].$$

根据注1, 下面考虑两种情况下的滤波器设计.

情况 1 混合滤波器设计. 取 $Q = -0.9$, $S = [0.05 \ 0.05 \ 0.05]$, $R = 0.4 * I_{3 \times 3}$, 根据定理2并结合式(21), 利用 LMI Toolbox 对 LMIs(18)进行求解, 可得丢失概率为 $\beta = 0.2$ 时滤波器参数如下:

$$A_{F1} = \begin{bmatrix} -66.9100 & 33.5575 \\ -134.4883 & 67.4491 \end{bmatrix}, \quad B_{F1} = \begin{bmatrix} 0.1553 \\ 0.3108 \end{bmatrix},$$

$$A_{F2} = \begin{bmatrix} -7.7728 & 4.0132 \\ -16.1736 & 8.3404 \end{bmatrix}, \quad B_{F2} = \begin{bmatrix} 0.1620 \\ 0.3242 \end{bmatrix},$$

$$A_{F3} = \begin{bmatrix} -239.2536 & 119.7436 \\ -478.3127 & 239.3901 \end{bmatrix}, \quad B_{F3} = \begin{bmatrix} 0.1825 \\ 0.3650 \end{bmatrix},$$

$$A_{F4} = \begin{bmatrix} -183.4866 & 91.8835 \\ -366.7494 & 183.6552 \end{bmatrix}, B_{F4} = \begin{bmatrix} 0.1933 \\ 0.3867 \end{bmatrix}.$$

假设系统和滤波器的初值为

$$[x_{1,0} \ x_{2,0} \ \hat{x}_{1,0} \ \hat{x}_{2,0}] = [0.1 \ -0.1 \ 0 \ 0], \text{ 干扰输入 } w_{1,k} = w_{2,k} = w_{3,k} = v_k,$$

$$v_k = \begin{cases} 0.5 \sin(0.2\pi * k), & 10 \leq k < 20, \\ -0.5 \sin(0.2\pi * k), & 40 \leq k < 50, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases} \quad (25)$$

且随机变量 β_k 如图1所示,那么滤波器状态 $\hat{x}_k$ 、估计值 $\hat{z}_k$ 和实际系统状态 x_k 、被估计信号 z_k 响应曲线如图2所示,可见所设计的混合耗散滤波器效果比较理想.图中:实线为系统实际响应值;虚线为滤波器响应值($\bar{\beta} = 0.2$).

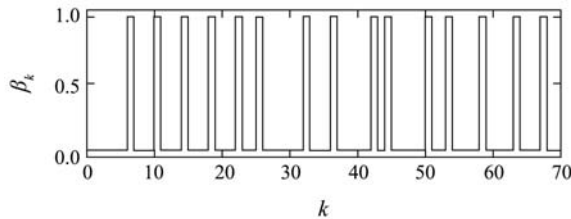


图1 随机变量 β_k 分布图

Fig. 1 Values of stochastic variable β_k

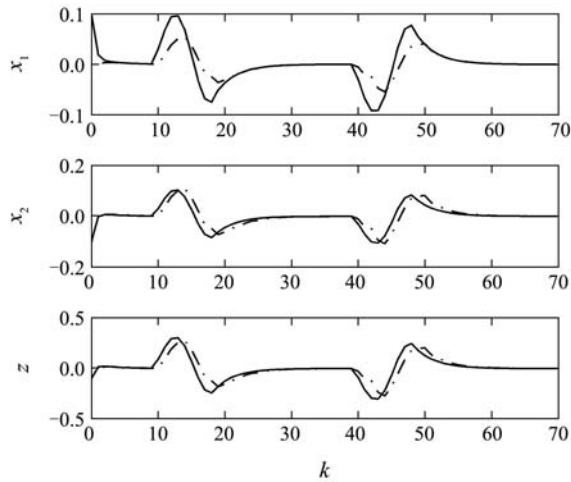


图2 混合滤波器及系统的状态和输出响应曲线

Fig. 2 Response of system and mixed filter

情况2 H_∞ 滤波器设计. 取 $Q = -1, S = 0, R = \gamma^2 I$, 则耗散滤波变成标准的 H_∞ 滤波问题.

$$\begin{cases} \min_{P_1, P_3, P_2, V_1, V_2, V_3, X, \hat{A}_{Fj}, \hat{B}_{Fj}} \gamma, \\ \text{s.t. 式(18)}. \end{cases} \quad (26)$$

根据定理2, 假设数据丢失概率为 $\bar{\beta} = 0.2$, 利用LMI-Toolbox求解式(26)的寻优问题, 可得最优 $\gamma = 0.3087$ 及模糊滤波器参数如下:

$$A_{F1} = \begin{bmatrix} -0.5735 & 0.2664 \\ -1.8598 & 0.8917 \end{bmatrix}, B_{F1} = \begin{bmatrix} 0.1991 \\ 0.4015 \end{bmatrix},$$

$$A_{F2} = \begin{bmatrix} 0.7483 & -0.4135 \\ 0.8734 & -0.5153 \end{bmatrix}, B_{F2} = \begin{bmatrix} 0.2298 \\ 0.4651 \end{bmatrix},$$

$$A_{F3} = \begin{bmatrix} -0.9729 & 0.4571 \\ -1.6585 & 0.7704 \end{bmatrix}, B_{F3} = \begin{bmatrix} 0.2195 \\ 0.4221 \end{bmatrix},$$

$$A_{F4} = \begin{bmatrix} 0.3754 & -0.2372 \\ 1.0810 & -0.6415 \end{bmatrix}, B_{F4} = \begin{bmatrix} 0.2585 \\ 0.5025 \end{bmatrix}.$$

假设系统和滤波器的初值, 以及随机变量 β_k 分布和外部干扰 w_k 均与情况1一样, 那么滤波器状态 $\hat{x}_k$ 、估计值 $\hat{z}_k$ 和实际系统状态 x_k 、被估计信号 z_k 响应曲线如图3所示, 效果较好.

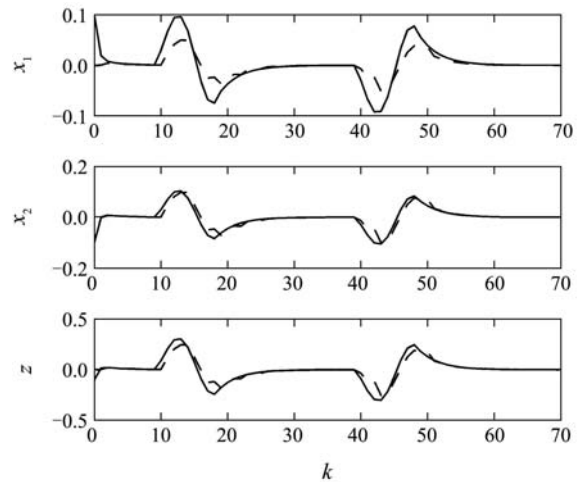


图3 H_∞ 滤波器及系统的状态和输出响应曲线

Fig. 3 Response of system and H_∞ filter

表1 最优 γ 与丢失概率 $\bar{\beta}$ 之间的关系
Table 1 The relationship between optimal γ and probability $\bar{\beta}$

$\bar{\beta}$	0	0.1	0.2	0.3	0.4
γ	0.2597	0.2775	0.3087	0.3457	0.3863
$\bar{\beta}$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
γ	0.4328	0.4917	0.5630	0.6494	0.7395

表1为最优 γ 值与丢失概率 $\bar{\beta}$ 的关系表, 可见随着丢失概率的变大, γ 值也变大. 如果把丢失的数据当作零处理, 则滤波器响应曲线如图4点划线所示, 显然与图2、图3相比, 效果比较差. 图5是滤波均方根误差(RMSE)曲线, 其中实线(RMSE1)为本文方法所设计的 H_∞ 滤波器, 虚线(RMSE2)为参考文献[19]所提出的设计方法, 点划线(RMSE3)为把丢失数据视为零时的均方根误差曲线. 可见本文所提出的设计方法, 滤波效果比较好. 图中: 实线为系统实际响应值; 虚线为滤波器响应值($\bar{\beta} = 0.2$).

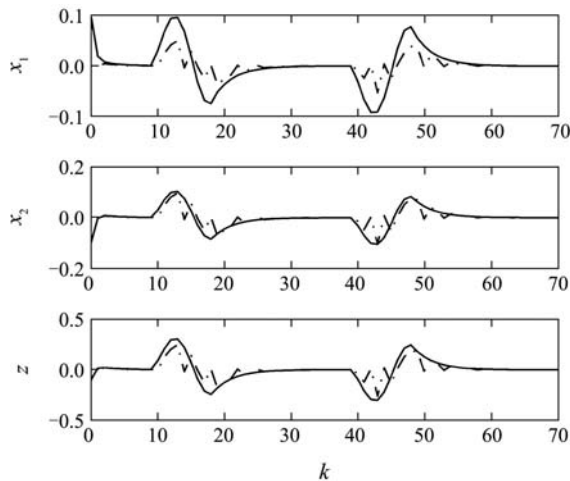
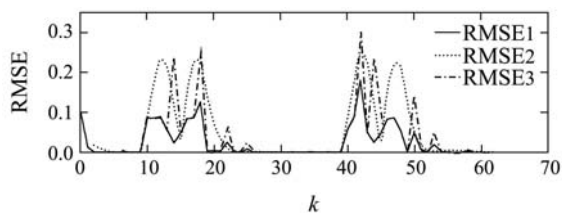


图4 把丢失数据当作零时滤波器响应曲线

Fig. 4 Response of filter with $y_{F,k} = 0$ when data dropout图5 均方根误差曲线($\bar{\beta} = 0.2$)Fig. 5 RMSE curves under $\bar{\beta} = 0.2$

5 结论(Conclusion)

本文针对非线性系统,采用T-S模型进行建模,并设计一个网络模糊滤波器.考虑了滤波器数据在网络传递过程中可能出现的随机多包数据丢失现象.采用矩阵不等式方法给出了模糊滤波器存在的充分条件,该条件保证滤波误差系统是均方指数稳定的,并满足期望的耗散性能指标.最后的数字仿真效果说明了本文所提出的设计方法效果好.

参考文献(References):

- [1] SEILER P, SENGUPTA R. An H_∞ approach to networked control[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(3): 356 – 364.
- [2] WANG Z D, YANG F W, DANIAL W C, et al. Robust finite-horizon filtering for stochastic systems with missing measurement[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2005, 32(1): 107 – 111.
- [3] WANG Z D, YANG F W, DANIAL W C, et al. Robust H_∞ filtering for stochastic time-delay systems with missing measurements[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(7): 2579 – 2587.
- [4] YANG F W, WANG Z D, DANIAL W C, et al. Robust H_2 filtering for a class of systems with stochastic nonlinearities[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 2006, 53(3): 235 – 239.
- [5] 王武, 林琼斌, 蔡逢煌, 等. 随机时延网络控制系统的 H_∞ 输出反馈控制器设计[J]. *控制理论与应用*, 2008, 25(5): 920 – 924. (WANG Wu, LIN Qiongbín, CAI Fenghuang, et al. Design of H_∞ output feedback controller for networked control system with random delays[J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(5): 920 – 924.)
- [6] 王武, 杨富文. 具有测量数据部分丢失的离散系统的 H_∞ 滤波器设计[J]. *自动化学报*, 2006, 32(1): 107 – 111. (WANG Wu, YANG Fuwen. H_∞ filter design for discrete-time systems with missing measurements[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2006, 32(1): 107 – 111.)
- [7] 王武, 蔡逢煌, 林琼斌, 等. 部分测量数据丢失的网络化系统的 l_2 - l_∞ 滤波[J]. *控制理论与应用*, 2007, 24(6): 919 – 923. (WANG Wu, CAI Fenghuang, LIN Qiongbín, et al. l_2 - l_∞ filtering for networked systems with missing measurements[J]. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(6): 919 – 923.)
- [8] 王武, 杨富文, 瞻耀清. 测量数据丢失的随机不确定离散系统的鲁棒 H_2 状态估计[J]. *控制理论与应用*, 2008, 25(3): 439 – 445. (WANG Wu, YANG Fuwen, ZHANG Yaoqing. Robust H_2 state estimation for stochastic uncertain discrete-time system with missing measurements[J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(3): 439 – 445.)
- [9] 王武, 林琼斌, 蔡逢煌, 等. 基于凸多面体不确定网络化系统的鲁棒无源滤波[J]. *系统工程与电子技术*, 2008, 30(4): 625 – 631. (WANG Wu, LIN Qiongbín, CAI Fenghuang, et al. Robust passive filtering for a polytopic uncertain networked system[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2008, 30(4): 625 – 631.)
- [10] ZHANG X, LU G, ZHENG Y. Stabilization of networked stochastic time-delay fuzzy systems with data dropout[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2008, 16(3): 798 – 807.
- [11] ZHANG H, YANG J, SU C, T-S fuzzy-model-based robust H_∞ design for networked control systems with uncertainties[J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2007, 3(4): 289 – 301.
- [12] ZHANG H, YANG D, CHAI T. Guaranteed cost networked control for T-S fuzzy systems with time delays[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-part C: applications and reviews*, 2007, 37(2): 160 – 172.
- [13] JIANG X, HAN Q. On designing fuzzy controllers for a class of nonlinear networked control systems[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2008, 16(4): 1050 – 1060.
- [14] SHEN B, WANG Z D, SHU H S, et al. On nonlinear filtering for discrete-time stochastic systems with missing measurements[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, 53(9): 2170 – 2180.
- [15] SAHEBSARA M, CHEN T C, SHAH S L. Optimal H_∞ filtering in networked control systems with multiple packet dropouts[J]. *Systems & Control Letters*, 2008, 57(9): 696 – 702.
- [16] SUN S, XIE L, XIAO W, et al. Optimal filtering for systems with multiple packet dropouts[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems-II: Express Briefs*, 2008, 55(7): 695 – 699.
- [17] TUAN H D, APKARIAN P, NARIKIYO T, et al. Parameterized linear matrix inequality techniques in fuzzy control system design[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2001, 9(2): 324 – 332.
- [18] DE OLIVERIA M C, BERNUSSOU J, GEROMEL J C. A new discrete time robust stability condition[J]. *System & Control Letters*, 1999, 37(4): 261 – 265.
- [19] ZHANG H, LUN S, LIU D. Fuzzy H_∞ filter design for a class of nonlinear discrete-time systems with multiple time delays[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2007, 15(3): 453 – 469.

作者简介:

林琼斌 (1976—), 男, 讲师, 在职博士研究生, 主要从事智能系统、网络化非线性系统的研究, E-mail: qiongbínlin@fzu.edu.cn;

杨富文 (1963—), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为鲁棒控制与滤波、迭代学习控制、网络控制系统设计等;

王武 (1973—), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为网络化系统的控制与滤波、非脆弱控制等.